SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
FIZICE ȘI CHIMICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

T20-
34620
T20
T20

CULEGERE PROBLEME DE FIZICĂ

pentru examenul de admitere la treapta a II-a

ECATERINA KISS VLADIMIR KISS

Scanned with OKEN Scanner

PREFAȚA

Doi tineri profesori de fizică, soții Kiss, din dragoste față de profesiunea lor, s-au oferit să strîngă, într-un volum, o parte din tezaurul de inteligență adunat, sub formă de probleme de fizică, pe parcurs de mai bine de un deceniu, în paginile Revistei de Fizică și Chimie.

Problemele au fost selecționate pentru a fi utile, în mod deosebit, elevilor din treapta I-a de la toate tipurile de licee.

Problemele conținute în acest volum sînt de o mare varietate. Unele urmăresc să contribuie la consolidarea și sistematizarea informației studiate în școală. Altele, cele mai multe, urmăresc să deschidă orizonturi noi pe drumul cunoașterii științifice.

Toate problemele se pot rezolva cu informația și instrumentul matematic dobîndite de elevi în treapta I de liceu.

Pentru a veni în ajutorul elevilor, autorii au prezentat un număr apreciabil de modele de rezolvare a unor probleme cu grad mai mare de dificultate.

Diversitatea de situații noi, pe care le oferă spre rezolvare, problemele din acest volum, va avea ca rezultat creșterea încrederii elevilor în propriile lor forțe și va elimina emoțiile atît de des întîlnite la examene.

Lidia Panaiotu

Scanned with OKEN Scanner

CUVÎNT INTRODUCTIV

Problemele au fost selecționate, conform noii programe de fizică, din întreaga colecție a revistei de fizică și chimie (**1964—1977**).

Culegerea a fost astfel alcătuită încît rezolvitorul să fie pregătit multilateral pentru examenul de fizică la admiterea în treapta a II-a de liceu.

Problemele acoperă practic întreaga programă și sînt grupate pe teme. Ordinea lor, de la simplu la complex — în mod gradat, asigură rezolvitorului posibilitatea înțelegerii unor probleme care abordate direct ar fi fost prea dificile.

Considerăm culegerea foarte utilă și celor care se pregătesc pentru concursurile școlare de fizică și pentru examenele de admitere la facultate, multe din problemele selecționate fiind date **la** *concursuri de fizică sau examene de admitere* (**1962—1976**).

Problemele rezolvate din capitolul XII reprezintă modele de rezolvare a unor probleme mai dificile și totodată familiarizează rezolvitorul cu notațiile și metodele de rezolvare folosite de autori.

Toate problemele (**994**) *au răspunsuri. La volumul mare de calcule sînt posibile erori — autorii mulțumesc celor ce le vor semnala.*

Scanned with OKEN Scanner

CUPRINS

1. Prefaţa 3
2. Cuvînt introductiv 5
3. Capitolul I — Mişcarea 9
4. Capitolul II — Interacţiunea 30
5. Capitolul III — Forţa şi mişcarea 39
6. Capitolul IV — Cîmpul gravitaţional 55
7. Capitolul V — Cîmpul electric 98
8. Capitolul VI — Cîmpul magnetic 117
9. Capitolul VII — Oscilaţii mecanice 125
10. Capitolul VIII — Oscilaţii electrice 136
11. Capitolul IX — Unde elastice 156
12. Capitolul X — Unda electromagnetică 164
13. Capitolul XI — Probleme de sinteză 183
14. Capitolul XII — Probleme rezolvate 196
15. Indicaţii şi răspunsuri: 232

Capitolul I 232
Capitolul II 228
Capitolul III 244
Capitolul IV 249
Capitolul V 271
Capitolul VI 282
Capitolul VII 286
Capitolul VIII 292
Capitolul IX 301
Capitolul X 303
Capitolul XI 313

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL I

Mișcarea

1.1. Care este cea mai simplă traiectorie?

K.V.

1.2. Un om fără posibilitate de orientare (este întuneric beznă sau este legat la ochi) pleacă dintr-un punct A și se deplasează cu viteza medie v. Pasul său stîng este mai scurt decît pasul drept cu Δx. Distanța dintre traiectoriile urmelor pașilor săi este d. Precizați elementele traiectoriei pe care se deplasează omul. *Aplicație:* $v=4{,}32$ km/h; $\Delta x=0{,}2$ mm; $d=0{,}12$ m, lungimea pasului stîng $x_1=0{,}6$ m.

Ioan Druică Zeletin

1.3. Cronometrîndu-se cursa unui sprinter care aleargă 100 m plat în 10,30 secunde, s-au obținut următorii timpi intermediari: la 10 m, $t_1=1{,}18$ s, la 20 m, $t_2=2{,}30$ s, la 30 m, $t_3=3{,}38$ s, la 40 m, $t_4=4{,}44$ s, la 50 m, $t_5=5{,}46$ s, la 60 m, $t_6=6{,}46$ s, la 70 m, $t_7=7{,}44$ s, la 80 m, $t_8=8{,}40$ s la 90 m, $t_9=9{,}38$ s, la 100 m, $t_{10}=10{,}30$. Se cere: a) viteza medie pentru întreaga cursă; b) vitezele medii pentru spațiile care corespund celor 10 măsurători efectuate; c) valoarea minimă și maximă a vitezei atletului; d) pe care porțiuni atletul are viteza egală cu viteza medie care corespunde cursei.

Luminița Gubavu

1.4. Din legea de mișcare a unui mobil obținem pentru $t_1=5$ s, $X_1=10$ m și pentru $t_2=10$ s, $X_2=10$ m. Care este viteza medie în modul?

K. V.

1.5. Un mobil execută o mișcare uniformă de distanța AB în felul următor: de la A la B viteza este de 10 $\frac{m}{s}$, iar de la B la A viteza este de 15 $\frac{m}{s}$ Să se calculeze viteza medie în cele două sensuri. Folosindu-ne de media aritmetică avem $v_m=\frac{v_1+v_2}{2}=12{,}5$ m/s. Ținînd cont de definiția vitezei medii: $v_m=\frac{s}{t}=\frac{2AB}{t_1+t_2}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}=12$ m/s. Care dintre aceste valori este corectă?

Victor Postelnicu

Scanned with OKEN Scanner

I.6. Distanța dintre punctele A și B este parcursă de un mobil astfel: jumătate cu viteza constantă $v_1=4$ m.s^{-1} și cealaltă jumătate cu viteza constantă $v_2=6$ m.s.$^{-1}$. Ce viteză medie a realizat mobilul pe distanța AB?

Ioan Druică Zeletin

I.7. Să se afle viteza medie a unui biciclist la o cursă care are în prima etapă viteza de 40 km/h și în a doua etapă 48 km/h. Prima etapă a durat 1,5 minute, iar etapa a doua a durat numai 0,5 minute. Viteza în cadrul etapei este constantă.

B. Baeră

I.8. Ce putem spune despre o mișcare, dacă unghiul dintre vectorul accelerație și vectorul viteză este mai mare de 90° și mai mic de 180°.

K. V.

I.9. Un mobil are o mișcare uniformă încetinită, ecuațiile mișcării fiind: $s=-10t^2+100t+5$; $v=-20t+100$. Să se determine: a) accelerația de frînare; b) timpul pînă la oprire; c) distanța față de origine în momentul opririi.

I.10. Ecuația de mișcare a unui mobil este: $S(t)=t^2+t+1$. Se cere: a) accelerația și viteza inițială a mișcării; b) spațiul inițial; c) viteza precum și spațiul parcurs după 3 secunde de la începerea mișcării; d) la ce moment mobilul se găsește la „n" metri de origine.

I Matra

I.11. Legile mișcării a două mobile sînt: $S_1=t+4t^2$; $S_2=2t+3t^2+mt^3$. Să se determine valoarea lui m în așa fel ca cele două mobile să se întîlnească o singură dată (după pornirea lor). După cît timp și unde are loc această întîlnire?

Ludovic Schwartz

I.12. Să considerăm un mobil care execută o mișcare rectilinie și uniformă pînă într-un anumit punct A cu viteza de $15\frac{m}{s}$. Începînd cu punctul A mișcarea devine uniform încetinită. Care este accelerația de frînare dacă spațiul parcurs pînă la oprire este de 12 m, iar intervalul de timp 4 s? Accelerația sistemului poate fi calculată folosindu-se legile mișcării uniform variate:

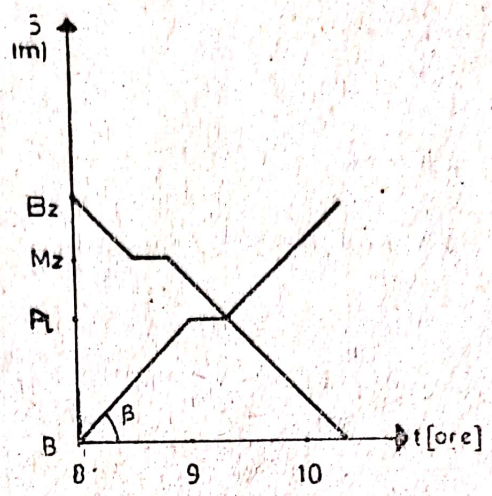
$$v^2=v_0^2+2as;\quad v=v_0+at;\quad S=v_0t+\frac{at^2}{2}.$$

$v=0$ rezultă $a=\frac{v^2-v_0^2}{2s}=-9{,}75$ m/s^2; $a=\frac{v-v_0}{t}=-3{,}75$ m/s^2; $a=\frac{2s-2v_0t}{t^2}=-6$ m/s^2. Se observă că avem 3 valori care au fost calculate corect. Care este cea reală?

Victor Postelnicu

Scanned with OKEN Scanner

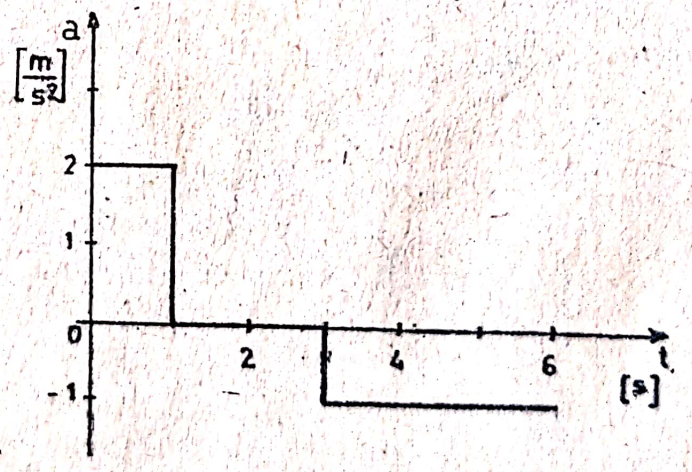
I.13. Graficul din figura I.13. arată dependența spațiului de timp, în cazul a două mobile ce se deplasează în sens opus. Analizînd graficul, să se



arate: 1) ora și locul întîlnirii celor două mobile; 2) unde și cît a staționat fiecare mobil? 3) cum se modifică unghiul β cu viteza mobilului.

Horia Șerbu

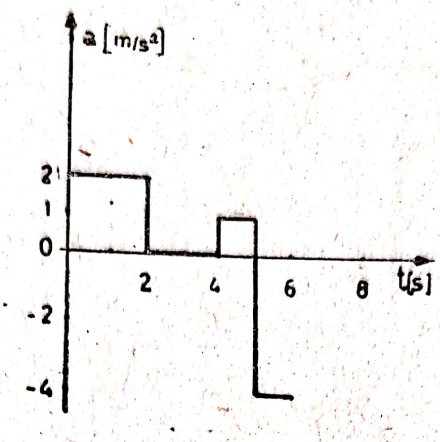
I.14. Un mobil pornește din originea axei OX la momentul $t=0$ fără viteza inițială și se mișcă timp de 6 secunde. Accelerația sa este reprezentată



grafic în figura I.14. a) Să se reprezinte grafic viteza mobilului în funcție de timp; b) Să se calculeze coordonata maximă și coordonata finală a mobilului; c) Să se calculeze distanța parcursă de mobil.

Concurs de fizică 1977.

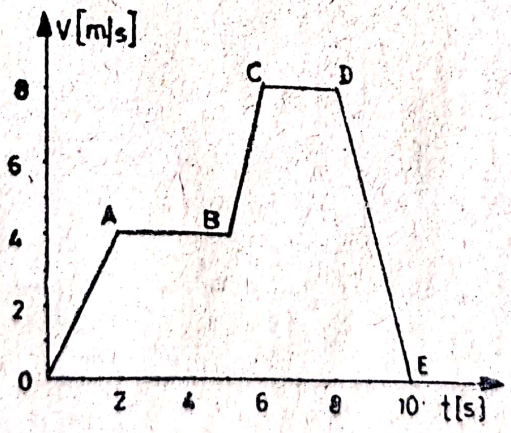
I.15. Interpretîndu-se graficul din figura I.15. să se descrie felul în care



s-a mișcat mobilul (calculîndu-se și elementele mișcării) știind că în momentul inițial s-a aflat în stare de repaus.

C. F. 1976

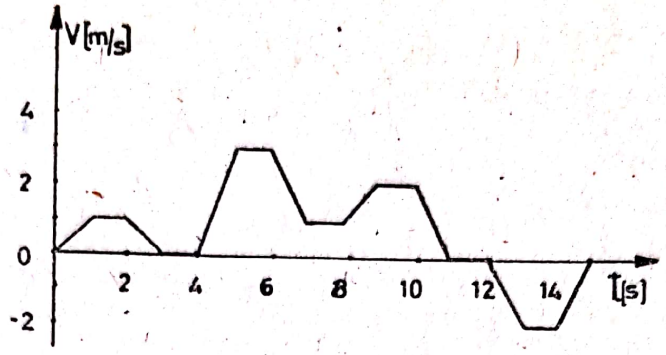
I.16. Un mobil execută o mișcare rectilinie a cărui viteză e reprezentată în graficul din figura I.16. a). Să se calculeze accelerațiile mobilului pe in-



tervalele *OA*, *BC*, *DE*; b) Ce spațiu a străbătut mobilul? c) Reprezentați viteza medie a acestei mișcări.

Gh. Moise

I.17. Un mobil are o mișcare caracterizată prin diagrama $v-t$ ca în figura

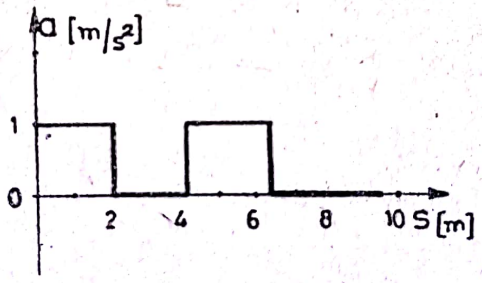


I.17. Să se traseze diagrama spațiului, precizîndu-se valorile spațiului în punctele caracteristice fiecărui tip de mișcare.

Bratu Polidor

I.18. Să se reprezinte grafic dependența vitezei de timp, dacă graficul accelerației are forma din figura I.18. ($v_0=0$).

C. F. 1975.



I.19. Viteza unui mobil e dată de relația: $v=\sqrt{25-t^2}$. Folosind graficul vitezei să se determine: a) timpul total de mișcare; b) spațiul parcurs în prima secundă; c) spațiul parcurs în ultima secundă; d) spațiul total parcurs de mobil.

Ludovic Schwartz

I.20. Fie doi vectori $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ care formează între ei un unghi α. Să se arate că: a) notînd cu $\vec{R}$ rezultanta lor și cu $\vec{D}$ diferența lor, $R^2+D^2=$constant; b) dacă $\alpha=180°$; $R=1$ unitate și $D=8$ unități atunci se poate calcula mărimea vectorilor v_1 și v_2; c) rezultanta vectorilor R și D și diferența lor sînt mărimi constante independente de valoarea unghiului α și să se calculeze. Să se interpreteze rezultatul.

V. Săseanu

Scanned with OKEN Scanner

1.21. Cunoscînd vectorii coplanari $\vec{m}$ și $\vec{n}$ definiți astfel: $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}$ și $\vec{n}=\vec{a}-\vec{b}$, să se afle vectorii $\vec{a}$ și $\vec{b}$ prin calculul și grafic.

D Morariu

1.22. Să se demonstraze că raportul a două forțe concurente oarecare este egal cu raportul invers al sinusurilor unghiurilor formate de aceste forțe cu rezultanta lor.

Dumitru Văcaru

1.23. Suma modulelor a două forțe P și Q este de 15 N. Știind că direcțiile lor formează un unghi de 60°, iar rezultanta acestora este de 13 N, să se afle mărimea componentelor P și Q.

Dumitru Văcaru

1.24. Rezultanta forțelor concurente $F_1=10$ N și F_2 este $R=10$ N și formează unghiul $\alpha_1=120°$ cu direcția forței F_1. Se cere: a) unghiul α dintre direcțiile forțelor F_1 și F_2. b) mărimea forței F_2.

Ioan Druică Zeletin

1.25. Două forțe F_1 și F_2 fac între ele un unghi de 60° avînd rezultanta egală cu $10\sqrt{19}$ N. Să se afle: a) cele două forțe F_1 și F_2 știind că rezultanta lor pentru 0° este de 50 N; b) să se afle rezultanta minimă a celor două forțe și rezultanta lor pentru un unghi de 90°.

V. Săseanu

1.26. Forțele F_1 și F_2 sînt concurente. Ce unghi formează direcțiile celor două forțe dacă în modul, suma celor două forțe este de „n„ ori mai mare decît diferența lor. Ce valoare are suma forțelor în acest caz? *Aplicație:* $F_1=20$ N; $F_2=16$ N; $n=3$.

Ioan Druică Zeletin

1.27. Pe o barcă cu viteza relativă (față de apă) de 2,5 m/s un om vîslește perpendicular pe direcția fluviului. Cunoscînd lățimea fluviului, 400 m și viteza de transport a apei 0,5 m/s să se calculeze mărimea deviației parcursului. În cît timp și cu ce viteză față de mal (absolută) ar parcurge omul cu barca 1,2 km pe firul apei în sensul și contra curentului?

Leontin Domide

1.28. Un barcagiu trebuie să traverseze un rîu lat de 150 m, în timp de 2,5 minute, și să ajungă pe malul celălalt într-un punct așezat în fața punctului de plecare. Viteza de curgere a apei este de $\sqrt{3}$ m/s. Să se calculeze: 1) viteza barcagiului și unghiul sub care trebuie să pornească el față de mal; 2) dacă barcagiul ar pleca cu aceeași viteză însă perpendicular pe mal, în ce loc și în cît timp va ajunge pe malul celălalt.

Leontin Domide

Scanned with OKEN Scanner

1.29. Un călător privind pe fereastra unui tren care se deplasează rectiliniu uniform, vede pe cîmp un pom izolat situat la distanța $d=1{,}2$ km de terasamentul căii ferate, sub un unghi de 45° față de direcția de mers. După 1 minut și 20 secunde, călătorul trece prin dreptul pomului. Care este viteza trenului?

N. Chiorcea

1.30. Un meteorolog pleacă la ora 7 din localitatea A, parcurge un drum drept pînă în B, apoi urcă în C unde se află stația meteorologică. După o oră se reîntoarce pe același drum, ajungînd în A la ora 12. Să se afle drumul total parcurs de meteorolog, știind că merge pe drumul drept cu 3 km/h, urcă cu 2 km/h și coboară cu 6 km/h. Să se găsească, în general, o relație între cele trei viteze, pentru ca distanța să poată fi determinată.

Iustin Zăgrean

1.31. Un excursionist coboară din vîrful unui deal A, trece pe lîngă o cabană B fără să se oprească și ajunge în C de unde merge pe drum drept pînă la D. Se întoarce după 2 ore pe același drum, oprindu-se la cabană. Dacă pleacă din vîrful dealului la ora 6 la ce oră ajunge la cabană, știind că a parcurs 16 km și că pe drum drept merge cu 4 km/h, urcă cu 3 km/h și coboară cu 5 km/h. Să se găsească o relație între cele trei viteze, astfel încît problema să fie determinată. Timpul la urcare și coborîre este același.

Iustin Zăgrean

1.32. Un avion cu o viteză de 350 km/h străbate o distanță de 800 km, dus și întors. În cît timp străbate avionul această distanță, dacă: a) timpul este fără vînt; b) bate un vînt pe direcția zborului cu viteza de 50 km/h?

1.33. Un avion parcurge dus-întors distanța AB. Dacă vîntul bate pe direcția AB, influențează sau nu acest lucru timpul de zbor al avionului?

C. F. 1972

1.34. Un avion de recunoaștere zboară cu viteza de 450 km/h cînd nu bate vîntul. El pleacă într-o misiune zburînd împotriva vîntului care suflă cu o viteză de 50 km/h. Care-i raportul dintre timpul la dus și timpul la întoarcere? În general, dacă raportul vitezelor este număr natural, să se afle toate cazurile în care raportul dintre timpul la dus și timpul la întoarcere este un număr natural.

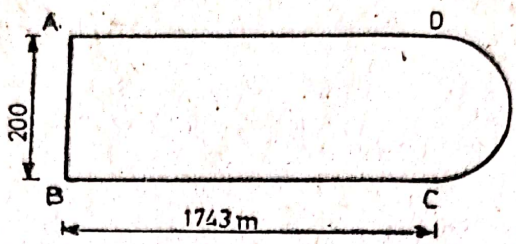
Iustin Zăgrean

1.35. O barcă cu motor are pe lac viteza de 40 km/h. În lac se varsă un rîu care are viteza de curgere a apei de 4 km/h. Pînă la ce distanță de lac (distanță considerată de-a lungul rîului) poate merge barca, pentru a nu rămîne în pană de carburant, dacă are combustibil pentru 2 ore. Să se generalizeze și să se reprezinte grafic distanța în funcție de viteza apei, scoțînd în evidență două valori remarcabile.

Iustin Zăgrean

Scanned with OKEN Scanner

I.36. Un pieton se deplasează cu viteza $v=1$ m/s pe distanța AB, iar un automobil parcurge întreg circuitul A B C D din figura I.36. Considerînd că atît automobilul cît și pietonul pornesc din A și că atunci cînd pietonul



ajunge în B automobilul trece pentru a doua oară prin acest punct, să se calculeze viteza automobilului.

I.37. Pe laturile unui triunghi dreptunghic se deplasează două mobile. Primul mobil se deplasează pe ipotenuză pornind din vîrful B cu viteza de 20 cm/s, al doilea mobil se deplasează pornind din același vîrf pe catetele, $b=40$ cm și $c=30$ cm. Ce viteză trebuie să aibă al doilea mobil pentru a ajunge în același timp cu primul în vîrful C?

I.38. La o cursă, timp de 2,5 ore, trei motocicliști au parcurs fiecare cîte o distanță. Distanța primului motociclist se raportează la distanța celui de al treilea ca 31/28, iar a motociclistului al treilea la distanța celui de-al doilea ca 14/15. Dacă distanța parcursă de primul motociclist este cu 30 km mai mare decît distanța parcursă de al treilea, să se afle: a) distanța parcursă de fiecare motociclist; b) viteza fiecărui motociclist.

I.39. De un vîrf al unui triunghi echilateral de latură a este prinsă prin intermediul unui fir cu lungimea de n ori mai mare decît a, o bilă ce descrie în planul triunghiului o traiectorie cu viteza constantă v. La începutul mișcării firul este perfect întins și în prelungirea unei laturi a triunghiului. După cît timp se înfășoară firul complet? Se dau: n, a, v.

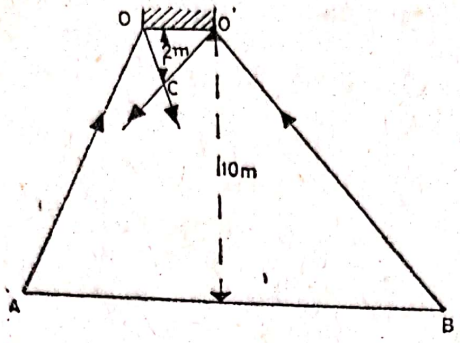
Dorina Iancu

I.40. Un elicopter zboară la înălțimea constantă $H=200$ m deasupra unei suprafețe plane, cu viteza de 22,4 m/s. Pe fundul elicopterului se află o fereastră pătrată cu $L=1$ m, de pe marginea căreia privește un observator cu înălțimea $h=1{,}6$ m. Cît timp poate vedea el un reper de pe sol presupus punctiform.

Popa Vlad

Scanned with OKEN Scanner

I.41. În geamul vitrinei se vede, ca în oglindă, un motociclist care trece pe un drum paralel cu geamul oglinzii (figura I.41). Imaginea motociclistului se vede timp de o secundă. Să se afle viteza motocicletei cunoscînd distanța de la ochi la vitrină $d_1=2$ m, de la vitrină la drumul motocicletei, $d_2=10$ m și lățimea vitrinei $l=1{,}5$ m.



I.42. Un pieton se deplasează pe un drum paralel cu un zid aflat la 2 m de traiectoria pietonului. La 3 m de traiectorie se află o sursă luminoasă fixă. În primele 4 secunde umbra parcurge o distanță cu 4 m mai mare decît parcurge pietonul. Cît timp mai merge pietonul, cu aceeași viteză constantă, pentru a ajunge la distanța minimă de sursa de lumină, dacă inițial distanța pieton-bec era de $\sqrt{909}$ m. Care este viteza umbrei?

M. Nichita

I.43. Dintr-un punct A se trage cu un tun de calibru 76,2 mm, la care viteza inițială a proiectilului este de 311 m/s, într-un obiectiv B. Un observator care se găsește în C, aude sunetul produs la declanșare după 8 s de la vederea luminii, iar sunetul produs prin lovirea obiectului îl aude după 22 s. Care este distanța dintre obiectiv și observator, știind că direcția proiectilului cu a observatorului sînt perpendiculare și se consideră că glontele se deplasează uniform rectiliniu, iar pentru distanța dintre A și B lumina se propagă instantaneu? (viteza sunetului în aer este 340 m/s).

Ioan Frujină

I.44. Un spectator observînd o fază de gol, aude direct aplauzele spectatorilor de pe stadion la 2,5 secunde după fază. La ce distanță se găsește spectatorul față de stadion, cunoscînd viteza sunetului în aer, $v=340$ m/s.

Ana Maria Gagiu

I.45. Arbitrii curselor de 100 m plat, care se află postați la linia de sosire, pornesc cronometrele nu atunci cînd aud pocnetul pistolului, ci cînd văd fumul exploziei. Ce eroare se face dacă cronometrele sînt pornite în momentul cînd se aude detunătura?

Ana Maria Gagiu

Scanned with OKEN Scanner

1.46. La ce distanță trebuie situat un observator față de un ciocan care lovește un suport de „n" ori în timpul t, în așa fel încît să audă lovitura în același moment în care vede că ciocanul lovește suportul.

Emilian Ionescu

1.47. O locomotivă produce un zgomot care este auzit de un observator după 5 secunde de la producerea lui. După 10 secunde produce iarăși un sunet care este auzit de observator după 4 secunde. Cu ce viteză merge locomotiva [v (sunet în aer)$=340$ m/s]. Observatorul se găsește pe linie, iar locomotiva se deplasează rectiliniu.

Dumitru Diaconu

1.48. Doi observatori sînt situați în punctele M și N, egal depărtate de un zid. Raportul dintre depărtarea observatorilor față de zid și distanța dintre ei este K. În punctul N se produce un sunet pe care observatorul din M îl recepționează direct după timpul t. După cît timp față de recepția directă, observatorul recepționează același sunet reflectat de zid?

Romulus Sfichi

1.49. Un vapor apropiindu-se de port emite un semnal sonor care reflectîndu-se de clădirile portului ajunge la vapor în timpul t_1. După primul semnal la un interval de timp t se emite al doilea semnal care ajunge înapoi la vapor în timpul t_2. Să se calculeze viteza vaporului și distanța sa față de port în momentul emiterii primului semnal. Se consideră cunoscute viteza sunetului v_1. *Caz numeric:* $t_1=30$ s; $t_2=15$ s; $t=60$ s; $v_1=340$ m/s.

D. Silaghi

1.50. O locomotivă se apropie de o gară și emite un semnal sonor și sosește în gară la 5 minute după recepționarea sunetului. Știind că locomotiva a depășit un canton depărtat cu 1,2 km de gară cu 1 minut și 20 secunde, înainte de sosire, să se determine de la ce distanță de gară a emis semnalul? (viteza locomotivei este constantă).

1.51. Un vas care se deplasează rectiliniu cu viteza de 36 km/h, avînd „pescajul" (partea vasului de sub nivelul de plutire) de 5 m, recepționează un semnal sonor pe care-l emite spre fund, la 0,4 s după emisie. După 5 minute emite un alt semnal pe care-l recepționează după 0,15 s. La ce distanță de locul ultimei recepții trebuie să evite eșuarea? Panta fundului mării este constantă. (Viteza sunetului în apă este $1\,500\,\frac{m}{s}$).

1.52. Un tren cu lungimea de 300 m, aflat în mișcare uniformă, se deplasează paralel cu un automobil pe care îl depășește în timp de un minut. Șoferul automobilului rămas în urmă accelerează pînă ce dublează viteza mașinii. Cu această viteză ajunge trenul, care a continuat să se deplaseze cu aceeași viteză și îl depășește tot în timp de un minut. Să se calculeze viteza trenului și a automobilului în timpul depășirilor.

Scanned with OKEN Scanner

1.53. Doi prieteni pleacă în sensuri opuse cu autobuzele din două puncte A și B situate la o distanță necunoscută. Știind că primul numără 21 de stîlpi de telegraf în 40 s, iar al doilea 41 de stîlpi de telegraf în 60 s (distanța între stîlpi este de 25 m), că pînă la întîlnire primul autobuz se oprește de 2 ori pentru cîte 1 minut, iar al doilea de 3 ori pentru cîte un minut și că pînă la întîlnire trec 13 minute, să se determine distanța necunoscută.

I. Bratu

1.54. Două mobile pornesc dintr-un punct 0 avînd aceeași direcție dar sensuri contrarii. Unul are viteza de 8 cm/s, iar celălat de 5 cm/s. Din același punct 0, mai pornește în același timp un al treilea mobil pe aceeași direcție și avînd sensul primului mobil. Ce viteză trebuie să aibă cel de-al treilea mobil pentru ca după 10 s să se găsească la jumătatea distanței dintre primele două mobile?

1.55. Un pilot al cărui avion zboară cu viteza de 720 km/h zărește un al doilea avion, care zboară spre primul cu viteza de 360 km/oră, cînd se aflau la o distanță de 21 km unul de altul. După cît timp, din acest moment, primul pilot va vedea al doilea avion de nouă ori mai mare?

1.56. Un vînător trage într-un iepure ce fuge perpendicular pe direcția de tragere. Să se calculeze la ce distanță de iepure trebuie să ochească vînătorul știind că distanța vînător-iepure este de 36 m, iepurele are viteza de 10 m/s și glonțele are viteza de 360 m/s?

Horia Șerbu

1.57. Două trenuri se apropie uniform, pe direcții perpendiculare. În momentul întîlnirii locomotivelor, distanța dintre ultimele vagoane era de 20-41m. Ultimele vagoane trec peste și pe sub pod în același moment. Să se afle lungimea fiecărui tren, cunoscînd că raportul vitezelor este 5/4.

P. Păunescu

1.58. Un avion Aviasan lansează un pachet, care coboară vertical cu o viteză constantă de 5 m/s. Avionul zboară în direcție orizontală cu viteza de 270 km/h. După ce avionul a parcurs distanța de 750 m, pachetul atinge solul. Să se calculeze: a) înălțimea de zbor a avionului; b) distanța între avion și pachet, în momentul în care acesta din urmă atinge solul.

B. D.

1.59. Două avioane decolează simultan din același loc în două direcții perpendiculare. Primul avion are viteza $v_1=600$ km/h al doilea are viteza $v_2=800$ km/h. Cît de mare este distanța între avioane cînd primul avion a parcurs spațiul $S_1=1\,000$ km?

1.60. Pe două drumuri perpendiculare se mișcă două mobile A și B cu viteze constante $v_1=24$ m/s și $v_2=18$ m/s. Știind că ele pornesc în același timp de la 2,1 km și 1,5 km depărtare de intersecția celor două drumuri de care

se apropie, să se calculeze: a) distanța minimă dintre cele două mobile în timpul mișcării mobilelor. b) după cît timp de la pornire distanța este minimă. (Nu se ia în considerare frecarea).

Florian Brădău

I.61. O șosea liniară intersectează sub un unghi de 30° o linie ferată. Un șofer ce se află cu mașina pe șosea mergînd uniform cu viteza de 36 km/h, observă un tren și deduce că direcția spre locomotivă este perpendiculară pe șosea, apreciind totodată că distanța pe șosea pînă la intersecție este 300 m. Cînd ajunge la 20 m de intersecție oprește și așteaptă 2 secunde pînă locomotiva ajunge la intersecție. a) să se afle viteza trenului considerînd-o constantă; b) dacă trenul are 600 m lungime, cît așteaptă în total pînă trece trenul; c) ce viteză trebuie să aibă mașina pentru ca atunci cînd locomotiva ajunge la intersecție să fie la 300 m dincolo de intersecție.

Gh. Lazea

I.62. Doi excursioniști D și F trebuie să parcurgă într-o zi distanța $AB = d = 45$ km. Neavînd decît o bicicletă ei se înțeleg ca D să plece din A cu bicicleta, iar F pe jos. Într-un punct C, excursionistul D va lăsa bicicleta și își va continua drumul pe jos. Excursionistul F ajungînd pe jos în punctul C va folosi bicicleta pentru a-și continua drumul. Știind că fiecare excursionist are mergînd pe jos, $v = 5$ km/h, iar cu bicicleta $v' = 15$ km/h. Se cere: a) distanța $AC = x$ așa fel ca D și F să ajungă în același timp în B; b) distanța de la punctul A pînă la punctul M unde se găsește F în momentul în care D trece prin C; c) cît timp stă bicicleta nefolosită.

Dan Cazacu

I.63. La ora 12, în fiecare zi, din New-York pleacă spre Le Havre un vapor și în aceeași clipă, pleacă un vapor de la Le Havre spre New-York. Drumul durează 7 zile, într-un sens, sau în celălalt. Cîte vase va întîlni pe drum, vaporul plecat din Le Havre?

Ștefan Grigorescu

I.64. Un bazin de înot de formă pătratică, are diagonala de $100\sqrt{2}$ m. Un înotător și un alergător pornesc simultan dintr-un colț al bazinului. Se întreabă: a) care din ei va ajunge mai repede la colțul opus, viteza alergătorului fiind de 5 m/s, iar a înotătorului de 4 m/s, amîndoi avînd același drum; b) ce se întîmplă dacă înotătorul înoată pe diagonală; c) ce condiție trebuie să fie îndeplinită pentru ca la punctele anterioare sosirile să fie simultane; d) în ce poziție se vor găsi cei doi sportivi după o oră, dacă încep să facă turul bazinului mergînd în același sens, dar dacă marg în sens invers (cu vitezele de la punctul a).

Andrei Vrînceanu

I.65. Un grup de copii aleargă pe o circumferință circulară cu viteza constantă v. La un moment dat un copil iese din cerc, își schimbă direcția și par-

Scanned with OKEN Scanner

curge cu viteza v_1 diametrul cercului, astfel că imediat după traversare își reia locul în grup. Știind că $v_1=1$ m/s, să se calculeze valoarea numerică a vitezei v.

Viorica Drăgan

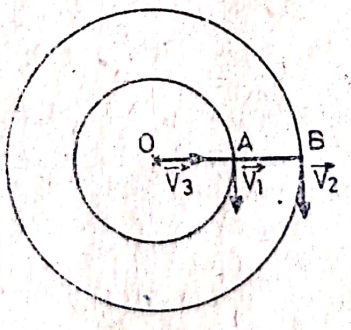
1.66. Doi ciclişti rulează uniform pe traiectorii circulare concentrice, cu lungime egal erespectiv cu $l_1=400$ m şi $l_2=360$ m. Cînd ei merg în acelaşi sens, cel ce parcurge circumferinţa interioară îl depăşeşte pe celălalt la fiecare interval $t_1=4$ minute. Cînd merg în sens invers (păstrîndu-şi aceleaşi viteze) ei se află la extremităţile unui diametru comun, la fiecare interval $t_2=24$ secunde. Să se determine viteza şi acceleraţia centripetă a fiecărui ciclist.

Concurs admitere Iaşi, 1970

1.67. Peste un pîrîu ce curge cu viteza $v=1$ m/s, se găsesc două poduri A şi B la 18 km unul de altul (A în amonte faţă de B). Simultan pornesc de la cele două poduri, una spre alta, două bărci, cu vitezele reale (în apă stătătoare) $v_A=2$ m/s, respectiv $v_B=8$ m/s. a) după cît timp de la plecarea bărcilor, trebuie ca bărcile să-şi schimbe între ele vitezele reale, pentru a se întîlni în mijlocul distanţei; b) după cît timp de la plecare se întîlnesc; c) continuînd mişcarea cu vitezele avute la întîlnire după cît timp de la plecare ajunge fiecare barcă în B, respectiv A?

Gheorghe Moise

1.68. Din punctele A, B şi O pleacă simultan trei mobile. Mobilele din A şi B pleacă în acelaşi sens în mişcarea circulară cu viteza v_1 respectiv v_2 constante în modul, iar cel din O pe direcţia OAB cu viteza v_3. Ce relaţie există între cele trei viteze pentru ca mobilul din O să întîlnească cele două mobile după cîte o rotaţie completă?



Gheorghe Moise

1.69. Dintr-o localitate A pleacă o maşină cu viteza de 60 km/h spre localitatea B. Simultan, din B pleacă o altă maşină, pe aceeaşi şosea şi în acelaşi sens; această maşină, după 30 minute întîlneşte o motocicletă, ce se deplasează în sens invers cu viteza de 50 km/h. Motocicleta întîlneşte maşina

Scanned with OKEN Scanner

plecată din A cu două ore mai tîrziu. Să se afle unde și după cît timp de la pornirea lor cele două mașini vor ajunge în același loc (mișcările se consideră uniforme). Se dă distanța dintre localitățile A și B: $d=240$ km.

Eduard Fernenghel

1.70. Distanța dintre un camion și un motociclist este de 30 m. a) să se calculeze în cît timp ajunge din urmă motociclistul camionul, știind că vitezele lor sînt de 60 km/h, respectiv 50/3 m/s. b) ce viteză ar trebui să aibă motociclistul pentru ca timpul necesar depășirii camionului să fie de 5 s.

Peter Szilagyi

1.71. Din două puncte A și B așezate la distanța de 90 m unul de altul, încep concomitent să se miște două corpuri, după linia dreaptă AB, în sensul de la A spre B. Corpul pornit din A are viteza de 5 m/s, iar corpul pornit din B are viteza de 2 m/s. După cît timp primul corp îl ajunge pe cel de-al doilea? Ce distanță vor străbate corpurile?

1.72. Un călător aflat într-un autobuz ce se deplasează cu viteza de 15 m/s, observă cu ajutorul pietrelor hectometrice, că la un moment dat, distanța dintre el și un autoturism aflat în urma sa este de 100 m. După 40 s constată că autoturismul se află înaintea sa cu 100 m. Presupunînd că cele două autovehicule se deplasează rectiliniu și uniform, să se calculeze viteza autoturismului și distanțele străbătute de cele două autovehicule în acest timp.

1.73. Punctele A și B se găsesc la distanța „d". Din A pornesc simultan către B două mobile cu vitezele v_1 și $v_2 (v_1 > v_2)$. Cînd primul mobil ajunge în B, se întoarce spre A pînă ce întîlnește cel de al doilea mobil, după aceea se întoarce iar spre B, întorcîndu-se pînă la a doua întîlnire, repetînd această mișcare. Între timp cel de al doilea mobil se mișcă fără întrerupere spre B. Ce spațiu total a parcurs primul mobil pînă ce al doilea mobil a ajuns în B presupunînd că și primul atinge în final punctul B în același moment. *Aplicație:* $d=100$ m; $v_1=20$ m/s; $v_2=1$ m/s.

Ludovic Schwartz

1.74. La 10 minute de la plecarea unui ciclist cu viteza de 10,8 km/h din localitatea A spre localitatea B pleacă un motociclist din același loc cu viteza de 32,4 km/h. Motociclistul ajunge în B și se reîntoarce în A. Cunoscînd distanța $AB=3{,}6$ km, să se afe: a) unde are loc prima întîlnire; b) unde are loc a doua întîlnire; c) timpul după care are loc prima și respectiv a doua întîlnire; d) la cîte secunde de la plecarea ciclistului din A trebuie să plece motociclistul pentru a se întîlni în B (mișcările sînt considerate rectilinii și uniforme).

V. A.

1.75. Dintr-un oraș A au pornit simultan spre un oraș B un autoturism și un camion. Autoturismul ajunge în orașul B din care se reîntoarce, după 1 h de la sosire, întîlnindu-se cu acel camion la o distanță de 40 km de orașul

Scanned with OKEN Scanner

B. Știind că de la plecarea și pînă la sosirea autoturismului au trecut 5 h și că atunci cînd autoturismul a ajuns în A, camionul a ajuns în B să se calculeze: a) distanța de la A la B; b) viteza autoturismului; c) viteza camionului; d) viteza pe care ar trebui să o aibă camionul pentru a se întîlni cu autoturismul în momentul pornirii acestuia din orașul B.

Florian Brădău

1.76. Două trenuri circulă între stațiile A și B situate la distanța d, în sensuri opuse. Se consideră că între aceste stații se găsesc n stații la egală distanță. Presupunînd că trenurile au o mișcare rectilinie uniformă cu vitezele v_a și v_b, să se stabilească: a) expresia care exprimă momentul pornirii trenului din B, pentru a se încrucișa cu trenul pornit din A la momentul t, în una din stațiile intermediare; b) condiția pentru ca trenurile să se încrucișeze în una din stații, în cazul cînd ar porni din stațiile A și B în același timp.

1.77. De pe un pod, un băiat scapă o minge în apa care curge pe sub pod. Într-un minut băiatul se dezbracă și sare în apă. Apoi înoată pînă la minge, o aruncă pe mal și se întoarce tot înotînd la pod, unde ajunge la 3 minute și 20 secunde după momentul căderii mingii. Mingea o găsește la 80 m în aval de pod. Să se afle viteza apei și viteza cu care a înotat băiatul.

Carol Bukowski

1.78. Un autoturism se mișcă cu viteza $v_1=22$ m/s în spatele unui autocamion care are viteza $v_2=15$ m/s. Cînd distanța dintre ele devine $d_1=20m$ conducătorul autoturismului se angajează în depășirea camionului, dar observă în același timp un autobuz venind din sensul opus cu viteza $v_3=18$ m/s. Ce distanță minimă d_3 trebuie să existe în acest moment între autobuz și autoturism pentru a efectua în siguranță manevra de depășire, astfel ca după depășire autoturismul să fie la distanța $d_2=50$ m în fața autocamionului, să se rezolve problema într-un sistem de referință legat de autoturism. Să se schițeze pozițiile mobilelor la începutul și sfîrșitul manevrei de depășire.

C. F. 1977

1.79. Pe o foaie de hîrtie este desenat un unghi drept. O riglă se mișcă pe hîrtie cu viteza de 10 cm/s, fiind tot timpul perpendiculară pe bisectoarea acestui unghi. Muchia riglei intersectează laturile unghiului. Să se stabilească legea de mișcare a punctului de intersecție a uneia din laturile unghiului cu muchia riglei (Generalizare).

C. F. 1975

1.80. Se consideră semidreptele: Ox, Oy, Oz (Oz între Ox și Oy) se dă: $\measuredangle xOy=\alpha$ ($0<\alpha\leq 90°$). La momentul $t_0=0$ pornesc simultan din O trei mobile, pe cele trei traiectorii. Mobilul de pe Ox se deplasează uniform cu viteza v_x și ajunge după un timp t, în punctul M_x, iar cel de pe Oy se deplasează uniform cu viteza nv_x ($n\geq 1$) și ajunge după același timp t în punctul M_y. Să se afle: a) distanța M_xM_y dintre cele două mobile după timpul t;

Scanned with OKEN Scanner

b) viteza v_z cu care trebuie să se deplaseze uniform mobilul de pe Oz astfel ca la momentul t el să ajungă în M_z (M_z fiind intersecția semiaxei Oz cu M_xM_y), dacă se cunoaște $\frac{M_xM_z}{M_yM_z}=k(k>0)$.

N. Bănoiu

1.81. Două mobile A și B, pleacă simultan din punctul P și ajung simultan în punctul Q. Știind că A se deplasează rectiliniu și uniform cu viteza v, să se afle viteza lui B, dacă unghiul PBQ rămîne mereu egal cu 90°.

C. Mărăcineanu

1.82. Din punctele A și B situate la distanța d unul de altul, două puncte materiale se mișcă rectiliniu și uniform cu vitezele v_1 și v_2 în același plan ($v_1>v_2$). Fie α și β unghiurile pe care le fac direcțiile de mișcare cu dreapta AB. Să se determine condiția care trebuie realizată, pentru ca cele două mobile să se întîlnească, precum și durata mișcării.

Mircea Bostan.

1.83. Un automobilist intră cu viteza de 75 km/h pe un pod, parcurgînd lungimea podului în timp de 4 s. Știind că pe pod automobilul se mișcă uniform încetinit, ieșind cu viteza de 30 km/h, să se determine accelerația de încetinire a automobilului și lungimea podului.

Romulus Sfichi

1.84. Un mobil se mișcă uniform timp de 3 secunde parcurgînd 180 m, apoi continuă mișcarea uniform accelerat cu $a=2$ m/s². După 5 secunde e frînat brusc și în 7 secunde se oprește. Să se afle: a) viteza lui în momentul frînării; b) accelerația pe timpul frînării.

Ion Butulescu

1.85. Un tren a cărui lungime este $l=160$ m se deplasează rectiliniu uniform accelerat. Pe marginea terasamentului căii ferate se găsesc doi observatori situați la distanța $d=472{,}5$ m unul de celălalt. Pentru primul observator trecerea trenului durează $t_1=20$ s, iar pentru cel de al doilea, $t_2=10$ s. 1) Care este accelerația trenului; 2) ce viteză are trenul în momentul trecerii locomotivei prin dreptul fiecărui observator?

N. Chiorcea

1.86. Un automobil pleacă din repaus avînd o accelerație constantă $a=1{,}5$ m/s². În a cîta secundă după plecare, automobilul parcurge un spațiu $s=0{,}75$ m?

Romulus Sfichi

1.87. Un tren se mișcă cu viteza de 108 km/s. Trecînd printr-o zonă de restricție timp de 3 minute, în care viteza este limitată la 54 km/h, i se imprimă trenului o accelerație de frînare de 0,2 m/s², astfel că viteza se micșorează la valoarea corespunzătoare. Se cere: timpul cît a durat mișcarea

Scanned with OKEN Scanner

uniform încetinită, înainte de zona de restricție și spațiul străbătut pînă la terminarea acestei zone din momentul în care începe frînarea.

Leontin Domide

1.88. Un mobil parcurge un spațiu $\Delta S=36$ m între momentele $t_1=16$ s și $t_2=20$ s. Considerînd mișcarea rectilinie uniform variată, să se calculeze viteza mobilului la momentul t_1 cînd: a) mobilul pleacă din repaus; b) mobilul are viteza inițială de 1,5 m/s.

Claudia Buliga

1.89. Un tren accelerat face o cursă de probă pe o distanță de 9 km. Pornind uniform accelerat atinge viteza de 90 km/h într-un minut și 40 secunde. Apoi își continuă drumul cu viteză constantă. Cu 1100 m înainte de capătul distanței de probă, trenul începe să frîneze pînă se oprește. a) Care este accelerația trenului pe prima porțiune de drum? b) care este accelerația de frînare pe porțiunea finală a cursei? c) ce distanță a parcurs în mișcarea uniform accelerată? d) ce interval de timp a trecut din momentul începerii frînării pînă la oprire? e) să se construiască graficul vitezei.

C. F. 1963

1.90. Un tren accelerat trece prin stația A situată în dreptul pietrei kilometrice 100 și ajunge în stația B în felul următor: din stația A se deplasează rectiliniu și uniform pînă în dreptul pietrei kilometrice 160 cu viteza de 90 km/h după care accelerează pînă în dreptul pietrei kilometrice 175. Din dreptul acestei pietre începe frînarea pentru a se opri în stația B. Se dă accelerația trenului înainte și după trecerea prin dreptul pietrei kilometrice 175: $a_1=0{,}02$ m/s² și $a_2=0{,}5$ m/s². Se cere: a) timpul în care trenul ajunge în dreptul pietrei kilometrice 160; b) viteza trenului în dreptul pietrei kilometrice 175; c) distanța parcursă de tren pînă la oprire; d) distanța dintre stațiile A și B.

I. Brînzaru

1.91. Un tren aflat în plină viteză, apropiindu-se de o gară este frînat și capătă o mișcare uniform încetinită. Un călător se uită pe geam și vede că distanța între două piatre hectometrice este parcursă în 8 secunde, apoi pînă la a treia piatră hectometrică mai face 9 secunde. Să se afle distanța de la a treia piatră pînă la oprire, călătorul fiind considerat reperul mobil.

H. Gorcea

1.92. Ajungînd în apropierea destinației, conducătorul unui autocamion începe să încetinească viteza, astfel încît camionul se mișcă uniform încetinit pînă la oprire. Cunoscînd că viteza camionului în momentul în care a început încetinirea vitezei era „v_0“ km/h, accelerația încetinitoare „a“ m/s² și că traiectoria camionului era rectililinie, să se determine spațiul parcurs de camion în cea de a „n“a secundă de la începerea mișcării uniform încetinite. *Aplicație:* $v_0=72$ km/h; $a=-1$ m/s²; $n=10$.

Romulus Sfichi

Scanned with OKEN Scanner

1.93. Să se determine timpul și viteza medie cu care parcurge un tren distanța „D" km între două stații A și B dacă se oprește în „n" stații intermediare cîte „m" minute în fiecare stație. Pornirea și oprirea se face cu accelerația „a" m/s² și pe distanța „d" m. *Aplicație:* $D=600$ km; $n=4$; $m=5$ min; $a=0{,}5$ m/s²; $d=400$ m.

Romulus Sfichi

1.94. Un avion pleacă din repaus cu o accelerație de demaraj $a_1=5$ m/s² realizînd după un anumit timp viteza $v_1=180$ km/h. În continuare, avionul parcurge cu viteza v_1 distanța $d_2=100$ m, după care pilotul accelerează din nou motorul, astfel încît avionul cu accelerația $a_2=6$ m/s², realizează după un anumit timp viteza de desprindere de sol $v_2=396$ km/h. Să se determine timpul necesar avionului spre a se desprinde de sol și distanța parcursă pînă la desprindere știind că pista de decolare este perfect orizontală, iar mișcarea avionului este rectilinie.

Romulus Sfichi

1.95. Știind că un mobil se mișcă uniform accelerat și că $1/n$ din distanța totală parcursă de mobil este străbătută în ultimile ($n'=\sqrt{n^2-n}$) secunde, să se determine timpul în care mobilul parcurge întreaga distanță ($v_0=0$).

Remus Chină

1.96. Un mobil avînd viteza inițială v_0 se deplasează într-o mișcare uniform variată de accelerație a. În a n-a secundă a deplasării parcurge un spațiu egal cu spațiul parcurs în precedentele $(n-1)$ secunde. Stabiliți condițiile de posibilitate ale problemei (relația dintre v_0 și a). Este necesară vreo condiție pentru cazul $v_0=0$?

Bratu Polidor

1.97. Conducătorul unui autocamion începe să încetinească viteza, astfel încît camionul se mișcă uniform încetinit pînă la oprire. Știind că spațiul parcurs de autocamion în cea de n-a secundă de la începerea mișcării uniform încetinită este S_n, iar în cea de a m-a secundă este S_m, să se calculeze: a) timpul de mișcare al autocamionului de la începutul frînării pînă la oprire; b) spațiul parcurs de autocamion pînă la oprire. *Aplicație:* $n=6$; $S_n=36$ m; $m=10$; $S_m=20$ m.

Ștefan Varga

1.98. Un corp pornește fără viteză inițială. În prima secundă el parcurge un spațiu egal cu un metru; în a doua secundă parcurge un spațiu egal cu doi metri și așa mai departe, în a n-a secundă parcurge un spațiu egal cu n metri. Este aceasta o mișcare uniform accelerată? De ce?

C. F. 1972

1.99. Un tren intră într-o curbă de rază „R" m cu o viteză „v" m/s. La intrarea în curbă mecanicul începe să frîneze, astfel încît după ce trenul parcurge „d" m, el își reduce viteza de $1/N(N>1)$ ori față de viteza inițială.

Scanned with OKEN Scanner

Considerînd mişcarea trenului uniform încetinită, să se determine timpul în care trenul şi-a redus viteza de $1/N$ ori, precum şi acceleraţia trenului în acest caz. *Aplicaţie:* $R=500$ m. $v=90$ km/h; $d=600$ m; $N=3$.

Romulus Sfichi

I.100. Cu un mobil ce poate accelera cu a_1 m/s² şi poate frîna cu a_2 m/s² trebuie să străbatem o distanţă X m, plecînd din repaus. Cum trebuie să se efectueze această mişcare pentru a parcurge în timp minim distanţa X, şi care este valoarea acestui timp? Viteza finală este zero.

Vasile Bratu

I.101. Două automobile pleacă din acelaşi loc şi în acelaşi sens cu acceleraţiile $a_1=1{,}5$ m/s² respectiv $a_2=1$ m/s² mergînd accelerat pînă ce între ele este o distanţă de 100 m apoi deplasîndu-se uniform. La 0,9 km de la plecare, primul automobil frînează, oprirea avînd loc pe 90 m. Să se afle: 1) timpul cît a durat acceleraţia; 2) viteza automobilelor în mişcarea uniformă; 3) distanţa dintre automobile cînd primul se opreşte.

Vasile Turdăşan

I.102. Pe o şosea, un biciclist, avînd o mişcare uniformă, întîlneşte un automobil, în clipa cînd acesta porneşte din repaus cu o acceleraţie constantă de 0,5 m/s² şi se deplasează în acelaşi sens cu biciclistul. Să se afle timpul după care se întîlnesc din nou cele două mobile şi viteza biciclistului, dacă după 2 secunde de la a doua întîlnire, mobilele se aflau la 5 m depărtare.

Marian Scheffel

I.103. Prin dreptul unui punct „0" de pe Dunăre trece şalupa „Săgeata" cu viteza de 10 m/s, în sens invers curentului. Viteza de curgere a apei este de 4 m/s. În acelaşi moment, din O, porneşte o barcă cu motor, uniform accelerat, din repaus, cu acceleraţia 1,6 m/s², în sensul apei, iar după 7 secunde o altă şalupă în acelaşi sens cu aceasta, acceleraţia ei fiind de 1,2 m/s². Se cere timpul necesar ca ultima şalupă să se afle la egală distanţă de primele două ambarcaţiuni, precum şi spaţiile parcurse şi vitezele faţă de mal în acel moment, traiectoriile fiind paralele cu malul.

I. Preda

I.104. Două trenuri se deplasează unul către celălalt pe două linii paralele, astfel încît la timpul $t=0$, distanţa dintre ele este de 640 m. Cunoscînd că primul tren se deplasează uniform cu viteza de 72 km/h, iar al doilea uniform accelerat cu viteza iniţială de 7,2 km/h şi acceleraţia de 1 m/s², să se determine: a) după cît timp se întîlnesc cele două trenuri; 2) care este locul de întîlnire al trenurilor; 3) care este viteza trenului al doilea la locul de întîlnire.

Romulus Sfichi

I.105. După 2 min. şi 10 sec. un mobil care pleacă din punctul 0, mergînd rectiliniu şi în acelaşi sens ajunge în punctul A cu o viteză de 36 km/h. Din acest moment mobilul se mişcă uniform accelerat cu acceleraţia de 1/30 m/s²

Scanned with OKEN Scanner

pînă ajunge în punctul B. Din B mobilul se mișcă uniform încetinit pînă ajunge în punctul final C cu accelerația de -1 m/s². Distanța AC mobilul o parcurge în 5 minute și 20 secunde. De la pornire și pînă la oprire mobilul a parcurs 5,74 km. Se cere: a) cît timp mobilul a mers uniform accelerat și cît timp mobilul a mers uniform încetinit; b) viteza medie pe distanța OA.

V. Săseanu

I.106. Printr-o gară trece un tren cu viteza de 54 km/h. În același moment, pe o linie paralelă cu prima și în același sens, pleacă un alt tren cu accelerația constantă de 0,5 m/s². Să se calculeze: a) timpul necesar pentru ca cel de al doilea tren să-l ajungă pe primul; b) spațiul parcurs de cele două trenuri pînă în acel moment; c) viteza celui de al doilea tren în momentul respectiv; d) considerînd că din acel moment, cel de al doilea tren se va mișca cu accelerația de -1 m/s², după cît timp cele două trenuri se vor reîntîlni?

D. Bucaciuc

I.107. Pe o linie de cale ferată și pe o șosea, paralele, se deplasează alături cu aceeași viteză de 36 km/h un tren și un autocamion. Cu 500 m înainte de stație, trenul este frînat și se oprește la peron, iar autocamionul își continuă mișcarea cu aceeași viteză. Să se determine: a) accelerația și timpul de frînare; b) distanța față de gara la care ajunge autocamionul în momentul opririi trenului. După o staționare de 100 secunde trenul pleacă uniform accelerat pentru a ajunge autocamionul la 4,5 km de stație; c) care este accelerația ce trebuie imprimată trenului și ce viteză va avea în momentul în care ajunge autocamionul?

V. Iușan

I.108. Două corpuri A și B, se apropie uniform pe traiectorii perpendiculare cu lungimile $l_1=190$ m și $l_2=65$ m. Știind că viteza primului corp este de 3 ori mai mare decît a celui de al doilea și că distanța dintre ele după 10 s este de $\sqrt{125}$ m, să se afle vitezele celor două corpuri. După 10 s unul dintre corpuri își accelerează mișcarea pentru a-l întîlni pe celălalt. Să se afle accelerația acelui corp și viteza lui în momentul întîlnirii.

Doina Vasile

I.109. Două trenuri, avînd raportul vitezelor egal cu k, se apropie uniform, pe direcții perpendiculare. În momentul întîlnirii locomotivelor, distanța dintre ultimile vagoane era „d". Ultimele vagoane trec peste și pe sub pod în același moment. Dacă trenului mai lung i s-ar imprima o accelerație de frînare a, s-ar opri pe o distanță egală cu lungimea sa. Cît timp ar fi trecut trenurile unul pe lîngă celălalt, dacă apropierea se făcea pe direcții paralele? *Aplicație:* $k=\frac{5}{4}$; $d=20\sqrt{41}$ m; $a=2{,}5$ m/s².

P. Păunescu

Scanned with OKEN Scanner

I.110. Un automobil pleacă din punctul A, din repaus, cu o accelerație constantă de 1 m/s². Peste 15 s trece prin punctul A în aceeași direcție și în același sens un alt automobil, cu viteza constantă de 144 km/h. a) În cazul de mai sus, automobilele se întîlnesc de două ori. Să se calculeze locurile și timpurile după care se întîlnesc, față de momentul și locul de plecare al primului automobil; b) cu ce viteză constantă ar trebui să treacă prin A (după 15 s de la plecarea primului automobil) al doilea automobil pentru ca cele două vehicule să se întîlnească numai o dată? c) cu ce accelerație constantă trebuie să pornească din A, primul automobil pentru a nu fi ajuns de automobilul ce trece prin A (după 15 s de la plecarea primului) cu viteza constantă de 144 km/h?

I. Liţoiu

I.111. O mașină merge pe mijlocul unei străzi de lățime $D=20$ m cu o viteză de 72 km/h. Perpendicular traversează un pieton cu viteza de 3,6 km/h, mașina găsindu-se la o distanță de $S=200$ m. Cunoscînd dimensiunile mașinii $l_1=5$ m; $l_2=2$ m, să se afle care va fi accelerația de frînare și care de accelerare, pentru a evita accidentul?

Vasile Barbu

I.112. Dintr-un punct pleacă pe aceeași traiectorie dată, în același sens, un mobil cu viteza constantă $v=1$ m/s, și după un anumit timp t_0 un al doilea mobil cu viteza inițială $v_0=4$ m/s și accelerația tangențială constantă $a=-1$ m/s². Să se afle condiția pentru t_0 astfel ca timpul de la pornirea primului mobil pînă la cea de a doua întîlnire a mobilelor să fie independent de t_0 și să se calculeze acest timp de întîlnire, presupunînd condiția verificată. Al doilea corp după oprire rămîne pe loc.

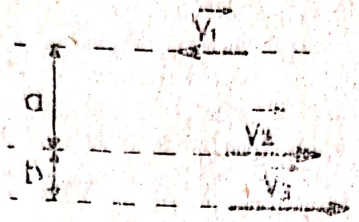
A. Hristev

I.113. Două autovehicule A și B se deplasează în același sens pe o șosea rectilinie, ambele avînd mișcări uniforme. Autovehiculul B de viteză v_2 în momentul în care se află la distanța d în urma autovehiculului A, începe să frîneze și se mișcă uniform încetinind pînă la oprire, cu accelerația a, în timp ce autovehiculul A își continuă mișcarea uniformă. Să se determine: 1) timpul necesar pînă la întîlnirea celor două autovehicule, socotit din momentul începerii frînării autovehiculului B, cunoscînd că cele două autovehicule se întîlnesc o singură dată; 2) distanța pînă la întîlnire, începînd din același moment; 3) viteza autovehiculului A. Să se interpreteze soluția problemei. *Aplicație:* $v_2=16$ m/s; $d=500$ m/s; $a=0{,}1$ m/s².

Romulus Sfichi

I.114. Trei vapoare se deplasează pe trei direcții paralele, distanțele dintre direcții fiind $a=400$ m și $b=200$. Cunoscînd vitezele a două dintre va-

poare $v_1 = 12$ km/h și $v_2 = 16$ km/h, să se calculeze viteza celui de al treilea vapor, astfel încît cele trei vapoare să se găsească în permanență în linie dreaptă.



C. F. 1973

I.115. Trei mobile pleacă dintr-un punct cu accelerații egale. Pe ce direcții au plecat dacă în orice moment vitezele relative ale fiecărui mobil în raport cu celelalte două sînt egale?

Mihail Sandu

CAPITOLUL II

Interacțiunea

II.1. Să se calculeze rezultanta forțelor concurente F_1 și F_2 formînd între ele unghiul α. *Aplicație:* a) $F_1 = 3$N, $F_2 = 5$N și $\alpha_1 = 60°$; b) $F_1 = 8$N, $F_2 = 5$N și $\alpha_2 = 120°$.

Roman Moraru

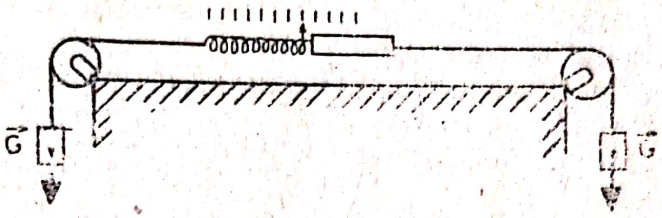
II.2. Se compun trei forțe concurente în spațiu. Știind că $F_1 = F_2 = 10$N și $F_3 = 10\sqrt{2}$N, iar unghiurile dintre ele sînt drepte, să se determine: a) rezultanta acestor forțe; b) unghiul făcut de rezultantă cu fiecare din cele trei forțe.

Andrei Vrînceanu

II.3. Fie A, B, și C trei puncte coplanare ale unui corp, astfel încît să determine un triunghi isoscel cu unghiul de la vîrf A = 30°. În punctul C, în sensul de la A la C, acționează o forță F, iar în B, în sensul de la A spre B, o forță de „n" ori mai mare. Să se determine mărimea și poziția rezultantei care acționează asupra corpului. *Aplicație:* $F = 3\sqrt{7}$N, $n = \sqrt{3}$.

Gh. Căpitan

II.4. Ce indică dinamometrul din fig. II.4: a) zero, b) $2G$; c) G. Justificați răspunsul.



C. F. 1977

II.5. Ce viteză trebuie să aibă un proiectil cu masa de 20 kg pentru ca să străpungă o placă groasă de 6 cm și care opune la pătrundere o rezistență de 1 500 N?

II.6. O mașină de performanță este echipată cu un motor de reacție. Ce putere are motorul pentru ca mașina, care are masa de 1t, să atingă viteza record de 720 km/h în timp de 2 secunde? Se vor neglija frecările.

Radu Ion.

II.7. Un tun cu o țeavă de aproximativ doi metri trage cu proiectile de 1,96 kg. Știind că proiectilul iese din țeavă cu viteza de 500 m/s și că forța care acționează asupra proiectilului este constatată, să se calculeze această forță.

Ion Militaru

II.8. Un glonte cu masa 10 g și cu viteza de 500 m/s lovește o scîndură groasă de 2 cm, o străbate și iese din ea cu viteza de 300 m/s. Să se calculeze forța medie de rezistență a scîndurii.

Victor Cînepă

II.9. Un glonte cu masa m și cu viteza v lovește un perete omogen și gros și care opune o forță medie de rezistență F. Să se determine: 1) grosimea peretelui în condiția în care glontele străbate acest perete și iese cu o viteză de n ori mai mică decît viteza de intrare; 2) ce grosime ar trebui să aibă peretele, astfel încît glontele să se oprească la jumătatea lui. *Aplicație:* $m=20$ g; $v=600$ ms^{-1}; $F=3\cdot10^4$N; $n=2$.

Romulus Sfichi

II.10. Un automobil cu o greutate de 15 000 N are o viteză de 60 km/h. El este frînat cu o forță de 900 N. Se cere: a) accelerația în timpul frînării; b) timpul după care se oprește automobilul; c) distanța parcursă de automobil de la începutul frînării pînă la oprire.

Concurs admitere, 1964, Brașov.

Scanned with OKEN Scanner

II.11. Un motociclist porneşte din repaus cu o mişcare uniform accelerată şi atinge după 2,5 km de mers o viteză de 60 km/h. Apoi merge timp de 2 ore cu viteză constantă. Ştiind că motociclistul şi motocicleta cîntăresc 200 kg, să se afle: a) acceleraţia primită de mobil pe distanţa de 2,5 km; b) timpul necesar parcurgerii acestei distanţe; c) forţa de frînare necesară, ca după 20 secunde viteza motocicletei să fie redusă la zero; d) spaţiul parcurs de motociclist.

R. Păunescu — E. Stavăr

II.12. Se ştie că printr-o aşezare judicioasă a planului pînzei, barca poate înainta „contra vîntului". Explicaţi aceasta cu ajutorul operaţiei de descompunere a forţelor pe două direcţii date. Stabiliţi ce poziţie trebuie să aibă planul pînzei faţă de direcţia vîntului şi cea de înaintare a bărcii, pentru ca forţa care se exercită asupra ambarcaţiunii să fie maximă.

Iunian Chelu

II.13. Un corp cu masa de 1 kg pornind din repaus, străbate într-un minut, cu o mişcare uniform accelerată, distanţa de 1 800 m. Se cere: a) acceleraţia mişcării; b) forţa care produce această mişcare; c) lucrul mecanic efectuat de forţă; d) puterea medie dezvoltată de forţă în prima şi ultima secundă a mişcării.

C. A. 1965, Timişoara

II.14. Un vagon de tramvai cu masa de 8 tone se mişcă uniform cu viteza $v=18$ km/h. Prin frînare el se opreşte după ce străbate distanţa $S=25$ m mişcîndu-se uniform încetinit. Să se afle: a) forţa de frînare F; b) timpul t după care se va opri vagonul; c) cît de mare este lucrul mecanic al acestei forţe.

C. A. 1964, Iaşi

II.15. Un corp cu masa de 100 kg are o mişcare rectilinie, uniform accelerată, cu viteza iniţială 2 m/s. Asupra lui acţionează două forţe, dintre care una are intensitatea de $200\sqrt{3}$ N şi face un unghi de 30° cu direcţia mişcării, iar a doua are intensitatea de 200 N. Să se afle unghiul pe care îl face a doua forţă cu direcţia mişcării şi spaţiul parcurs de corp între momentele de timp $t_1=5$ s şi $t_2=10$ s.

Ioan Midvichi

II.16. Care este unghiul vîrfului unei pene cu secţiunea în formă de triunghi isoscel, ştiind că materialul lemnos de despicat cu pana este omogen şi opune o rezistenţă de „n" ori mai mare decît forţa cu care este bătută pana? Se va neglija frecarea dintre pană şi lăcaşul ei. *Aplicaţie* $n=2$.

Romulus Sfichi

II.17. În două bărci aflate pe lîngă malurile unui rîu cu lăţimea d se află două persoane, care ţin în mîini capetele unei frînghii. Fiind date masele totale ale celor două bărci, viteza apei şi ştiind că fiecare persoană trage de

Scanned with OKEN Scanner

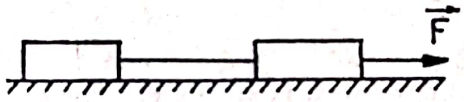
sfoară cu cîte o forță cunoscută să se determine: 1) forma traiectoriei bărcilor; 2) după cît timp și unde se vor întîlni.

Mihail Sandu

II.18. Un plan orizontal de masă M se deplasează rectiliniu sub acțiunea unei forțe F. Sub un unghi α cu direcția de deplasare a planului, și tangent la suprafața acestuia se aruncă un corp cu viteza v_0. Considerînd frecarea neglijabilă, să se studieze mișcarea corpului pe plan.

Gheorghe Peltea

II.19. Sistemul format din două corpuri de mase egale m și firul de legătură cu masa m_0 este acționat de o singură forță exterioară F, ca în fig. II.19 (frecarea se neglijează). 1) Să se determine accelerația acestui sistem; 2) ce condiție trebuie să îndeplinească sistemul pentru ca, prin neglijarea masei firului accelerația să poată fi determinată cu o eroare relativă de 1%? 3) să se determine forțele interioare sistemului; 4) ce relație este între modulul forței exterioare și modulele forțelor interioare? 5) generalizați relația de la punctul 4 pentru un sistem cu n corpuri; 6) imaginați un circuit electric analog acestui sistem mecanic. În cadrul acestei analogii legea a II-a a mecanicii să corespundă legii lui Ohm; 7) care sînt mărimile mecanice și cele electrice care corespund prin această analogie?



Iunian Chelu

II.20. De ce o mașină „grea" trebuie să aibă frîne mai „puternice" decît una „ușoară"?

II.21. Un punct material de masă $m=0{,}50$ kg se mișcă uniform pe un cerc cu viteza $v=2$ m/s. Să se afle variația impulsului pentru: a) un sfert de perioadă; b) o jumătate de perioadă; c) o perioadă.

C. F. 1977

II.22. De ce fotbaliștii „își fac vînt" atunci cînd execută lovituri libere?

II.23. Pentru ce sportivii cînd aruncă greutăți își fac vînt?

II.24. De ce atunci cînd nu e vînt, o plută încărcată plutește mai repede decît una mai puțin încărcată?

II.25. Pentru a îndepărta praful, hainele sau covoarele sînt scuturate sau bătute cu bătătorul. Explicați aceste două procedee (prin ce se aseamănă și prin ce se deosebesc).

C. F. 1977

Scanned with OKEN Scanner

II.26. Un muncitor sparge lemne cu toporul. La un moment dat toporul a rămas înfipt într-un butuc. Cum trebuie să procedeze pentru a sparge mai uşor butucul: să lovească peste suportul rigid cu butucul în jos sau cu dosul toporului în jos. De ce?

C. F. 1977

II.27. De ce este greu să baţi un cui într-un gard fixat prost, care balansează? Cum trebuie să procedăm pentru a bate cuie cu uşurinţă?

C. F. 1972

II.28. Din practică se ştie că este mai uşor să sari pe ţărm de pe un şlep decît dintr-o barcă uşoară. De ce? Să se compare în cele două cazuri viteza şi energia dezvoltată de om.

C. F. 1973

II.29. De ce veverița are coadă lungă? Dar vulpea?

II.30. Ce are racheta comun cu caracatița?

II.31. Un glonţ de 20 g părăseşte arma cu viteza de 1 000 m/s. Să se calculeze: a) viteza de recul a armei, ştiind că masa ei este de 8 kg ;b) acceleraţia glonţului, ştiind că lungimea ţevii este de 1 m şi presupunînd că mişcarea este uniform accelerată; c) forţa dezvoltată de gazele care au imprimat glonţului această acceleraţie.

M. Müller

II.32. Un trăgător cu patine găsindu-se pe gheaţă, trage un foc de armă. Să se afle distanţa parcursă de trăgător datorită reculului, ştiind că masa armei este de 400 ori mai mare decît masa glonţului, iar greutatea vînătorului este de 20 ori mai mare decît greutatea armei. Se mai cunoaşte acceleraţia de frînare egală cu 1 cm/s² şi viteza glonţului egală cu 500 m/s.

Panaite Forţu

II.33. Se lansează o rachetă de 306 kg (cu tot cu încărcătură). Racheta efectuează 15 explozii pe secundă, iar la o explozie se degajă 200 g de gaz, cu viteza de ieşire de 800 m/s. a) Să se calculeze forţa de reacţie a gazelor asupra rachetei după 2 secunde de la lansare; b) să se calculeze acceleraţia rachetei după 6 secunde de la lansare ($g=10$ m/s²).

D-tru. Braşoveanu

II.34. Două corpuri de mase „m_1" şi „m_2" se găsesc pe un plan orizontal fără frecare la distanţa „d". Asupra lor acţionează forţele „F_1" şi „F_2" de sens contrar. a) După cît timp se vor întîlni corpurile ştiind că au pornit din re-

Scanned with OKEN Scanner

paus; b) ce spațiu a străbătut fiecare corp; c) considerînd ciocnirea neelastică, cu ce viteză va porni sistemul după ciocnire? *Aplicație:* $d=2$ m; $m_1=3$ kg; $m_2=2$ kg; $F_1=27$ N; $F_2=32$ N.

I. Matra

II.35. Două bărci, fiecare de masă M, se mișcă pe direcții paralele apropiate una de cealaltă, cu aceiași viteză v. În momentul întîlnirii, între bărci se face un schimb de corpuri de aceeași masă m. Se vor considera separat două cazuri: 1) schimbul se face simultan; 2) schimbul se face succesiv. Să se calculeze vitezele finale ale bărcilor și pierderea de energie cinetică totală a sistemului. Să se discute și să se compare cele două cazuri în funcție de valorile posibile ale masei m.

C. F. 1973

II.36. O barcă merge paralel cu malul unui lac cu viteza de 2 m/s avînd masa de 200 kg; în ea sare un om, perpendicular pe direcția de deplasare a bărcii, cu viteza de 5 m/s, avînd masa de 60 kg. Să se afle: 1) viteza cu care se va mișca barca cu omul în ea;) 2) dacă omul sare din barcă în apă în sens opus deplasării bărcii cu viteză relativă de 4 m/s, cu ce viteză se va deplasa barca, dacă avea viteza de la punctul 1).

I. Mustea

II.37. Două sfere neelastice de masă m_1 și m_2 se mișcă pe aceeași direcție și în același sens cu vitezele v_1 și v_2. Ce raport există între masele lor dacă: a) viteza după ciocnire este medie aritmetică a vitezelor înainte de ciocnire; b) viteza după ciocnire este medie geometrică a celor două viteze; c) viteza după ciocnire este medie armonică a vitezelor v_1 și v_2?

Gh. I. Căpitan

II.38. Două corpuri de mase $m_1=20$ kg și $m_2=30$ kg, avînd vitezele de 2 m/s și respectiv 3 m/s, se ciocnesc neelastic sub un unghi de 90° în planul orizontal. Să se afle modulul și direcția vitezei după ciocnire.

B. Leibovici și M. Tironiac

II.39. Demonstrați că efectul ciocnirii plastice succesive a n bile de masă m cu o bilă de masă M este același cu a celor n bile deodată.

Vasile Bratu

II.40. Ce lucru mecanic se efectuează pentru frînarea unui vagon cu masa de 10 t, dacă merge cu viteza de 20 km/h?

Ovidiu Nica

II.41. O piatră cu masa de 20 kg, cade de la înălțimea de 30 m; ce lucru mecanic efectuează în urma căderii?

II.42. Un halterofil ridică o masă de 140 kg la înălțimea de 2,1 m în timp de 1,5 secunde. Ce lucru mecanic și ce putere a consumat halterofilul?

Scanned with OKEN Scanner

II.43. Sub acțiunea unei forțe constante un mobil cu masa de 400 kg, plecînd din repaus, străbate în 8 secunde un spațiu AB. Cunoscînd că energia cinetică a mobilului în punctul B este de 3 200 J, să se calculeze: a) accelerația cu care se mișcă mobilul; b) forța care produce această accelerație; c) spațiul AB străbătut de mobil.

C. A. 1964, Galați

II.44. Un corp cu masa 20 kg, pornind din repaus sub acțiunea unei forțe, execută o mișcare rectilinie uniform accelerată. El străbate în prima secundă o distanță de 1 m. Să se calculeze: a) accelerația mișcării; b) viteza corpului la 5 minute de la plecare; c) valoarea forței care acționează asupra corpului; d) lucrul mecanic efectuat de forțe în acest timp.

C. A. 1964, Brașov

II.45. O locomotivă (cu plug) de masă m și viteză v, trece printr-un strat de zăpadă. La ieșirea din acest strat, viteza sa este cu Δv mai mică. Să se calculeze lucrul mecanic consumat în acest strat parcurs în timpul t, presupunînd că puterea P a locomotivei a rămas constantă.

K. V.

II.46. O forță $F=200\cdot10^{-5}$ N acționează asupra unei mase $m=500$ g în timpul $t=10$ s. Să se calculeze: a) accelerația, viteza și drumul parcurs de corp; b) lucrul mecanic efectuat și energia cinetică pe care o posedă corpul.

C. A. 1964, Iași

II.47. Un corp cu masa de 10 kg se mișcă după legea $S(t)=8t^2+\alpha t+\beta$ a) să se determine α și β știind că la momentul $t=2$ s, viteza era de 16 m/s, iar spațiul parcurs era de 64 m; b) să se afle energia cinetică a mobilului la momentul $t=10$ s.

V. Cînepă

II.48. Două puncte materiale A și B avînd masele m_1 și m_2 se deplasează uniform cu vitezele v_1 și v_2 pe două direcții, care fac între ele unghiul α. În momentul inițial punctele se află la distanța d_1 și d_2 față de intersecția O a celor două direcții. Se cere: 1) să se stabilească condiția de întîlnire a celor două mobile; 2) traiectoria centrului de masă al sistemului format de aceste puncte, pînă la ciocnirea lor perfect elastică; 3) viteza centrului de masă pînă la ciocnire; 4) traiectoria și viteza sistemului după ciocnirea plastică a punctelor; 5) variația energiei sistemului produsă în timpul ciocnirii, Δw; 6) să se stabilească între care limite variază Δw în funcție de unghiul α.

C. F. 1970

II.49. Un corp de masă m_1 lovește un corp de masă m_2 aflat în repaus. Ciocnirea este plastică (total neelastică). Cît la sută din impulsul său transferă primul corp celui de-al doilea? *Aplicație:* a) $m_1=m_2$; b) $m_2=99\ m_1$; c) $m_2=0{,}01\ m_1$.

C. F. 1977

Scanned with OKEN Scanner

II.50. Două corpuri avînd masele $m_1=m_2=8$ kg se deplasează după două direcţii orizontale ce formează unghiul $\alpha=60°$ între ele. Cele două corpuri îşi continuă drumul împreună după ciocnire (ciocnire plastică). Vitezele lor înainte de ciocnire erau egale. Să se afle aceste viteze dacă în urma ciocnirii sistemul alcătuit din cele două corpuri a pierdut energia cinetică $\Delta E=1\,600$ J.

Ioan Dnuică Zeletin

II.51. Să se determine pierderea de energie la ciocnirea neelastică sub un unghi de 90° a două bile de mase m_1 şi m_2 ale căror viteze înainte de ciocnire sînt respectiv v_1 şi v_2.

V. Ionescu

II.52. Două corpuri perfect elastice de mase $m_1=3$ kg şi $m_2=9$ kg, se deplasează cu vitezele $v_1=3$ m/s şi $v_2=4$ m/s pe aceeaşi direcţie şi în acelaşi sens, corpul m_2 apropiindu-se în mod constant de corpul m_1. La momentul iniţial distanţa dintre corpuri era de 60 m. Care va fi distanţa dintre corpuri la momentul $t=300$ secunde?

Tiberiu Ţugui

II.53. Un corp de masă $m_1=1$ kg se deplasează cu $v_1=27$ m/s. Acest corp ciocneşte perfect elastic un alt corp aflat în repaus, care la rîndul lui ciocneşte perfect elastic un al treilea corp aflat tot în repaus. După această a doua ciocnire corpurile obţin viteze egale în valori absolute. Să se calculeze: a) viteza corpurilor după a doua ciocnire; b) vitezele corpurilor după a treia ciocnire; c) viteza centrului de masă a sistemului format din cele trei corpuri; d) energia cinetică finală ale corpurilor.

Pal Balogh

II.54. Trei corpuri de masă m_1, m_2 şi m_3 se găsesc în trei puncte coliniare. Corpurile doi şi trei sînt în repaus, iar corpul unu se găseşte în mişcare. a) Să se găsească condiţia ca corpul doi să sufere cel puţin trei ciocniri; b) care va fi sensul de deplasare al corpului doi după a treia ciocnire? *Obs:* Corpurile sînt aşezate în ordinea numerotării, iar ciocnirile sînt perfect elastice.

Pal Balogh

II.55. Patru bile perfect elastice sînt aşezate în ordine în linie dreaptă pe un plan neted, fără frecare. Se imprimă primei bile o anumită viteză: ea ciocneşte bila a doua care la rîndul ei loveşte bila a treia, iar aceasta loveşte bila a parta. Cunoscînd masa m_2 a celei de a doua bile precum şi masa m_4 a celei de a patra bile, se cere a se determina masa bilei a treia, astfel încît viteza celei de a patra bile să fie maximă.

Romulus Sfichi

II.56. Se consideră n bile elastice de mase respectiv: m; $2m$; $3m$... nm cu centrele situate pe aceeaşi linie şi legate între ele prin fire mult mai lungi

Scanned with OKEN Scanner

decît distanţele dintre bile. Presupunînd firele neelastice de greutate neglijabilă să se afle viteza v_n a sistemului de n bile cînd se imprimă primei bile o viteză v_1.

Adrian Petrescu

II.57. Pe o masă de biliard se fac următoarele experimente: 1) Se loveşte cu tacul o bilă neagră. Aceasta se deplasează către un grup de două bile albe, pe care le ciocneşte simultan. Ce condiţie trebuie să se realizeze pentru ca după ciocnire viteza bilei negre să fie zero? 2) O bilă albă se află în contact cu manta, iar cea neagră se deplasează către ea ciocnind-o. Determinaţi direcţia pe care trebuie trimisă bila neagră pentru ca după ciocnire bila albă să se deplaseze tangent la mantă. Pe ce direcţie se va deplasa bila neagră după ciocnire? 3) O bilă trimisă către colţul mesei de biliard loveşte simultan pereţii. Pe ce direcţie se deplasează bila după această ciocnire? 4) O bilă este lansată astfel încît prin ciocniri succesive loveşte toţi pereţii mesei. Pe ce direcţie trebuie lansată bila pentru ca după ciocnirea cu cei patru pereţi să se deplaseze în continuare, pe aceeaşi traiectorie?

Iunian Chelu

II.58. Într-un plan orizontal se găsesc două particule A şi B. Particula A ciocneşte perfect elastic particula B aflată în repaus, după care este deviată sub un unghi θ_{max}. Cunoscînd masa particulei B, m_2, să se calculeze masa particulei A. *Aplicaţie numerică:* $\theta_{max}=60°$, $m_2=2$ kg.

Remus Chină

II.59. Pe o suprafaţă orizontală perfect şlefuită se află două corpuri cu masele egale fiecare cu m, legate printr-un resort cu lungimea l şi coeficientul de elasticitate K. Spre corpul din stînga se deplasează cu viteză mare v un al treilea corp care are de asemenea masa m. Să se demonstreze că cele două corpuri legate prin resort se vor mişca întotdeauna în acelaşi sens. Ciocnirea se consideră perfect elastică.

C. S. O. I. (Concurs de selecţie pentru O. I.)

II.60. Se consideră două corpuri parţial elastice. Dacă unul cade pe celălalt de la înălţimea de 4 m ciocnindu-l, sare înapoi în sus pînă la înălţimea de 1 m. Unul din aceste corpuri cu masa de 6 kg mişcîndu-se liber cu viteza de 2 m/s este urmat de celălalt care are masa de 2 kg şi viteza mai mare ca primul, astfel că îl ajunge din urmă şi îl ciocneşte parţial elastic. Să se afle ce viteză trebuie să aibe cel de al doilea corp, pentru ca după ciocnire să se întoarcă înapoi.

Ludovic Schwartz

II.61. O bilă de biliard se află într-un anumit punct A de pe marginea laturii mari a unei mese de biliard. Bila este dirijată prin lovire cu tacul spre una din laturile mici ale mesei de biliard. Să se determine poziţia punctului B, de pe latura mică a mesei, în care trebuie să lovească bila, astfel încît după ciocnire, aceasta să ajungă într-un punct A′ de pe cealaltă latură mare

Scanned with OKEN Scanner

a mesei, simetric cu A față de axa mare de simetrie a mesei. Coeficientul de restituire la ciocnire a bilei cu marginea mesei este K, iar latura mică a mesei este l. Să se discute poziția punctului B în funcție de valorile extreme pe care le poate avea K. Se vor neglija frecările.

Romulus Sfichi

II.62. Să se determine vitezele, unghiurile și pierderea de energie la ciocnirea elastică cu coeficientul de restituire $K(0<K<1)$ a două bile de mase m_1 și m_2 ale căror viteze înainte de ciocnire sînt $\vec{v}_{01}$ și $\vec{v}_{02}$, iar α_1 și α_2 sînt unghiurile făcute de aceste viteze cu dreapta ce unește centrele de greutate ale bilelor. Se neglijează frecarea.

Dorin Blaga

II.63. În plasma de hidrogen, între electroni (m_e) și ionii de hidrogen (protoni, m_p) au loc interacții similare ciocnirilor elastice. Deoarece viteza electronilor (v_e) este mult mai mare decît viteza ionilor (v_p) protonii pot fi consideraţi în repaus. a) Calculați pierderea relativă maximă de energie cinetică a electronului în urma ciocnirii cu ionul de hidrogen $\left(\frac{\Delta E_{c.e}}{E_{c.e.}}\right)$, în funcție de m_e și m_p (pierderea maximă se realizează pentru ciocnirea centrică și țineți seama că $m_p \gg m_e$); b) după cîte ciocniri un electron cu energie E_C ajunge să aibe energie $E_C/2$? ($m_p \simeq 1840\, m_e$).

Ioan Druică Zelelin

CAPITOLUL III

Forța și mișcarea

III.1. Care va fi forța de frînare opusă unei căruțe trasă de doi cai pe un drum asfaltat? Dar pe un drum neasfaltat? În primul caz căruța a parcurs drumul de 5 km în 18 minute în celălalt în 26 minute; puterea medie a calului 0,8 C.P.

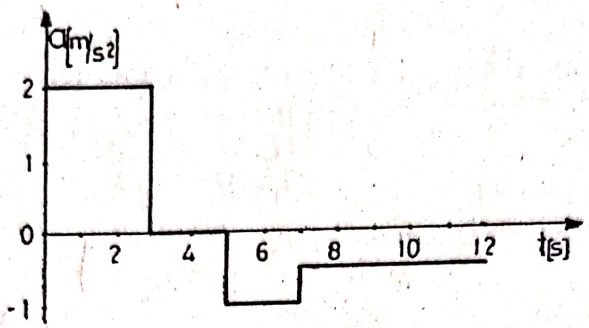
B. Baeră

III.2. De ce un cuțit ascuțit taie mai ușor ca un cuțit tocit?

Mircea Rusu

III.3. Dependența de timp a accelerației unui mobil de masă $m=4$ kg ce se deplasează cu frecare ($\mu=0,1$) pe o suprafață orizontală este indicată în figura III.3. Se cer: a) graficul dependenței de timp a vitezei mobilului;

b) spațiul parcurs de mobil în timp de 12 s; c) forța ce a acționat orizontal asupra corpului pe fiecare porțiune a mișcării (în afara de forța de frecare). ($v_0=0$, $g=10$ m/s^2).



I. Druică Zeletin

III.4. Se știe că în timpul rotirii unui corp legat cu o sfoară, forța centrifugă de inerție acționează pe direcția razei spre exterior. Dacă se rupe sfoara, corpul este aruncat pe direcția razei? De ce?

Mihail Sandu

III.5. În timpul trecerii unui atelier mobil printr-o curbă a unei șosele, cu viteza de 54 km/h, se cîntărește un corp cu un cîntar cu arc suspendat de tavanul atelierului, indicîndu-se 100 N. Greutatea reală a corpului este egală cu 98 N. Neglijînd masa cîntarului, se cere să se calculeze: a) raza de curbură a șoselei; b) unghiul pe care îl face direcția cîntarului cu verticala.

L. Ionescu

III.6. Să se afle turația „n" cu care trebuie rotit un fir de cauciuc de capătul căruia se leagă un corp cu masa „m" pentru ca alungirea firului să fie Δl. Se dă coeficientul de elasticitate „k" al cauciucului, lungimea firului „l", precum și secțiunea lui „s". (Se neglijează forța centrifugă care apare la învîrtirea firului fără corpul legat la un capăt, precum și frecarea cu aerul).

A. Marian

III.7. Un tren se înscrie într-o curbă a cărei rază este $R=1\,000$ m, viteza fiind de 25,2 km/h. În timpul mișcării se desprinde ultimul vagon. După ce a străbătut 89 m vagonul se oprește. Considerînd mișcarea uniform încetinită să se calculeze: a) timpul după care se oprește vagonul; b) accelerația totală a vagonului în momentul desprinderii.

Gh. Hușanu

III.8. O platformă de vagon de 10 tone intră într-o curbă cu $v=54$ km/h. Se cere: 1) valoarea forței centrifuge de inerție, dacă $R=300$ m; 2) coeficientul de frecare între platforma vagonului și un corp, care la intrare în curbă

părăsește platforma (se consideră orizontalitatea șinelor); 3) suprainălțarea șinei exterioare, ca să nu părăsească corpul platforma la $v=72$ km/h știind că distanța între șine este 1,5 m și se consideră $F_n=G$. Se ia $g=10$ m/s^2.

C. Dinulescu

III.9. În momentul cînd o drezină începe să accelereze uniform, are viteza de 40 km/h și după 500 m intră într-o curbă cu viteza de 60 km/h și își păstrează viteza constantă pe toată lungimea de 600 m a curbei care este un arc de cerc al cărui unghi la centru este de 90°. Știind că drezina are 12 tone, să se calculeze forța de tracțiune pe primii 500 m, viteza unghiulară și forța centrifugă dezvoltată pe curbă, precum și timpul necesar parcurgerii întregii distanțe considerate. Coeficientul de frecare între roți și șine este de 0,002.

Viorel Castraveti

III.10. În timpul trecerii unui tren printr-o curbă cu raza de curbă $R=29$ m și $\operatorname{tg}\alpha=0{,}5$ (unde α este unghiul de înclinație a terasamentului față de orizontală) într-un vagon cu masa $m=10$ t, se cîntărește un corp cu un dinamometru suspendat de tavanul vagonului. Dinamometrul arată 30 N. Se cere: 1) greutatea vagonului; 2) forța centrifugă care acționează asupra vagonului; 3) viteza trenului; 4) masa corpului cîntărit în vagon.

C. A. Brașov, 1964

III.11. Pe o placă orizontală ce se rotește cu turația $n=120$ ture pe minut, se află un mic cub de fier. Știind că coeficientul de frecare dintre placă și cubul de fier este 0,3 să se calculeze la ce distanță maximă de axul de rotație va sta cubul de fier pe locul său.

C. A. Petroșani, 1965

III.12. Un biciclist descrie o circumferință de rază „r". Să se calculeze viteza biciclistului astfel încît bicicleta să nu alunece (coeficientul de frecare de alunecare fiind μ) precum și perioada minimă de rotație a biciclistului.

Nicolae Baraitaru

III.13. Care este valoarea maximă a vitezei cu care un conducător auto poate intra cu un autovehicul într-o curbă cu raza $R=500$ m, fără să apară pericolul de derapare, cunoscînd că valoarea coeficientului de frecare μ al roților de șosea este de 0,5?

Romulus Sfichi

III.14. Un automobil merge cu viteza „v" pe timp de ceață. La un moment dat șoferul observă în fața sa la distanța „d" un gard lung transversal pe șosea. Cum este mai bine (mai sigur) să frîneze sau să vireze într-o parte cu viteză constantă?

C. F. 1974

Scanned with OKEN Scanner

III.15. Asupra unui creion care se sprijină cu vîrful pe o coală de hîrtie se apasă cu o forță oarecare. Să se calculeze valoarea maximă a unghiului făcut de creion cu normala la suprafața hîrtiei astfel încît creionul să nu alunece, coeficientul de frecare fiind μ.

Nicolae Baraitaru

III.16. Cineva înțeapă cu un ac ținîndu-l de la jumătate. Știind că realizează o presiune de $10 Nm^{-2}$ și secțiunea acului este 0,5 mm^2, să se afle cît e forța de strîngere, dacă coeficientul de frecare este 0,2.

F. P.

III.17. O pană cu secțiunea de forma unui triunghi isoscel este bătută într-un butuc. Cunoscînd coeficientul de frecare μ dintre fețele penei și materialul butucului, ca și valoarea „k" a raportului dintre forța necesară introducerii și forța necesară scoaterii penei din butuc să se determine unghiul vîrfului penei. Discuție. (*Aplicație:* $\mu=0{,}306$; $k=1{,}8$).

Romulus Sfichi

III.18. Ce valoare trebuie să aibă coeficientul de frecare dintre o sîrmă cu secțiune circulară și lamele unei foarfece pentru ca atunci cînd încercăm să tăiem sîrma, aceasta să nu alunece între lame, știind că unghiul maxim dintre lamele foarfecei este $2\alpha=60°$.

C. F. 1973

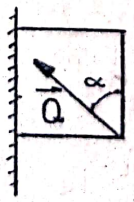
III.19. Cum explicați faptul că ușa neîncuiată și fără mîner a unui dulăpior se poate deschide prin simpla lovire a ușii cu mîna?

D. Văcaru

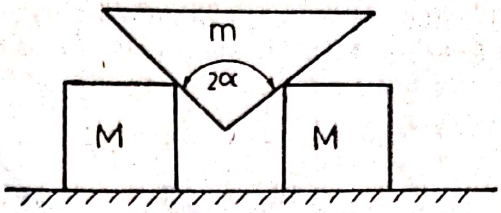
III.20. De un suport fixat pe un cărucior, atîrnă un pendul cu masa de 100 g. Căruciorul pornește din repaus și după 10 s atinge viteza de 20 m/s, mișcîndu-se orizontal. Să se calculeze unghiul dintre direcția firului și verticală, precum și forța care acționează în punctul de suspensie ($g=9{,}8$ m/s^2).

Gh. I. Căpitan

III.21. Un zid vertical are înălțimea de 10 m. O greutate de 5 kg se ridică, ea fiind în contact cu zidul (coeficientul de frecare $\mu=\sqrt{3}/9$) cu ajutorul unei forțe active Q ce face un unghi de 60° cu verticala (fig. III.21). Ce forță Q este necesară pentru ridicarea greutății? Ce lucru mecanic se efectuează? Care e valoarea maximă a coeficientului de frecare pentru care greutatea mai poate fi ridicată.



III.22. Pe o masă orizontală se află două cuburi de lemn, fiecare cu masă M. Între cele două cuburi se așază o prismă lucioasă cu masa m cu unghiul de la vîrf egal cu 2α. Cu ce accelerație se vor mișca cuburile de lemn pe masă dacă coeficientul de frecare dintre cuburi și masă este μ.



Ioan Popa

III.23. Forța de frecare dintre roțile unei biciclete și șosea este de 15 N. Ce lucru mecanic va face un ciclist care merge timp de două ore cu viteza 12 km/h și ce putere în C.P. va utiliza pentru deplasare? Cînd puterea este mai mare, cînd merge mai repede sau mai încet?

III.24. În partea din urmă a unei platforme orizontale cu lungimea de 10 m se găsește un corp. Coeficientul de frecare dintre corp și platformă este 0,25. Dacă platforma are o mișcare uniform accelerată cu accelerația de 0,5m/s², se întreabă: 1) va rămîne corpul pe platformă sau va cădea? 2) cît timp din momentul pornirii ar trebui să dureze mișcarea platformei pentru ca atunci cînd ea s-ar opri brusc corpul să alunece pe toată lungimea ei?

V. Vasilache

III.25. Pe un plan orizontal se află în repaus o scîndură paralelipipedică de masă M. La unul din capetele ei se așează un mic corp prismatic de masă m. Asupra scîndurii acționează timp de t secunde o forță F, în direcția dimensiunii celei mai mari a scîndurii. Să se calculeze valoarea minimă a acestei dimensiuni astfel ca mișcarea corpului să se oprească pe scîndură. Coeficientul de frecare dintre corp și scîndură este μ_1, iar dintre scîndură și plan, μ_2. *Aplicație numerică:* $M=90$ g; $m=10$ g; $t=6$ s; $F=309$ mN; $\mu_1=0{,}1$; $\mu_2=0{,}2$; $g=10$ m/s².

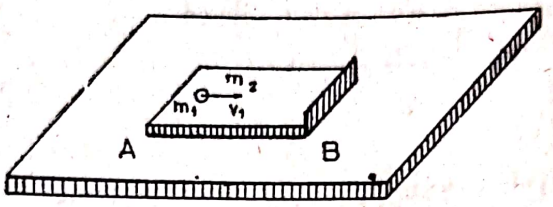
Gheorghe Pentiuc

III.26. O suprafață orizontală se găsește în mișcare rectilinie și uniformă cu o viteză „v". La un moment dat cade pe această suprafață plană, un corp paralelipipedic de masa m. Cunoscînd coeficientul de frecare pe suprafață μ, să se calculeze: 1) timpul cît durează frecarea de alunecare; 2) ce mișcare efectuează corpul în raport cu suprafața pe care se mișcă; 3) ce spațiu parcurge pînă în momentul încetării frecării; 4) energia consumată de motorul care pune în funcțiune această suprafață.

I. Demian

III.27. Pe o scîndură omogenă AB de lungime l și masa m_2, cu opritor la capătul B, care se află pe o masă orizontală față de care poate luneca cu frecare de coeficient μ, este aruncată de la A spre B o sferă de masă m_1 ce

se mişcă uniform cu viteza v_1 spre opritorul B. La sfîrşitul cursei, sfera se ciocneşte perfect elastic de opritorul B fixat rigid în scîndură. Cunoscînd că masa este rigidă şi orizontală şi opritorul de masă neglijabilă, în condiţiile acceleraţiei gravitaţionale „g“, să se determine: a) viteza sferei şi a scîndurii după ciocnire; b) după cît timp din momentul ciocnirii se opreşte scîndura; c) după cît timp cade sfera de pe scîndură; d) momentul în care sfera trece după ciocnire pe la jumătatea scîndurii. *Se dau:* $\mu=0{,}1$; $m_1=2$ kg; $m_2=4$ kg; $v_1=6$ m/s, $l=2$ m.



C. F. 1974

III.28. În cît timp poate fi adus de la viteza zero la viteza „v“ un corp de masă „m“, dacă este acţionat la o putere constantă P, iar frecarea are o valoare constantă F? Care este viteza maximă la care poate ajunge acest corp? În cît timp de la pornire se poate atinge viteza maximă?

Iunian Chelu

III.29. De ce locomotivele se fac grele din oţel şi nu uşoare din aluminiu?

C. F. 1973

III.30. Un mobil plecînd din repaus, se mişcă pe orizontală cu o acceleraţie constantă sub acţiunea forţei F_t. După o anumită distanţă, forţa F_t încetează a mai acţiona şi mobilul se opreşte în timpul t. Coeficientul de frecare pe întreg parcursul este μ. Dacă mobilul s-ar fi deplasat uniform cu viteza atinsă în momentul încetării forţei F_t, ar fi parcurs întreaga distanţă (pornire-oprire) în timpul t_1. Să se afle masa mobilului. *Aplicaţie:* $F=2\,000$ N; $t=10$ s; $\mu=0{,}2$; $t_1=100$ s; $g=10$ m/s^2.

P. Păunescu

III.31. Pentru luarea avîntului necesar decolării, un avion parcurge distanţa „d“ pe o pistă, încît utilizînd 90% din puterea maximă a motorului atinge viteza de 75,6 km/h. Decolînd pe altă pistă, parcurge tot distanţa „d“ în acelaşi timp, însă pentru atingerea vitezei de 75,6 km/h utilizează puterea maximă a motorului. Cunoscînd că în aceste două cazuri coeficienţii de frecare sînt de 0,04 şi respectiv 0,06 să se afle: a) distanţa „d“; b) ce distanţă „d_1“ ar străbate avionul pe a doua pistă, dacă ar folosi puterea din primul caz, pentru a atinge aceeaşi viteză de 75,6 km/h? Puterea este variabilă, forţa este constantă.

Dumitru Th. Văcaru

III.32. Cînd trenul şi-a încetinit uniform mişcarea, uşa glisantă a unui compartiment s-a deschis. Cunoscînd că uşa luneca cu viteză constantă pe o

glisieră de oțel, deci luînd pentru μ valoarea 0,1 se întreabă: 1) după cît timp ajunge trenul în stație, știind că mai are de parcurs încă 200 m? 2) Care era viteza sa inițială ($g=10$ m/s^2).

V. Ștefan

III. 33. Un șofer oprit de un milițian pentru că nu ar fi respectat viteza legală de 60 km/h susține că ar fi circulat reglementar. În mașină milițianul a găsit un vas cu dimetrul de 40 cm, cu apă pînă la jumătate. Punctul cel mai înalt al peretelui interior udat era de 22 cm deasupra apei. După frînare mașina a parcurs 15 m pînă la oprire. Cine a avut dreptate? Se consideră $g=10$ m/s^2.

C.F. 1969

III. 34. O drezină cu patru roți, avînd împreună cu pasagerii masa $m=1500$ kg, se mișcă pe o linie ferată orizontală cu viteza de 72 km/h. Să se calculeze: a) forța minimă cu care fiecare sabot de frînare trebuie să apese asupra roții respective pentru a o bloca; b) distanța parcursă prin alunecare, cu roțile blocate, pînă la oprirea drezinei; c) puterea medie consumată prin frecare. Se consideră $g=10$ m/s^2, coeficientul de frecare roată — sabot $\mu_1=0,2$ iar coeficientul de frecare roată — șină $\mu_2=0,1$.

Sorin Macarie

III. 35. Un autoturism cu masa $m=800$ kg și cu viteza inițială $v_1=72$ km/h, pătrunde pe un drum cu frecarea mărită. Deplasarea se face pe un plan orizontal. La ieșirea de pe această porțiune de drum care are lungimea $l=1\,000$ m viteza are valoarea $v_2=36$ km/h. Coeficientul de frecare pe această porțiune de drum este $\mu=0,1$ și se aproximează $g=10$ m/s^2. Se cer: a) forța de frecare și energia pierdută prin frecare pe parcursul celor 1000 m; b) forța de tracțiune, presupusă constantă pe cei 1 000 m; c) timpul în care sînt străbătuți cei 1 000 m; d) spațiul parcurs în a cincea secundă, timpul fiind cronometrat din momentul intrării autoturismului pe drumul considerat.

C.A. București, 1975

III. 36. Pe un stand de probă pentru micromotoare, se află un corp cu masa de 10 kg. Standul are o lungime de 20 m din care primii 10 m au coeficientul de frecare de 0,01 față de corp iar porțiunea a doua de 10 m are un coeficient de frecare de 7 ori mai mare decît prima porțiune. Un motoraș acționează cu o forță de 3 N asupra corpului. Să se afle viteza corpului în momentul trecerii de la prima la a doua porțiune și puterea maximă a motorașului ($g=10$ m/s^2).

E. Huniar

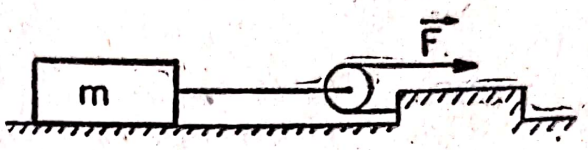
III. 37. Pe o șosea asfaltată și orizontală un ciclist se deplasează cu viteza de 14,4 km/h. Pentru oprire folosește o frînă care acționează simultan pe fiecare roată cu cîte 100 N. Ciclistul împreună cu bicicleta au 100 kg. Se cere: a) accelerația de frînare; b) distanța parcursă pînă la oprire, dacă între roată și frînă coeficientul de frecare este de 0,25; c) forța minimă necesară pentru blocarea roților, așa ca ele să alunece pe șosea pînă la oprire, coefici-

Scanned with OKEN Scanner

entul de frecare între roată și asfalt fiind de 0,2; d) distanța parcursă pînă la oprire cu roțile blocate. Se va lua $g=10$ m/s^2.

V. Atanasiu

III. 38. Un bloc paralelipipedic cu masa $m=500$ kg este tras de către un muncitor cu ajutorul unui cablu prin intermediul unui scripete mobil. (fig. III. 38). Deplasarea blocului se face cu frecare pe un plan orizontal, coeficientul de frecare de alunecare fiind $\mu=0{,}1$. Să se calculeze: a) forța cu care trebuie să tragă muncitorul pentru a mișca uniform blocul; b) lucrul mecanic efectuat de muncitor pentru a deplasa blocul pe o distanță de 2 m?



C.F. 1973

III. 39. Asupra unui corp acționează o forță de tracțiune egală cu 2500 N pe o distanță de 50 m. Știind că forța de frecare reprezintă 4% din forța de tracțiune și corpul se mișcă uniform accelerat, să se afle: a) lucrul mecanic cînd $\alpha=0$ și $\alpha=45°$; b) masa corpului și accelerația imprimată corpului pentru $\alpha=45°$, dacă pentru $\alpha=0°$ corpul are o accelerație de 10 m/s^2; c) timpul de deplasare a corpului în cele două cazuri.

V. Săseanu

III. 40. Un corp cu masa de 25 kg așezat pe un plan orizontal este deplasat prin alunecare sub acțiunea unei forțe de 50 N ce acționează de-a lungul planului. 1) Ce spațiu parcurge corpul în 10 secunde dacă mișcarea se face fără frecare? 2) ce spațiu ar parcurge corpul sub acțiunea aceleiași forțe, în același timp, dacă mișcarea s-ar face cu frecare: $\mu=0{,}2$? 3) ce valoare trebuie să aibă coeficientul de frecare pentru ca sub acțiunea forței date, corpul să nu poată fi deplasat?

C.A. București 1969

III. 41. Un muncitor cîntărind 75 kg împinge pe o linie rectilinie și orizontală un vagonet cu masa de 225 kg care se mișcă uniform accelerat plecînd din repaus. După ce a parcurs o treime din drum, el se aruncă pe vagonet cu o viteză de 2 m/s față de acesta și-și continuă astfel drumul. Să se afle cu ce forță trebuie să acționeze muncitorul asupra vagonetului pentru ca el să se oprească la capătul liniei care are o lungime de 300 metri, dacă coeficientul de frecare dintre roți și șine este de 0,01? Se va lua $g=10$ m/s^2.

S. Ciocanelí

III. 42. O locomotivă cu masa de 20 t apropiindu-se de o gară, mecanicul vede semnalul închis și frînează cu o forță de 40 kN; între timp semnalul se deschide și eliberînd frînele în momentul în care viteza locomotivei s-a redus la jumătate ea se mișcă în continuare încetinit datorită frecării de

Scanned with OKEN Scanner

rostogolire ($\mu=0{,}05$) și se oprește în dreptul gării. Știind că din momentul frînării și pînă la oprire au trecut 36 s și că distanța semnal gară este 200 m să se afle: 1) accelerațiile în cele două mișcări încetinite; 2) viteza inițială a locomotivei; 3) timpul cît a durat frînarea; 4) distanța la care se află locomotiva de semnal în momentul începerii frînării (se va considera $g=10$ m/s^2).

V. Turdășan

III. 43. Distanța dintre un vagonet de masă $m_1=220$ kg și un lucrător de masă $m_2=80$ kg este $d=86$ m. În acest moment vagonetul are viteza $v_1=8$ m/s, iar lucrătorul ce se deplasează într-o mișcare uniformă are viteza $v_2=6$ m/s (vagonetul și lucrătorul se deplasează în același sens). a) Știind că lucrătorul sare în vagonet în momentul în care îl ajunge, calculați spațiul parcurs de vagonet și lucrător împreună pînă la oprire, dacă deplasarea vagonetului se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=0{,}05$. Se va considera $g=10$ m/s^2; b) cît timp durează deplasarea lucrătorului (din momentul inițial și pînă la oprirea sistemului vagonet lucrător).

Ioan Druică Zeletin

III. 44. Un vagon cu masa $m_1=10$ t, se deplasează pe un traseu orizontal cu viteza inițială $V_0=10$ m/s. După un timp $t_1=6$ s el ciocnește un al doilea vagon cu masa $m_2=30\cdot$ t, care stă pe linie și cu care își continuă mișcarea împreună pînă la oprire. Coeficientul de frecare în tot timpul mișcării este $\mu=0{,}1$. Să se determine: 1) spațiul parcurs de primul vagon pînă la ciocnire și viteza lui în momentul ciocnirii; 2) viteza cu care pornesc cele două vagoane după ciocnire; 3) spațiul parcurs de cele două vagoane pînă la oprire. Se va lucra considerînd $g=10$ m/s^2.

L. Schwartz

III. 45. Un vagon se mișcă pe o linie ferată cu viteza $v_1=0{,}2$ m/s. În urma sa vine un alt vagon care în momentul ciocnirii plastice are o viteză $v_2=1$ m/s. Știind că masa fiecărui vagon este $m=10$ tone, să se calculeze: a) forța cu care acționează cel de al doilea vagon asupra primului știind că acționează în timp de două secunde; b) viteza cu care se vor mișca vagoanele; c) coeficientul de frecare dintre vagoane și linia ferată și spațiul parcurs de vagoane pînă la oprire știind că au o accelerație $a=-0{,}02$ m/s^2.

Dumitru Melinte

III. 46. Pentru măsurarea vitezei inițiale a unui proiectil de tun se procedează în modul următor: se trage din aproape pe o direcție paralelă cu calea ferată asupra unui vagon închis plin cu nisip, aflat în repaus. Proiectilul se oprește în nisip, iar vagonul se deplasează și (datorită frecării) se oprește pe o distanță de 6,1 m. Cunoscînd că masa proiectilului este de 20 kg, masa vagonului de 20 tone iar coeficientul de frecare a roților pe șine $\mu=0{,}003$, se cere să se determine: viteza inițială a vagonului, timpul după care se oprește și viteza proiectilului.

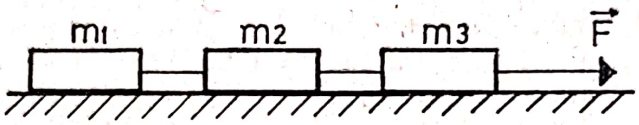
M. Tironiac

Scanned with OKEN Scanner

III. 47. Asupra unui corp de masă m_1, ce are la momentul t, viteza v_1 cade sub un unghi α faţă de verticală, un corp plastic de masă m_2, de z ori mai mic şi viteza de k ori mai mare ca a primului. Coeficientul de frecare dintre primul corp şi plan este μ. Să se calculeze cum variază spaţiul pînă la oprire în urma ciocnirii?

Vasile Bratu

III. 48. Corpurile de mase $m_1=1$ kg, $m_2=2$ kg şi $m_3=3$ kg, se pot deplasa cu frecare pe o suprafaţă orizontală. Coeficienţii de frecare de alunecare sînt $\mu_1=0,1$; $\mu_2=0,2$ şi $\mu_3=0,3$. Asupra masei m_3 acţionează forţa orizontală $F=20$ N. Considerînd $g=10$ ms^{-2}, calculaţi: a) acceleraţia sistemului; b) tensiunea din firele de legătură.



Ioan Druică Zeletin

III. 49. Un tren este format dintr-o locomotivă cu masa $M=120$ tone, care remorchează 20 vagoane avînd fiecare masa $m=50$ tone, se deplasează pe un drum orizontal cu viteza constantă de 90 km/h. Forţele de frecare se manifestă constant avînd valoarea de 100 N per tonă. Se cer: a) tensiunea la cîrligul ce leagă ultimele două vagoane şi tensiunea de la cîrligul ce leagă primul vagon de locomotivă; b) forţa de frecare necesară opririi trenului pe distanţă de 1 km.

Ion Popa

III. 50. Pe o suprafaţă perfect orizontală trei corpuri legate unul după altul se mişcă uniform rectiliniu cu viteza de 4 m/s. Ştiind că toate corpurile au aceeaşi masă şi acelaşi coeficient de frecare $\mu=0,1$ cu suprafaţa, să se calculeze: 1) spaţiul parcurs de ultimul corp pînă la oprire dacă se desprinde la un moment dat; 2) ştiind că forţa de tracţiune rămîne în continuare aceeaşi şi că cele două corpuri rămase se mişcă împreună două secunde iar după acest timp al doilea corp se desprinde, ce spaţiu străbate acesta pînă la oprire; 3) corpul rămas se mai mişcă încă 2 s şi apoi este lăsat liber, adică forţa de tracţiune care nu s-a schimbat pînă acum nu mai acţionează. Ce spaţiu străbate acesta pînă la oprire; 4) ce distanţă există între corpuri după ce toate s-au oprit. (Se va lua $g=10$ m/s^2).

Panaite Forţu

III. 51. De la un tren cu masa $M=500$ t, care merge cu viteza constantă se desprinde la un moment dat ultimul vagon cu masa $m=20$ t. Vagonul mai parcurge un spaţiu $l=1\,000$ m şi se opreşte. Presupunînd că forţa de tracţiune a locomotivei este tot timpul aceeaşi, iar rezultanta forţelor rezistente este echivalentă cu o forţă de frecare de alunecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=0,02$, să se calculeze: a) viteza vagonului în momentul desprin-

Scanned with OKEN Scanner

derii sale; b) forța de tracțiune a locomotivei; c) distanța la care se va afla trenul față de vagonul desprins, în momentul în care vagonul se oprește. Se va considera: $g=10$ m/s².

C.F. 1973

III. 52. O sanie de masă m_1 este trasă cu o forță orizontală F. Pe sanie este așezat un corp de masă m_2 care poate aluneca pe platforma orizontală a saniei cu coeficientul de frecare, la lunecare μ. De corpul m_2 este legată printr-un fir orizontal o altă sanie de masă m_3. Între sănii și zăpadă frecarea este neglijabilă. Să se afle: a) condiția de nealunecare a corpului m_2 pe sania m_1; b) accelerația sistemului, tensiunea din fir și forța de frecare dintre corpul m_2 și sania m_1 în cazul nealunecării corpului m_2; c) accelerația corpurilor și tensiunea din fir în cazul lunecării corpului m_2 pe sania m_1.

C.F. 1972

III. 53. Asupra unui corp de masă m ce se poate depalsa cu frecare pe o suprafață orizontală, coeficientul de frecare de alunecare fiind μ, acționează o forță a cărei direcție formează unghiul α cu direcția de înaintare. Pentru ce valori ale forței, mișcarea corpului de masă m este uniformă? (indicație: există două valori ale forței pentru care mișcarea este uniformă).

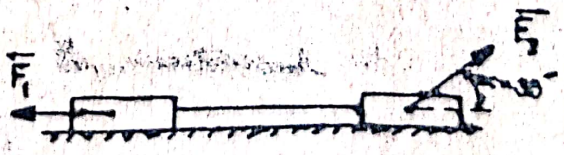
Ioan Druică Zeletin

III. 54. Pe platforma orizontală a unui cărucior de masă M este așezat un corp de masă m, de care, într-un caz, se trage, și asupra căruia, în al doilea caz se apasă cu o forță F înclinată cu unghiul α față de orizontală. Coeficientul de frecare între corp și platformă este μ, iar între cărucior și teren frecarea este neglijabilă. Pentru ce valoare minimă a forței F corpul m începe să lunece pe platformă și care este accelerația în acest caz?

A. Hristev

III. 55. Asupra a două corpuri de masă $m_1=10$ kg și $m_2=20$ kg aflate pe un plan orizontal, legate între ele printr-o bară rigidă, acționează concomitent forța $F_1=6$ N și forța F_2, orientată ca în fig. III. 55.

Coeficienții de frecare la alunecare între corpuri și plan sînt egali cu $\mu_1=\mu_2=\mu=0{,}2$. Se va lua $g=10$ m/s². Să se determine: 1) valoarea forței F_2, pentru care sistemul se va mișca pe plan în sens invers forței F_1, cu accelerația $a=1$ m/s²? Tensiunea în bara de legătură a celor două corpuri; 2) valoarea forței F_2 pentru care sistemul s-ar afla în mișcare rectilinie și uniformă pe direcția și în sens invers forței F_1. Tensiunea în bara de legătură a celor două corpuri în această situație.



C.A. 1972

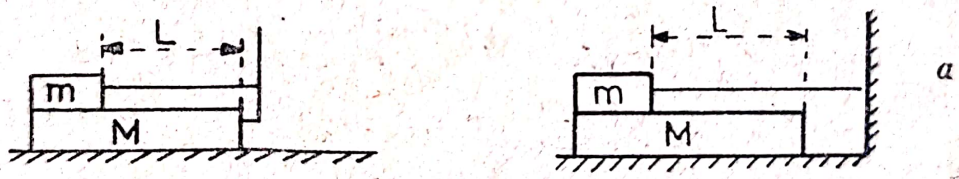
III. 56. Două corpuri de masă m fiecare sînt așezate pe un plan orizontal și legate între ele printr-un fir orizontal. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corpuri și plan este μ. De unul din corpuri se trage cu o forță F care formează un unghi α cu orizontala. Să se afle: a) accelerația cu care se va mișca sistemul; b) tensiunea din firul care unește cele două corpuri; c) unghiul α optim sub care trebuia să tragem pentru ca corpurile să se miște rectiliniu uniform cu o forță F minimă. *Aplicație numerică*: $m=10$ kg, $\mu=1/\sqrt{3}$, $\alpha=60°$, $F=200$ N.

C.F. 1974

III. 57. Pe o suprafață orizontală lucie se poate deplasa fără frecare o scîndură rectangulară, suficient de lungă de masa $M=1$ kg. Un bloc care are fixat pe el un „motor" poate aluneca cu frecare pe suprafața superioară a scîndurii. Extremitatea anterioară a blocului se afla la distanța $L=50$ cm de extremitatea anterioară a scîndurii în momentul cînd scîndura este lăsată liberă. Coeficientul de frecare $k=0{,}02$, iar masa căruciorului împreună cu motorul este $m=100$ g. Motorul fixat pe bloc înfășoară un fir pe arborele său cu viteza constantă $V_0=10$ cm/s.

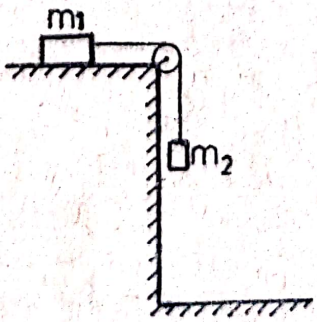
În primul caz cealaltă extremitate a firului este fixată de un suport imobil destul de îndepărtat, exterior scîndurii fig. III. 57. a în al doilea caz cealaltă extremitate a firului este fixată de un suport solidar cu scîndura (fig. III. 57. b).

Menținînd scîndura M imobilă se lasă blocului m posibilitatea de a se deplasa cu viteza V_0, după care se eliberează și scîndura. Determinați în cele două cazuri felul mișcării și viteza pentru scîndură și bloc, în cazul cînd scîndura este lăsată liberă. În cele două cazuri trebuie să se determine timpul necesar pentru ca blocul să ajungă la marginea anterioară a scîndurii.



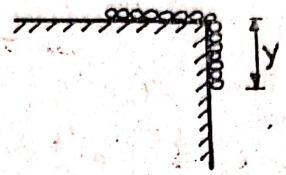
Concurs Internațional — Moscova 1970

III. 58. Corpurile de masă m_1 și $m_2=2\,m_1$ le așezăm conform figurii III.58 și determinăm timpul necesar t_1 ca masa m_2 să atingă solul. Inversăm pozițiile celor două corpuri, și observăm că în acest caz, timpul necesar ca masa m_1 să atingă solul este $t_2=2t_1$. Să se determine valoarea coeficientului de frecare.



Schwartz Ludovic

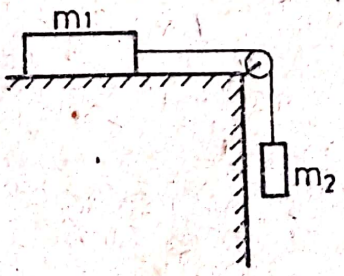
III. 59. Un lanț de lungime „l" poate aluneca pe un plan orizontal conform figurii III. 59 (coeficientul de frecare e μ). Se notează cu „y" porțiunea care atîrna vertical. a) Care e valoarea minimă a lui y pentru care lanțul se deplasează? b) să se exprime și să se reprezinte grafic accelerația lanțului în funcție de y; c) pe baza graficului să se determine valoarea lui y pentru care accelerația este $g/2$. Să se verifice și prin calcul. *Aplicație*: $l=2$ m, $\mu=0{,}2$.



L. Schwartz

III. 60. *A*. Pe o suprafață orizontală se deplasează un corp de masă $m_1=5$ kg. Coeficientul de frecare la alunecarea corpului pe suprafață este $\mu=0{,}2$. a) Să se afle valoarea forței orizontale ce ar deplasa corpul cu accelerația $a=4$ m/s²; b) în cît timp pornind din repaus străbate distanța $l=18$ m și ce energie cinetică are corpul după ce a străbătut această distanță?

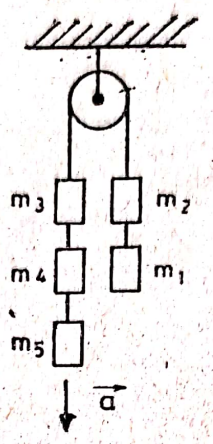
B. Corpul de masă m_1 se leagă printr-un fir inextensibil trecut peste scripetele S de un corp de masă $m_2=3$ kg ca în fig. III. 60. Coeficientul de frecare rămîne același. c) Ce accelerație are sistemul în acest caz? d) Ce tensiune se exercită în firul de legătură și ce forță apasă în punctul de sprijin al scripetelui? e) Ce masă suplimentară trebuie adăugată masei m_1 pentru ca sistemul să se deplaseze cu viteză constantă. Se va lucra cu $g=10$ m/s². Se neglijează masa și frecările scripetelui.



III. 61. Cabina unui ascensor avînd masa $m=500$ kg se ridică la o înălțime $h=18$ m. Pe distanța $d=1{,}8$ cm de la începutul, respectiv sfîrșitul drumului, ea se mișcă uniform accelerat, respectiv uniform încetinit cu o accelerație de $a=0{,}4$ m/s². Pe restul drumului mișcarea este uniformă. Se cere: a) graficul vitezei în această mișcare; b) timpul de urcare; c) puterea dezvoltată, în timpul urcării cu viteza constantă, de motorul care acționează cabina ascensorului; d) tensiunea din cablu după pornire și înainte de oprirea ascensorului (se consideră $g=10$ m/s²).

C.A. Timișoara 1970

III. 62. De capetele firului trecut peste un scripete de masă neglijabilă sînt legate 5 corpuri identice de masă m (fig. III. 62). Trei corpuri sînt de o parte şi două de cealaltă parte a scripetelui. Ce tensiuni apar în firele dintre corpuri, cînd sistemul este în mişcare?



Panaite Forţu

III. 63. La capetele unui cablu trecut peste un scripete fix se suspendă două mase de cîte 50 kg. Prin adăugarea unei mase de 2 kg la un capăt sistemul se pune în mişcare. Se neglijează frecările, iar $g=10$ m/s^2. Se cere: a) acceleraţia sistemului; b) spaţiul străbătut în 10 secunde; c) drumul parcurs în 20 secunde, dacă după a zecea secundă masa suplimentară de 2 kg se îndepărtează.

C.A. Iaşi 1970

III. 64. Pe un scripete este petrecut un cablu de care se află suspendat la un capăt la înălţimea h de la sol un corp A de masă $m_A=400$ kg, iar la celălalt capăt un corp B de masă $m_B=300$ kg; care se găseşte pe sol. Se cer: 1) forţa rezultantă care acţionează asupra corpului A şi acceleraţia pe care o imprimă acestui corp; 2) înălţimea h de la care cade corpul A ştiind că el ajunge la sol în 6 secunde; 3) viteza corpului A în momentul cînd ajunge la sol; 4) energia cinetică în acest moment.

C.A. Bucureşti 1964

III. 65. Un scripete fix este folosit pentru ridicarea unei găleţi de 13 kg la înălţimea $h=12{,}6$ m. La capătul liber al firului se suspendă o contragreutate cu masa de 15 kg (Frecările se neglijează). 1) Cu ce viteză ajunge găleata sus ? 2) ce masă ar trebui suspendată în locul celei de 15 kg pentru ca timpul de ridicare a găleţii să se reducă la jumătate?

Adriana Bejan

III. 66. De capetele unui fir inextensibil şi de masă neglijabilă sînt legate două corpuri avînd masele $m_1=3$ kg şi $m_2=1$ kg. Firul fiind trecut peste un scripete fix, să se determine acceleraţia sistemului în ipoteza că se ală-

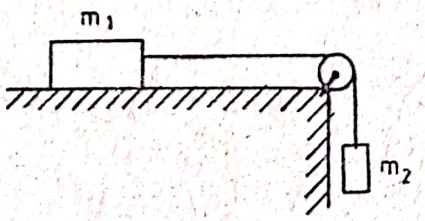
tură corpului de masă m_2 un corp cu masa $m_3=4$ kg. După 4 s, de la începerea mișcării fără a influența mișcarea se înlătură masa m_3. Care este viteza sistemului după 10 s de la începerea mișcării? După cît timp revine sistemul la poziția inițială? Se consideră $g=10$ m/s².

M. Sorescu

III. 67. La capetele unui fir inextensibil de masă neglijabilă petrecut peste un scripete fix de masă neglijabilă, sînt agățate două corpuri avînd m_1 și m_2. La momentul inițial cele două corpuri sînt în repaus la aceeași înălțime h_0. Se cere: a) să se afle valoarea efortului care apare în furca scripetelui atunci cînd masele m_1 și m_2 se mișcă; b) să se scrie legea de mișcare a centrului de masă al sistemului, precum și ecuația vitezei; c) să se afle valoarea accelerației cu care coboară centrul de masă al sistemului forma din masele m_1 și m_2.

Titus Filipaș

III. 68. Pe un plan orizontal se află un corp cu masa $m_1=4$ kg. Corpul e legat de un fir inextensibil și de greutate neglijabilă care trece peste un scripete fix cu masa zero. De celălalt capăt al firului e legat un corp cu masa $m_2=0{,}9$ kg (fig. III. 68). Știind că între corpul de pe plan și plan, coeficientul de frecare este $\mu=0{,}1$ și că firul nu alunecă pe scripete, să se determine: 1) după cît timp de la începerea mișcării corpul atinge viteza de 4 m/s; 2) care e tensiunea la capătul firului legat de corpul de pe plan; 3) care trebuie să fie masa corpului pe care trebuie să-l așezăm peste corpul de masă m_1 astfel încît mișcarea sistemului să devină uniformă (Se va considera $g=9{,}8$ m/s²).



M. Sorescu

III. 69. Un corp cu masa m_3 așezat pe un plan orizontal, este legat cu un fir trecut peste un scripete. La celălalt capăt al firului este suspendat un scripete ușor, prin șanțul căruia trece un fir avînd la capete, corpurile m_1 și respectiv m_2. Coeficientul de frecare pe plan fiind μ, să se calculeze accelerația corpurilor și tensiunile din fire; caz particular $m_1=m_2=m$.

Mihail Sandu

III. 70. Peste un scripete de rază foarte mică și de inerție neglijabilă, care se rotește fără frecări în jurul axei sale orizontale, fixe, este trecut nu lanț de masă m și lungime l. Lanțul începe să lunece pornind din poziția

sa de echilibru. Să se exprime în funcţie de distanţa x dintre capetele lanţului: 1) acceleraţia lanţului; 2) forţa cu care lanţul apasă asupra scriperelui; 3) viteza lanţului.

C. F. 1972

III. 71. De capetele unui fir trecut peste un scripete sînt legate două corpuri de mase $M_1 < M_2$, care se pot aprinde, avînd vitezele de ardere (masă arsă în unitatea de timp $m_1 \ll m_2$). Să se calculeze: 1) acceleraţia sistemului la un moment oarecare t, înainte de schimbarea sensului acceleraţiei; 2) după cît timp se schimbă sensul acceleraţiei; 3) acceleraţia sistemului în momentul arderii complete a masei M_2.

Mihail Sandu

III. 72. Un gimnast sta atîrnat de o frînghie care trece peste un scripete cu masa neglijabilă. De celălalt capăt al frînghiei este prins un corp cu masa m. La momentul iniţial sistemul se află în echilibru. Gimnastul a început să coboare pe frînghie. La momentul t, viteza contragreutăţii era mai mare decît viteza omului faţă de pămînt cu valoarea v. Să se determine forţa de frecare ce apare la coborîrea gimnastului, masa gimnastului fiind M.

Olimpiada U.R.S.S

III. 73. De un resort elastic suspendat într-un punct 0 este atîrnat un scripete S de masă neglijabilă. De un capăt al firului petrecut peste scripete este legat un corp de masă $m=2$ kg, iar la celălalt capăt al firului se leagă, într-un caz un corp cu masa $M=20$ kg, în alt caz şaiba unui motor electric care dezvoltă în fir o forţă de tracţiune 200 N. Neglijînd orice fel de frecare, considerînd $g=10$ m/s^2 şi cunoscînd că resortul are $K=100$ N/cm, să se determine cît se alungeşte resortul în cele două cazuri. Justificaţi de ce este (sau nu este) aceeaşi alungire în cele două cazuri.

C.F. 1974

III. 74. Pe cele două capete ale unei frînghii trecute peste un scripete fix se urcă cîte un gimnast. Greutăţile celor doi gimnaşti sînt egale, dar unul este mai puternic decît celălalt. Care dintre cei doi gimnaşti ajunge mai repede la scripete?

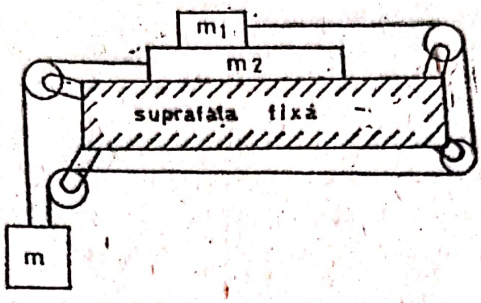
Concurs fizică, Ungaria

III. 75. Peste un scripete fix de masă neglijabilă care se poate roti fără frecări în jurul axei sale orizontale este trecut un cablu de masă neglijabilă. De un capăt al cablului este atîrnată o scară pe care se află un om, iar de celălalt capăt este legată o contragreutate care echilibrează greutatea scării şi a omului. La un moment dat omul începe să urce pe scară uniform accelerat parcurgînd o distanţă s' pe scară. Să se afle cu ce înălţime s se ridică omul faţă de pămînt, ştiind că masa omului este de n ori mai mare decît masa scării. *Aplicaţie numerică:* $s'=2{,}1$ m; $n=6$.

C.F. **1974**

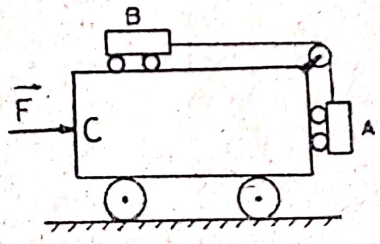
Scanned with OKEN Scanner

III. 76. Cunoscînd masele corpurilor din fig. III. 76, precum și valorile coeficienților de frecare prin alunecare, să se determine accelerația fiecărui element al sistemului din figură.



Mihail Sandu

III. 77. Fie sistemul mecanic reprezentant în fig. III. 77 care constă din cărucioarele A, B și C avînd masele respective $m_1=300$ g, $m_2=200$ g, $m_3=1\,500$ g. 1) O forță orizontală este aplicată căruciorului C și are mărimea astfel calculată încît cărucioarele A și B rămîn în repaus relativ față de căruciorul C. Să se calculeze: a) tensiunea firului întins între cărucioarele A și B; b) să se determine mărimea forței F; 2) Presupunînd căruciorul C imobil; să se calculeze a) accelerația cărucioarelor A și B: b) să se calculeze tensiunea firului. În această problemă se vor neglija forțele de rezistență și frecare. Se consideră momentele de inerție ale scripetelui și ale roții fiecărui cărucior ca neglijabile. Se neglijează masa firului.



Concurs internațional 1969, Brno

CAPITOLUL IV

Cîmpul gravitațional

IV. 1. Cînd un corp cade pe pămînt se poate spune că și pămîntul cade spre corp?

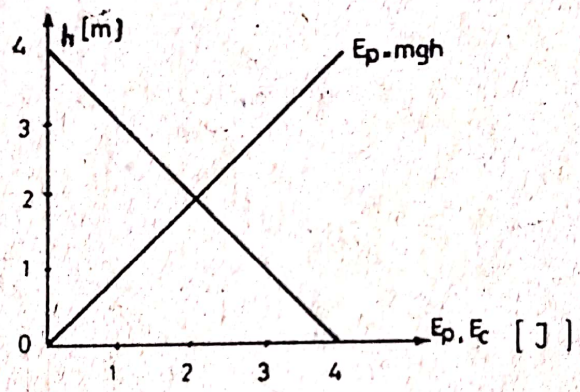
IV. 2. Din experiența cu tubul lui Newton rezultă că accelerația gravitațională în vid nu depinde de masa corpurilor. Din legea a doua a dinamicii

aplicată căderii libere în vid rezultă că $g=\frac{G}{m}$, adică accelerația gravitațională depinde de masa corpurilor. Cum explicați acest paradox?

Mihail Sandu

IV. 3. Dacă cele două talere ale unei balanțe sînt aduse în echilibru în apropierea Polului, în cazul transportării balanței la ecuator se va mai păstra echilibrul?

IV. 4. Graficul din figura IV. 4 arată dependența energiei potențiale și cinetice cu înălțimea, în cazul unui corp aruncat pe verticală. 1) Ce concluzii stabiliți dacă analizați valorile E_P și E_C pentru $h=0$, $h=2$ m; $h=4$ m? 2) Determinați masa și viteza inițială a corpului ($g=10$ m/s^2).



Horia Serbu

IV. 5. Într-o ladă ce conține pe fund obiecte ușoare (de exemplu dopuri) se toarnă nisip. Pe suprafața nisipului se pune un obiect greu (de exemplu o bucată de fier). Cu ajutorul unui mecanism se face lada să vibreze și se observă că obiectele ușoare se ridică la suprafață, iar obiectul greu cade la fund. Puteți explica fenomenul ce a avut loc?

IV. 6. Demonstrați că, din punct de vedere energetic, modul de deplasare la care s-a adaptat omul este superior celui în care deplasarea s-ar realiza prin alunecarea pe sol și în care singurul efort ar fi cel pentru învingerea forței de frecare.

Iunian Chelu

IV. 7. Dintr-un punct aflat la înălțimea h față de sol pornesc trei corpuri de aceeași masă, mișcîndu-se sub acțiunea propriei lor greutăți. Unul parcurge drumul pe verticală, al doilea pe un drum care face 45° cu verticala, al treilea pe un drum care face 60° cu verticala. Ce lucru mecanic face forța de greutate pînă ce corpul ajunge la sol, în fiecare caz? Se neglijează orice frecare.

C.F., 1971

Scanned with OKEN Scanner

IV. 8. Într-un laborator este atîrnat de tavan un fir cu plumb pentru a marca verticala terestră sau direcția forței de greutate. Alături de fir se lasă să cadă liber o bilă de plumb. Va cădea bila paralel cu firul de plumb? De ce? Faceți o evaluare numerică dacă este cazul.

IV. 9. La ce înălțime deasupra Pămîntului, greutatea unui corp este aceeași cu greutatea corpului la adîncimea h în interiorul Pămîntului?

Mihail Sandu

IV. 10. Să se deducă o relație, care să exprime variația accelerației gravitaționale g, în funcție de latitudinea geografică (nu se ține seama de turtirea la poli a Pămîntului). Punctul al cărui g îl calculăm se află în repaus față de suprafața Pămîntului.

Eugen Lakatoș

IV. 11. Cunoscînd accelerația suferită de Lună și îndreptată spre Pămînt egală cu 2,7 m/s^2 și distanța Pămînt-Lună egală cu 60 raze pămîntești, să se determine perioada de rotație în jurul Pămîntului (R Pămînt=6370 km).

Șt. Leonescu

IV. 12. Cunoscîndu-se raza Soarelui R și densitatea medie a materiei solare ρ_S să se determine distanța Pămînt-Soare.

Ion Militaru

IV. 13. Calculați raportul dintre forța de interacțiune dintre Lună și Soare și Lună și Pămînt în momentul unei eclipse de Soare. Dacă rezultatul obținut vă trezește nedumeriri (mai ales dacă figurați forțele ce se exercită asupra Lunii și traiectoria acesteia), încercați să aflați explicația. Se dau: $m_{Soare} = 1{,}98\ 10^{30}$ kg; $m_{Pămînt} = 5{,}98\ 10^{24}$ kg; $r_{Pămînt\text{-}Lună} = 3{,}8\ 10^{8}$ m; $r_{Pămînt\text{-}Soare} = 1{,}49\ 10^{11}$ m.

I. Druică-Zelelin

IV. 14. Dacă Pămîntul ar avea masa de două ori mai mare și densitatea medie ar rămîne constantă, cît ar fi prima viteză cosmică?

Panaite Forțu

IV. 15. Comandantul unei nave cosmice dorește să treacă de pe orbita sa circulară în jurul Pămîntului, pe o altă orbită pe care să aibă viteza de rotație mai mare. Ce trebuie să facă: să accelereze sau să frîneze nava?

Ștefan Grigorescu

IV. 16. Pentru ca un satelit artificial al Pămîntului să se rotească pe o orbită circulară la înălțimea de 800 km, trebuie să aibă o viteză liniară de 7,5 km/s. Să se calculeze viteza unghiulară, perioada de rotație și accelerația centripetă a satelitului. De cîte ori înconjoară satelitul artificial Pămîntul în 24 ore? (Raza medie a Pămîntului este de 6400 km).

Scanned with OKEN Scanner

IV. 17. Un satelit artificial se roteşte circular la distanţa de 2 R, de centrul Pămîntului. Se cere: 1) acceleraţia gravitaţională la înălţimea de rotaţie; 2) viteza pe traiectorie; 3) perioada de rotaţie; 4) numărul de rotaţii în 24 h. Se ia: $R=6400$ km, $g=10$ m/s^2 şi $\pi^2=10$.

C. Dinulescu

IV. 18. Pămîntul are o masă $M=5{,}95\ 10^{24}$ kg şi raza $R=6370$ km. Un satelit artificial al Pămîntului se deplasează pe o orbită de forma circulară. Să se determine: a) viteza satelitului cînd distanţa dintre traiectoria satelitului şi suprafaţa Pămîntului este neglijabilă. Dar cînd această distanţă este de 1 000 km; b) perioada de rotaţie şi frecvenţa pe o zi cînd distanţa este de 1 000 km; c) densitatea medie a Pămîntului ($K=6{,}67\ 10^{-11}$ m^3 kg^{-1}s^{-2}).

R. Păunescu-E. Stavăr

IV. 19. Să se determine înălţimea „h" la care trebuie lansat un satelit staţionar deasupra Lunei şi planetelor Mercur şi Marte. Generalizare.

I. Marian

IV. 20. Se consideră un satelit artificial al Pămîntului ce se mişcă pe o orbită circulară. Să se arate că viteza satelitului pe orbită şi înălţimea la care zboară sînt două mărimi invers proporţionale.

C. Pietreanu

IV. 21. Un corp este satelit la o distanţă „r" de centrul unei planete. Perioada sa de revoluţie este T, iar viteza satelitului de zero al planetei este V_0. Să se determine: a) masa planetei; b) înălţimea corpului faţă de suprafaţa planetei; c) acceleraţia gravitaţională la nivelul planetei.

Iulian Ovidiu Archip

IV. 22. Care din următoarele operaţii este mai avantajoasă din punct de vedere energetic? 1) Trimiterea unui proiectil la o depărtare infinită de Pămînt; 2) Transformarea aceluiaşi proiectil în satelit artificial al planetei noastre. Să se argumenteze prin calcule şi prin raţionament direct.

Tiberiu Tugui

IV.23. Să se arate că energia cinetică a unui satelit artificial circular lansat la o înălţime egală cu jumătatea razei Pămîntului, este egală cu energia potenţială.

Ion N. Radu

IV. 24. La ce înălţime trebuie lansat un satelit artificial al Pămîntului pentru ca energia lui potenţială să fie de două ori mai mare decît energia lui cinetică.

Ion N. Radu

Scanned with OKEN Scanner

IV. 25. a) Să se arate că între energia potențială „E_p" și energia cinetică „E_c" a unui satelit artificial circular lansat la înălțimea „h", există relația: $E_p = \frac{2h}{R} E_c$, („R" = raza Pământului).

b) Să se arate de asemenea că $E_t = \frac{R+2h}{R} E_c$ și $E_t = \frac{R+2h}{2h} E_p$, unde „$E_t$" reprezintă energia totală a satelitului. *Aplicație*: $h = nR$.

M. Zamfir

IV. 26. Doi sateliți artificiali ai Pământului au fost lansați pe orbite circulare la înălțimi diferite. Să se determine relația dintre accelerațiile gravitaționale g_1 și g_2, corespunzătoare înălțimilor de zbor, dacă distanțele d_1 și d_2 ale sateliților față de centrul Pământului sînt în relația $d_2 = 4d_1$ și vitezele lor tangențiale v_1 și v_2 sînt în relația în $v_1 = 2v_2$.

R.M

IV. 27. Densitatea medie a unei planete mici, este 1/2 din densitatea medie a Pământului, iar diametrul ei este 1/320 din diametrul Pământului. Să se calculeze accelerația gravitațională pe această planetă.

Gh. Huțanu

IV. 28. Să se calculeze valoarea accelerației în căderea liberă pe planeta Neptun, știind că raza planetei reprezintă 3,76 ori raza globului Pământesc, iar masa 17,23 ori masa Pământului. Se va considera accelerația în cădere liberă pe Pământ $g = 9{,}81$ m/s^2.

Florian Brădău

IV. 29. Un sportiv execută o săritură în înălțime de 2,20 m. Ce înălțime ar realiza, dacă saltul s-a rface pe Lună cu același efort? Se va considera masa Pământului de 81 ori mai mare decît cea a Lunii, iar raza Pământului de 4 ori mai mare.

Amarine

IV. 30. Uniunea Sovietică a lansat stația „Luna 9" care a aselenizat lin pe suprafața Lunii. Să se arate ce greutate are stația la suprafața Lunii cît și la înălțimea de 100 km, deasupra Lunii, știind că masa ei era de 1600 kg. Se cunoaște că raza Lunii este de 1740 km, accelerația gravitațională a Lunii de 1,6 m/s^2.

Ion Radu

IV. 31. Cum ar putea să se întoarcă un cosmonaut la navă, dacă cablul care-l leagă de navă s-ar rupe; (Nava se află la mare distanță de Pământ).

IV. 32. O rachetă se apropie de Pământ cu motoarele în funcțiune pe direcția unui diametru terestru. În rachetă se execută următoarea experiență: de un fir inextensibil se suspendă un corp, care este lipit de tavanul opus planetei

cu o forță egală cu propria-i greutate. Care este timpul în care este expulzată din rachetă o cantitate Δm de gaz cu viteza de 1000 m/s. Masa de gaz este de 10^4 ori mai mică decît masa rachetei. Se neglijează frecările, existența atmosferei și se consideră $g=10$ m/s^{-2}, constant cu altitudinea.

Tiberiu Țugui

IV. 33. O rachetă se ridică la înălțimea $h=\frac{R}{3}$ de pe Pămînt. Ce viteză trebuie imprimată rachetei, la pornire, ca ea să atingă această înălțime considerînd variația greutății cu înălțimea? Se dau: masa Pămîntului M, constanta gravitațională K și raza Pămîntului R.

Ludovic Schwartz

IV. 34. Un observator de pe Pămînt a constatat că un satelit artificial care se mișcă la înălțimea de 200 km, pe o orbită circulară — în momentul trecerii la zenit — avea aceeași viteză unghiulară ca și a unui avion ce zbura cu 100 km/h. La ce înălțime se află avionul știind că raza Pămîntului este de 6400 km și $g=10$ m/s^2.

I. N. Radu

IV. 35. Sistemul de telecomunicații mondiale presupune lansarea în planul ecuatorului de la apus spre răsărit a trei sateliți sincroni deșalați între ei cu 120°. Știind că durata unei rotații în jurul Pămîntului trebuie să fie egală cu o zi siderală (23 ore 54 minute 4 secunde) și că raza Pămîntului este 6378 km să se calculeze: a) altitudinea de zbor; b) lungimea orbitei; c) viteza pe orbită; d) suprafața globului terestru de unde unul din sateliți poate fi observat simultan.

Leontin Domide

IV. 36. Se consideră mișcarea circulară de zero a unui satelit în jurul Pămîntului cu viteza de 7,91 km/s. Știind că perioada de rotație a Pămîntului în jurul axei sale este de 23 h 54 min 4 s și că raza lui este de 6378 km să se afle: a) viteza de rotație (transport) a Pămîntului în jurul axei sale; b) viteza relativă în raport cu Pămîntul ce trebuie imprimată satelitului pentru ca acesta să atingă pe orbită viteza de 7,91 km/s, cînd lansarea se face la latitudinea zero, în planul ecuatorial al Pămîntului în următoarele situații: în sensul de rotație al acestuia; în sens contrar sensului de rotație; în planul meridianului locului.

Leontin Domide

IV. 37. O centrală hidroelectrică este acționată prin căderea a 50 m^3 de apă în 0,5 secunde. Știind că apa cade de la înălțimea de 5 m și că randamentul transformării este de 0,9, să se determine puterea centralei în kW și în CP.

IV. 38. Hidrocentrala „Sadu V" este echipată cu trei grupuri, dintre care două sînt acționate de turbine Pelton cu următoarele caracteristici: înălțimea de cădere a apei 398 m, debitul 2,45 m^3/s și puterea 11 100 CP. Știind că

Scanned with OKEN Scanner

debitul total de apă este 9,5 m^3/s se întreabă: a) care este puterea disponibilă a centralei? b) care este randamentul unei turbine Pelton?

I. Frujină

IV. 39. La o hidrocentrală din țara noastră se vor instala turbine hidraulice care vor funcționa cu un debit de 10 m^3/s la o diferență de nivel de 120 m. Care va fi randamentul lor, dacă vor produce 10 000 kW? Ce putere vor avea hidrocentralele instalate pe canalele de evacuare știind că ele vor avea același randament, funcționînd cu debitul de 2,5 m^3/s la diferența de 8 m?

Leontin Domide

IV. 40. Șase bile din fildeș sînt suspendate cu sfori de aceeași lungime de un suport orizontal. Bilele sînt în contact. Se scoate o bilă marginală din poziția de echilibru, astfel ca firul de suspensie să facă cu verticala unghiul α. Apoi bila se lasă liberă. Să se descrie comportarea sistemului de bile după ciocnire. Același lucru cînd s-ar scoate din poziția de echilibru 2, 3... bile marginale.

C.F., 1971

IV. 41. Pentru a determina viteza unui glonte se întrebuințează un dispozitiv numit pendul balistic. Acesta este format dintr-un corp greu (sac cu nisip) suspendat într-un punct cu un fir de lungime „*l*". Glontele lovește pendulul și se oprește în interiorul lui. Dacă masa pendulului este de 10 kg, masa glontelui 25 g lungimea firului 1 m, iar în momentul lovirii întreg dispozitivul se deplasează cu un unghi de 30° față de poziția inițială, să se afle ce viteză a avut glontele. Se va considera $g=10$ m/s^2.

C. Rusu

IV. 42. Un pendul balistic are masa $M=10$ kg. Dacă pendulul ar sta în poziție fixă ar opune unui glonte cu masa $m=20$ g care este lansat orizontal, o forță medie de rezistență $F=36$ kN, glontele pătrunzînd în pendul $d=10$ cm. Să se determine înălțimea la care se ridică pendulul după pătrunderea glontelui (se neglijează frecările, $g=10$ m/s^2).

V. Săseanu

IV. 43. Un pendul cu lungimea l și masa m_1 este deplasat din poziția de echilibru cu α_1 pe urmă lăsat liber. La revenirea în poziția de echilibru pendulul ciocnește un cub m_2 așezat pe un plan orizontal. După ciocnire pendulul se ridică de aceeași parte pînă la α_2, iar cubul se deplasează pe orizontală pe o distanță S. a) Cu ce viteză pornește cubul? b) Care este coeficientul de frecare între cub și plan?

S.L

IV. 44. Două pendule, unul de 400 g iar al doilea de 500 g, avînd aceeași lungime $l=2$ m sînt suspendate din același punct. Primul fiind deplasat sub o amplitudine unghiulară de 60° descrie un sfert de oscilație și apoi ciocnește pe cel de al doilea pendul care este în repaus, punîndu-l în stare de

Scanned with OKEN Scanner

mișcare. Să se calculeze amplitudinea unghiulară a celui de al doilea pendul presupunînd ciocnirea perfect elastică.

V. Castraveți

IV. 45. Două sfere de aceaeși rază, avînd masele m_1 și m_2 sînt suspendate într-un punct prin două fire de lungime l. Îndepărtate din poziția de echilibru în sensuri opuse și apoi lăsate liber, ele ajung cu aceiași viteză v în punctul de echilibru, unde se ciocnesc central și elastic. Ce relație trebuie să existe între masele sferelor, pentru ca după ciocnire ele să se depărteze în același sens?

V. Ionescu

IV. 46. Un pendul cu lungimea $l=1+\sqrt{3}$ metri oscilează cu amplitudinea unghiulară egală cu 60°. Să se afle elongația unghiulară β în punctul în care viteza pendulului este $v=2\sqrt{5}$ m/s. Se va considera $g=10$ m/s^2.

C. Marinov

IV. 47. Un avion face un „looping" cu raza de 200 m, viteza avionului fiind de 400 km/h. Cu ce forță va apăsa corpul aviatorului, care cîntărește 80 kg pe scaun, în punctul maxim și minim al „loopingului"?

IV. 48. Se leagă un corp de masă „m" la capătul unui fir (practic inextensibil) cu lungimea „l". Cu ce turație constantă trebuie rotit acest fir într-un plan vertical astfel încît în punctul cel mai de sus, unde se află corpul, forțele ce acționează asupra lui să-și facă echilibrul? În acest caz să se calculeze forța aplicată asupra corpului în punctul cel mai de jos, viteza unghiulară liniară și perioda de rotație.

I. Merk

IV. 49. O sîrmă cu lungimea $OA=1$ m de secțiune circulară cu diametrul $d=3$ mm, avînd la capătul A legată rigid o sferă cu masa $m=5$ kg, se rotește în jurul capătului fix 0, într-un plan perpendicular pe suprafața Pămîntului, cu o turație constantă $n=300$ rot/min. Să se determine rezistența la rupere a materialului din care trebuie confecționată sîrma, astfel încît la această turație, ea să nu se rupă.

Romulus Sfichi

IV. 50. De un fir cu lungimea $l=1{,}5$ m, se suspendă un vas plin cu apă. Firul fiind fixat la un capăt, i se imprimă sistemului o mișcare de rotație uniformă în plan vertical. Masa totală (vasul este plin cu apă) este de 3 kg. Să se calculeze: a) numărul de rotații pe secundă pe care trebuie să le facă vasul pentru ca apa să nu cadă din vas; b) tensiunea maximă pe care o suportă firul cînd se efectuează două rotații pe secundă.

IV. 51. O bilă cu masa de 8 kg suspendată de un fir inextensibil cu lungimea de 1 m se rotește firul descriind un con în care cercul de bază (orizontal) are diametrul 1,2 m. Să se calculeze forța care întinde firul, perioada de rotație și viteza liniară a bilei ($g=10$ m/s^2).

Gh. I. Căpitan

Scanned with OKEN Scanner

IV. 52. Un corp cu masa de 5 kg porneşte din repaus şi alunecă fără frecare sub acţiunea gravitaţiei pe un plan înclinat de 7 m lungime care face un unghi de 30° faţă de orizontală. Se cere: a) componenta normală pe plan şi componenta paralelă cu planul a greutăţii corpului; b) acceleraţia corpului pe plan; c) în cît timp corpul parcurge planul înclinat; d) viteza cu care corpul ajunge la baza planului.

IV. 53. Aşezăm un corp pe un plan înclinat. Corpul nu alunecă şi îşi păstrează starea de repaus. Dacă îi imprimăm un impuls orizontal, paralel cu planul înclinat el se va mişca nu numai pe orizontală, ci va coborî pe planul înclinat. După un timp mai lung sau mai scurt corpul se va opri. De ce în urma aplicării impulsului pe orizontală corpul coboară pe planul înclinat deşi la început nu cobora? De ce corpul se opreşte?

K.V.

IV. 54. Un ciclist urcă o pantă lungă de 200 m cu viteza constantă de 7 m/s dezvoltînd un lucru mecanic de 30 K_J. Ce forţă a utilizat pentru urcare şi ce putere?

V. Săseanu

IV. 55. Un corp cu greutatea G este urcat uniform pe un plan înclinat sub acţiunea unei forţe F paralelă cu planul. Ştiind că $\mu=0{,}3$ şi $\frac{F}{G}=\frac{13}{20}$ să se afle unghiul de înclinare al planului.

V. Săseanu

IV. 56. Prova unui spărgător de ghiaţă poate fi considerată un plan înclinat care „atacă" sloiurile de gheaţă pe orizontală. Să se stabilească valoarea minimă a unghiului pe care trebuie să-l facă acest plan cu verticala pentru ca sloiul să pătrundă sub vas, ştiind că valoarea coeficientului de frecare dintre fier şi gheaţă este $\mu=0{,}2$.

Iunian Chelu

IV. 57. Pe un plan înclinat se găseşte o sferă de rază R care se sprijină de un cilindru fix de rază $\frac{R}{3}$. Ce unghi trebuie să aibă planul, pentru ca sfera să nu treacă peste cilindru.

Elvira Gustin

IV. 58. Un automobiul cu masa 800 kg parcurge un drum mergînd cu o viteză de 36 km/h; drmul are o pantă de 5 %, iar coeficientul de frecare de alunecare este 0,01. Să se calculeze ce putere dezvoltă motorul automobilului.

IV. 59. Un corp de masă $m=10$ kg se găseşte pe un plan înclinat. Unghiul dintre planul înclinat şi planul orizontal este de 45°. Să se calculeze: 1) greutatea corpului; 2) presiunea exercitată de corp asupra planului înclinat

dacă suprafața de contact este $S=700$ cm^2; 3) valoarea minimă a coeficientului de frecare la care corpul nu alunecă; 4) viteza corpului după parcurgerea unui drum de 7 m pe planul înclinat, coeficientul de frecare fiind $\mu=0{,}5$.

IV. 60. Pe o pantă de manevră a unei stații de triaj CFR, care face un unghi de 14°27′ cu orizontala, coboară un vagon fără viteza inițială. După coborîrea pantei vagonul circulă pe un plan orizontal. Știind că viteza vagonului la intrarea pe planul orizontal este de 9 km/h, iar coeficientul de frecare de rostogolire $\mu=0{,}008$, să se calculeze: a) timpul de coborîre pe pantă și de mișcare pe planul orizontal; b) spațiul parcurs de la pornire pînă la oprire.

Leontin Domide

IV. 61. Un vagon cu masa m_1 coboară o pantă de $\frac{1}{100}$, de lungime l, apoi își continuă mișcarea pe orizontală. La distanța „d" de baza planului înclinat se ciocnește de un alt vagon cu masa m_2 în care își continuă mișcarea. Coeficientul de frecare în tot cursul mișcării este μ. Ce distanță parcurg cele două vagoane împreună pînă la oprire? Date: $m_1=10$ t; $m_2=30$ t; $l=50$ m; $d=10$ m; $\mu=0{,}005$.

Ludovic Schwartz

IV. 62. Un schior plecînd din repaus, alunecînd fără frecare timp de 1 minut pe o pantă cu înclinarea de 30 metri la 1 000 m. Ajungînd într-un loc perfect orizontal, schiorul face o cotitură sub formă de arc de cerc cu raza de 32,4 m. Să se calculeze: a) viteza schiorului în momentul terminării cursei pe pantă; b) lungimea drumului parcurs pe pantă; c) înclinarea schiorului în timpul cotiturii; (accelerația gravitației se consideră 10 m/s^2).

C.A. Brașov, 1963

IV. 63. Dintr-un punct M situat pe un plan înclinat se mișcă în sens descendent un corp. Corpul trece prin punctul A cu viteza v_1, apoi prin B cu viteza v_2. Știind că media aritmetică a vitezelor v, și v_2 este 2 m/s, iar diferența înălțimilor punctelor A și B față de baza planului înclinat este de 0,5 m să se afle: a) vitezele corpului în punctele A și B; b) distanța dintre punctele A și B, știind că distanța $MA=0{,}3$ m (Se va lua $g=10$ m/s^2).

D. Văcaru

IV. 64. O săniuță de masă m coboară liber pe un plan înclinat, intră apoi pe un plan orizontal și se oprește undeva la o diferență de nivel h față de punctul de plecare. Ce lucru mecanic trebuie efectuat pentru a aduce săniuța înapoi la punctul de plecare? Se neglijează frecarea cu aerul.

C.F. 1972

IV. 65. Din vîrful dealului se dă drumul la o sanie ,energia potențială a saniei este W_p. După t secunde de la pornire sania ajunge la poalele dealului unde energia cinetică este $W_c(W_p=0)$. Se cunoaște unghiul de pantă al dealului α. Să se calculeze: 1) lungimea pantei l; 2) coeficientul de frecare

Scanned with OKEN Scanner

de alunecare; 3) presupunînd că la poalele dealului sania se mişcă pe un drum orizontal, să se găsească distanţa pe care o parcurge sania pînă la oprire (μ acelaşi).

I. Demian

IV. 66. Un bloc de piatră de greutate $G=4000$ N trebuie urcat cu ajutorul unui plan cu înclinaţie $\alpha=30°$, la înălţimea 3 m, coeficientul de frecare dintre blocul de piatră şi planul înclinat fiind $\mu=0{,}173$. Se cere: a) lungimea S a planului înclinat; b) forţa necesară pentru a urca blocul; c) puterea ce trebuie dezvoltată pentru ca ridicarea să se execute într-un timp $t=1/2$ minute.

IV. 67. Un corp cu masa de 3 kg este tras pe un plan înclinat care are unghiul variabil. Coeficientul de frecare este $1/\sqrt{3}$. a) La ce valoare a unghiului, forţa de tracţiune necesară mişcării uniforme devine egală cu greutatea corpului? b) Pentru ce valoare a unghiului e necesară o forţă de tracţiune maximă? Cît e valoarea acestei forţe.

Ludovic Schwartz

IV. 68. Să se determine valoarea limită a coeficientului de frecare dintre un corp greu şi un plan înclinat cu unghiul α, valoarea pentru care ridicarea corpului pe plan nu mai prezintă nici un avantaj faţă de ridicarea directă. Discuţie. *Aplicaţie*: $\alpha=30°$; $\alpha=45°$; $\alpha=60°$.

Romulus Sfichi

IV. 69. Pe un plan înclinat lung de 5 m şi înalt de 3 m se sprijină un corp care este legat, printr-un fir petrecut peste un scripete, de un taler cu masa neglijabilă. Corpul este menţinut în echilibru, dacă se aşează pe taler mase cuprinse între 22 kg şi 38 kg. Să se afle: 1) masa corpului; 2) coeficientul de frecare pe plan; 3) greutatea ce trebuie aşezată pe taler pentru ridicarea corpului pe plan cu o acceleraţie de 0,2 m/s^2 (se neglijează frecarea la scripete).

Gh. Raia

IV. 70. Panta unei căi ferate este specificată printr-un indicator 2,5/1000 m. Un tren de marfă cu masa de 1 000 t, urcă această pantă. Să se determine forţa de tracţiune a locomotivei, coeficientul de frecare fiind de 0,005?

B. Baeră

IV. 71. Pe o pantă de 30° sub acţiunea forţelor dezvoltate de două maşini Diesel electrice de cîte 1575000 N fiecare, urcă un tren format din 29 vagoane a cîte 20 t. Ştiind că la intrarea pe pantă viteza trenului era de 7,2 km/h să se afle: a) înălţimea la care ajunge trenul după 1,6 minute de la intrarea pe pantă; b) viteza trenului după 48 secunde de la intrarea pe pantă (se neglijează frecarea; $g=10$ m/s^2).

Leontin Domide

Scanned with OKEN Scanner

IV. 72. Un corp cu masa de 200 kg este urcat pe un plan înclinat de unghi α. Se dau sin $\alpha=0{,}2$, $g=10$ m/s^2. Se cere: a) forţa cu care corpul este urcat uniform pe plan; b) forţa cu care corpul este urcat cu acceleraţia de 0,2 m/s^2 pe plan; c) timpul, în care este urcat corpul în cazul b; d) randamentul planului înclinat.

V. Săseanu

IV. 73. Un biciclist avînd viteza iniţială $V_0=18$ km/h parcurge pe orizontală un spaţiu $l_1=200$ m cu o mişcare uniform accelerată în timpul $t=20$ s. În momentul cînd spaţiul orizontal se sfîrşeşte începe o pantă de lungime $l_2=20$ m şi al cărui unghi cu orizontala este $\alpha=30°$. Tot în acest moment biciclistul încetează de a mai pedala. Va putea urca biciclistul panta fără să pedaleze? Se mai dau; pe pantă $\mu=0{,}02$; $g=10$ m/s^2.

C. Nistorescu

IV. 74. Fie un plan înclinat cu lungimea $l=10$ m, care face cu orizontala un unghi $\alpha=30°$. Din punctul cel mai înalt al planului alunecă cu frecare un corp. Se cere: a) acceleraţia corpului pe planul înclinat; b) viteza cu care ajunge corpul după ce a străbătut toată lungimea planului; c) admiţînd că acest corp îşi continuă mişcarea pe planul orizontal, să se afle spaţiul străbătut pe drumul orizontal pînă la oprire; d) care este coeficientul de frecare la alunecarea (μ_2) pe planul orizontal. Date: coeficientul de frecare pe planul înclinat $\mu_1=0{,}2$; timpul total pînă la oprire 5,5 secunde.

IV. 75. Un om acţionează cu o forţă constantă $F=80$ N asupra unui vagonet de masă $m=200$ kg ce pleacă din repaus şi pe care îl deplasează pe şine orizontal. După ce parcurge spaţiul $S=30$ m în timpul $t=20$ s, vagonetul coboară pe şine în pantă, unghiul făcut de şine cu orizontal fiind $\alpha=30°$.

Mişcarea se va considera cu frecare pe plan orizontal şi fără frecare pe plan înclinat. Se cere: a) acceleraţia mişcării pe orizontală, valoarea coeficientului de frecare dintre şine şi roţi şi valoarea vitezei la sfîrşitul porţiunii orizontale; b) forţa cu care trebuie să acţioneze omul asupra vagonetului pe pantă, pentru ca mişcarea acestuia să fie uniformă, cu aceeaşi viteză pe care vagonetul o avea la sfîrşitul porţiunii orizontale. Se va considera $g=10$ m/s^2.

IV. 76. Un corp cu masa de 10 kg se mişcă uniform pe un plan orizontal QP urmat de planul înclinat PN. Viteza corpului în punctul P la începutul mişcării pe planul înclinat este de 10 m/s, înclinarea planului $\alpha=30°$, coeficientul de frecare $\mu=0{,}2$. După ce corpul parcurge 50 m pe planul înclinat i se aplică o forţă de 136 N de jos în sus, paralelă cu planul înclinat. După cît timp de la aplicarea forţei corpul se va găsi iar în punctul P? $g=10$ m/s^2.

I. Vlad

IV. 77. Un corp este acţionat pe un plan orizontal, de o forţă F care face un unghi α cu direcţia orizontală. Cunoscînd coeficientul de frecare μ, ce raport există între F şi greutatea corpului, dacă corpul capătă aceeaşi acce-

Scanned with OKEN Scanner

leraţie ca atunci cînd e lăsat liber din vîrful unui plan ce are acelaşi unghi α şi acelaşi coeficient de frecare μ? (Corpul nu se desprinde de plane).

Panaite Forţu

IV. 78. O rampă de lansare oblică are lungimea de 50 m şi înălţimea de 30 m. O rachetă cu masa de 100 kg pornind din repaus părăseşte rampa cu viteza de 144 km/h coeficientul de frecare fiind 0,05. a) Cît a fost puterea medie a motorului rachetei în cursul mişcării pe rampă? b) Racheta e accelerată în continuare devenind un satelit artificial al Pămîntului, cu traiectorie circulară. De la părăsirea rampei pînă la plasarea pe orbită, se consumă un lucru mecanic de $2478 \cdot 10^6$ J; care este viteza rachetei satelit pe traiectoria circulară? c) La ce înălţime de sol se roteşte satelitul? Se va lua raza Pămîntului 6370 km şi se va lucra cu $g=10$ m/s^2.

L. Schwartz

IV. 79. Un automobil de masă m se deplasează pe o şosea orizontală cu o viteză constantă V_0. La un moment dat începe să urce o pantă de unghi α şi avînd o lungime l. La capătul de sus al pantei şoseaua continuă orizontal. Cunoscînd că drumul are un coeficient de frecare μ se cere să se determine: a) înălţimea faţă de şoseaua orizontală la care se ridică automobilul, dacă nu-şi modifică forţa de tracţiune; b) viteza ce ar trebui să o aibă automobilul, cînd începe să urce panta, pentru a o urca complet, fără ca motorul să-şi mărească forţa de tracţiune; c) forţa de tracţiune care ar trebui să acţioneze motorul pentru ca automobilul să urce toată panta cu aceeaşi viteză; d) dacă, după urcarea pantei îşi menţine această forţă de tracţiune la ce viteză ajunge automobilul în timpul t şi ce spaţiu a parcurs în acest timp?

M. Tironiac

IV. 80. Un mobil de 2 kg este aruncat de la bază pe un plan înclinat de 30° cu o viteză iniţială de 20 m/s. Coeficientul de frecare la mişcarea pe plan este $\mu=0,1$. Să se calculeze: a) Viteza cu care corpul ajunge din nou la baza planului. b) Lucrul mecanic efectuat de forţa de frecare. Se va lua $g=10$ m/s^2.

D. Tănase

IV. 81. Un corp cu masa de 1 kg urcă pe un plan înclinat, trecînd prin punctul A cu viteza $v_1=20$ m/s, consumîndu-şi energia cinetică, corpul se întoarce şi trece din nou prin punctul A după $t=6$ secunde avînd viteza $v_2=14$ m/s. Să se calculeze: a) viteza medie la urcare şi la coborîre; b) spaţiul maxim parcurs de corp pe pantă; c) timpul de urcare şi de coborîre; d) acceleraţia în timpul urcării şi în timpul coborîrii; e) energia consumată de frecare; f) forţa de frecare.

M. Müller

IV. 82. Un corp este lăsat să alunece fără viteză iniţială de la marginea superioară a unui plan înclinat cu înălţimea de 15 m; unghiul de înclinare de 45° şi coeficientul de frecare 0,2. Se cere să se găsească înălţimea la

care ajunge corpul, dacă ar fi lansat în sus cu o viteză inițială egală cu viteza pe care o are corpul la baza planului înclinat.

Fl. Brădău

IV. 83. Un corp este aruncat în sus pe un plan înclinat cu $V_0=10$ m/s, coeficientul de frecare fiind $\mu=\sqrt{\frac{3}{3}}$. Cît să fie unghiul α, ca distanță parcursă de corp să fie maximă? Cît e această distanță maximă ($g=10$ m/s^2)?

Ludovic Schwartz

IV. 84. Un corp paralelipipedic este lansat de jos în sus de-a lungul unui plan înclinat care formează un unghi alfa cu orizontala. Știind că timpul de revenire (coborîre) înapoi la baza planului este de n ori mai mare decît timpul de urcare, să se afle coeficientul de frecare la alunecare μ, dintre corp și planul înclinat. *Aplicație numerică* $\alpha=45°$, $n=2$.

C. F. 1973

IV. 85. Un plan formează un unghi α_0 cu orizontala cînd un corp se găsește la marginea sa superioară. Corpul alunecă fără frecare pe plan în timp ce planul se rotește, coborînd cu viteza unghiulară constantă ω, pînă în poziția orizontală. Să se exprime accelerația corpului față de plan în funcție de timp.

Ludovic Schwartz

IV. 86. Două plane înclinate AB și AC cu coeficienții de frecare μ_1 respectiv μ_2 fac între ele în punctul comun A, un unghi de 90°. Să se calculeze unghiul de înclinare al fiecărui plan cu orizontala, astfel ca două corpuri de mase diferite pornind simultan din punctul comun A tot simultan să atingă orizontala. Punctele B și C sînt pe orizontală.

Nicolae Tiștea

IV. 87. Un corp alunecă fără viteză inițială pe un plan înclinat AB începînd din vîrful A al planului. Planul înclinat AB are unghiul de înclinare față de orizontală α. Ajungînd la finele planului AB, corpul urcă pe un plan înclinat BC în serie cu primul plan, pînă în punctul C. Cunoscînd că valoarea coeficientului de frecare a corpului este aceeași pe ambele plane, să se determine unghiul de înclinare față de orizontală a planului BC astfel încît înălțimea la care urcă corpul pe acest plan să fie jumătate din înălțimea planului AB.

Romulus Sfichi

IV. 88. Un corp coboară de-a lungul unui plan înclinat, de la o anumită nălțime. Ajungînd jos, urcă imediat pe alt plan lipit de primul și egal înclinat. Noua înălțime la care se ridică corpul este m/n din cea inițială ($m<n$). Coeficientul de frecare este același. Dîndu-se raportul m/n și înclinarea α a planurilor față de orizontală, să se determine coeficientul de frecare μ. Se dau $m/n=2/3$ și unghiul $\alpha=45°$.

Adriana Bejan

Scanned with OKEN Scanner

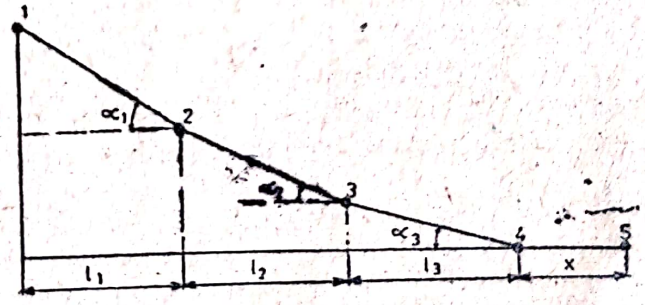
IV. 89. O săniuță coboară o pantă și urcă imediat o alta, de aceeași înclinare. După oprire se mișcă în sens invers și revine pe prima pantă la jumătatea ei. Cunoscînd coeficientul de frecare la alunecare $\mu=0,1$, să se determine panta.

I. Buzu

IV. 90. De la înălțimea h_A, un corp este lăsat să alunece pe un plan înclinat P_A care face cu orizontala un unghi α. Ajuns la baza planului, corpul alunecă pe o porțiune orizontală de lungime x după care urcă pe un alt plan înclinat P_B care face cu orizontala unghiul β. Se știe că pe tot parcursul coeficientul de frecare este μ și că la joncțiunea planurilor înclinate cu suprafața orizontală, mișcarea corpului nu întîmpină nici o altă rezistență. Să se determine expresia lui x astfel ca mobilul să urce pe planul înclinat P_B pînă la înălțimea h_B. Dacă această experiență se repetă pe Lună menținîndu-se aceleași valori pentru h_A, h_B α, β și μ; x se modifică?

E. Miclescu

IV. 91. Un jilip (drum de alunecare pentru transportul bușteni lor) este compus din trei panouri (fig. IV. 91). Cunoscînd elementele l_1, l_2, l_3, α_1, α_2, α_3, să se determine: 1) viteza bușteni lor în punctul final al ultimului panou luînd în considerație că valorile coeficienților de frecare la alunecarea bușteni lor pe cele trei panouri ale jilipului sînt μ_1, μ_2 și respectiv μ_3; 2) distanța pe care o mai parcurge pe orizontală bușteanul pînă la oprire, dacă în acest caz coeficientul de frecare la alunecare este μ_4. Se va neglija rezistența aerului și se va considera viteza inițială a bușteni lor ca fiind nulă. *Aplicație*: $l_1=l_2=l_3=1\,000$ m, $\alpha_1=30°$; $\alpha_2=15°$; $\alpha_3=10°$; $\mu_1=0,2$; $\mu_2=0,3$; $\mu_3=0,4$; $\mu_4=0,5$. Se va considera $g=10$ m/s², se va lucra cu aproximație de o miime.



Romulus Sfichi

IV. 92. Două plane, înclinate, așezate față în față sînt în contact la bazele lor. Ele au aceeași lungime „a" unghiul de înclinație α și coeficientul de frecare μ. De pe vîrful unuia din plane alunecă un corp care poate trece pe celălalt plan fără pierdere de energie, în ambele sensuri. Să se determine: a) spațiul parcurs la a „n"—a urcare și spațiul total parcurs pînă la oprire; b) la a cîta urcare drumul este $a/2$? c) timpul t_0 necesar primei coborîri, timpul necesar pentru a n-a coborîre; d) la a cîta coborîre timpul de coborîre va fi $t_0/2$? *Aplicație*: $a=10$ m, $g=10$ m/s², $\alpha=45°$, $\mu=0,01$, $n=10$.

L. Schwartz

Scanned with OKEN Scanner

IV. 93. Avem două plane înclinate așezate pe același plan orizontal. Unul din cele două plane are lungimea egală cu distanța dintre plane și de două ori mai mare decît a celuilalt. Ce raport trebuie să existe între unghiurile planelor, pentru ca două corpuri ce alunecă fără frecare să se întîlnească la jumătatea distanței dintre plane (Se consideră că nu avem pierderi de viteză la bazele planelor și corpurile sînt lăsate să alunece din vîrfurile planelor).

Panaite Forțu

IV. 94. Se dă un plan înclinat de lungime $l=2{,}75$ m și unghi de înclinație față de orizontală $\alpha=45°$. De-a lungul planului este lansat de jos în sus cu viteză inițială $v_0=4{,}9$ m/s un corp cu masa $m_1=1$ kg. Se constată că accelerația sa la urcare este egală ca mărime cu accelerația gravitațională $g=9{,}8\,\frac{m}{s^2}$. Simultan din vîrful planului este lăsat liber să lunece în jos un corp de masă $m_2=2$ kg. Coeficientul de frecare la lunecare este același pentru ambele corpuri. Corpurile se întîlnesc și se ciocnesc plastic. Care va fi viteza lor la baza planului?

C. F., 1977

IV. 95. Se consideră planul înclinat P, de lungimea L. La capătul de sus al planului se află corpul 1, de masă m. La jumătatea planului, se află corpul 2, de masă m. Corpurile părăsesc poziția inițială. Să se descrie mișcarea celor două mase, pe planul înclinat și în continuare, pe planul orizontal. Frecările sînt neglijabile, atît pe planul înclinat cît și pe planul orizontal.

Eugen Lakatoș

IV. 96. La cele două capete ale unui cablu trecut peste un scripete sînt legate două corpuri cu masele $m=10$ kg și $M=50$ kg. Corpul cu masa mică alunecă cu frecare pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30°$, coeficientul de frecare fiind $\mu=1/\sqrt{3}$. Corpul cu masa mare, inițial în repaus, cade de la înălțimea de 5 m. Se cere: a) accelerația de cădere a corpului cu masă mare; b) viteza la atingerea solului; c) timpul de cădere.

IV. 97. Un corp de masă m_1 este așezat pe un plan înclinat de unghiul α, la baza lui. Corpul este acționat printr-un fir inextensibil paralel cu planul trecut peste un scripete fix de către un alt corp de masă m_2 suspendat la celălalt capăt al firului la nivelul superior al planului înclinat. Coeficientul de frecare de alunecare a primului corp cu planul este μ iar planul are lungimea l. Se lasă liber sistemul și se cer: a) accelerația sistemului pînă în momentul cînd corpul de masă m_2 atinge planul orizontal; b) viteza corpurilor din sistem în acest moment; c) accelerația primului corp după oprirea corpului al doilea; d) spațiul parcurs de primul corp din acest moment pînă la oprire; e) dacă în momentul opririi corpului al doilea, firul se rupe, ce energie cinetică are primul corp în momentul cînd revine la baza planului înclinat? Se dau: $g=10$ m/s^2; $l=2{,}5$ m; $m_1=8$ kg; $m_2=12$ kg, $\mu=\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\alpha=30°$.

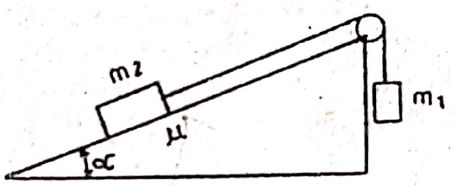
C.F. **1970.**

Scanned with OKEN Scanner

IV. 98. Un corp de masă $m_2=0{,}2$ kg se află pe un plan înclinat cu $\alpha=30°$. Acest corp este legat de una din extremităţile unui fir trecut peste un scripete, la cealaltă extremitate a firului atîrnînd un alt corp de masă m_1. Se cere: a) pentru ce valoare a masei m_1, sistemul de corpuri lăsate liber se mişcă cu acceleraţia de 0,2 m/s², mişcarea făcîndu-se în sens descendent pe plan, fără frecare? b) pentru ce valoare a masei m_1 sistemul de corpuri stă în echilibru? c) presupunînd situaţia de la punctul b) şi considerînd că între plan şi m_2 are loc frecarea cu $\mu=0{,}1$, ce acceleraţie capătă sistemul dacă se adaugă la m_1 o masă adiţională $m_3=50$ g?

Dumitru Th. Văcaru

IV. 99. Pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha=30°$ şi coeficientul de frecare $\mu=\frac{\sqrt{3}}{3}$, se găseste corpul cu masa m_2 legat printr-un fir de corpul cu masa m_1 conform figurii IV. 99. Să se găsească raportul alungirilor firului în cazurile cînd sistemul se mişcă uniform accelerat în sens orar şi în sens contrar, uniform încetinit.



L. Schwartz

IV. 100. Două corpuri de mase $m_1=60$ kg şi $m_2=80$ kg se găsesc pe două plane ce formează între ele unghiul de 60°, primul plan formînd cu orizontala un unghi de 50°. Corpurile sînt legate între ele printr-un fir trecut peste un scripete fix. Să se determine acceleraţia şi viteza sistemului după 5 secunde, cunoscînd coeficienţii de frecare pe cele două plane $\mu_1=0{,}02$ şi $\mu_2=0{,}01$, frecările la scripete şi masa firului fiind neglijabile.

IV. 101. Două plane înclinate făcînd unghiurile de 30° şi 60° cu orizontala şi avînd aceeaşi înălţime, sînt lipite unul cu altul. Să se calculeze acceleraţia pe care o obţin două corpuri avînd masele $m_1=0{,}2$ kg şi $m_2=0{,}6$ kg legate între ele cu un fir care trece peste un scripete fixat la vîrful comun al celor două plane. Corpul de masă m_1 este aşezat pe planul înclinat ce face unghiul de 30° cu orizontala. Coeficientul de frecare al corpurilor faţă de suprafaţa planului este $\mu=1/\sqrt{3}$.

C.A. Iaşi 1970

IV. 102. Două plane înclinate CA şi BA avînd înălţimea AD comună, formează cu planul orizontal unghiurile $\alpha=30°$ şi respectiv $\alpha'=45°$. În punctul A se află un scripete peste care este trecut un fir, ce are legate la capete 2 greutăţi: $G_1=0{,}8$ N este situată în planul CA, iar $G_2=0{,}2$ N este situată pe planul BA. Considerînd frecarea nulă se cer: a) acceleraţia de mişcare

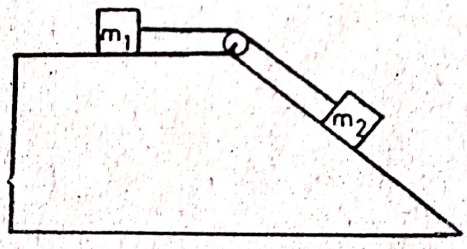
a sistemului de corpuri; b) menținînd unghiul α' constant să se afle unghiul α pentru care accelerația sistemului de corpuri este jumătate din accelerația gravitațională (se va lua $g=10$ m/s^2).

D. Văcaru

IV. 103. Pe două plane înclinate ce au înălțimea comună și care fac unghiurile α și respectiv β cu orizontala, pot aluneca cu frecare două corpuri de mase m_1 respectiv m_2, corpurile sînt legate între ele cu un fir de greutate neglijabilă trecut peste un scripete situat în vîrful planelor. Coeficienții de frecare dintre corpuri și plane fiind μ_1 respectiv μ_2, să se arate sensul în care se mișcă corpurile și să se calculeze accelerația mișcării. *Aplicație*: $\alpha=60°$; $\beta=45°$, $m_1=6$ kg, $m_2=4$ kg; $\mu_1=0{,}4$; $\mu_2=0{,}2$.

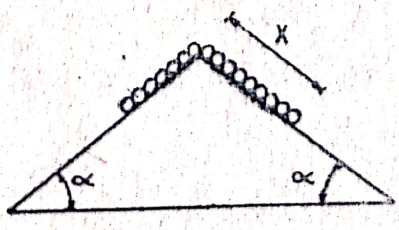
Ioan Druică Zeletin

IV. 104. Un sistem de două corpuri de mase $m_1=2$ kg și $m_2=1$ kg se găsește așezat pe un dispozitiv ca în fig. IV. 104. Unghiul porțiunii înclinate a dispozitivului este de 30°, iar coeficientul de frecare dintre corpuri și dispozitiv este de 0,1. Inițial sistemul fiind în repaus se aplică corpului m_2 un impuls de 3 kg m/s pe o direcție paralelă cu planul înclinat și îndreptat spre baza lui. Se cere: a) forța de frecare în timpul mișcării sistemului; b) accelerația mișcării acestuia; c) viteza și spațiul străbătut după 2 secunde; d) tensiunea în firul de legătură. Se dau: $g=10$ m/s^2; sin $30°=0{,}5$.



S. Ciocaneli

IV. 105. Pe două planuri înclinate unite avînd același unghi de înclinație și coeficientul de frecare μ se găsește un lanț de lungime „l“ conform figurii IV. 105. Notăm cu x lungimea porțiunii lanțului pe unul din planuri. a) să se exprime și să se reprezinte grafic accelerația lanțului în funcție de x. b) pentru ce valori ale lui x se va găsi lanțul în repaus? *Aplicație*: $l=2$m, $\alpha=45°$, $\mu=0{,}2$.

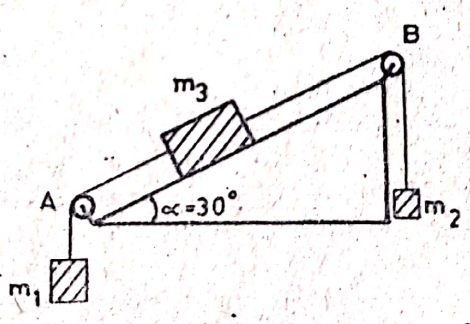


Ludovic Schwartz

IV. 106. Pe un plan orizontal se găsesc trei corpuri identice legate între ele prin intermediul a două fire inextensibile. Inițial corpurile se află la capătul superior al unui plan înclinat, aflat în continuarea celui orizontal. Se lasă primul corp să alunece pe planul înclinat. a) Dacă lungimea firului ce leagă primele două corpuri este l să se afle lungimea minimă a celui de al doilea fir astfel încît ciocnirea primelor două corpuri să aibă loc înainte ca cel de al treilea corp să pornească în mișcare pe planul înclinat; b) cu ce viteză va porni cel de al treilea corp, dacă el se pune în mișcare imediat după ciocnirea elastică a primelor două corpuri. Se dau: înclinarea planului α, coeficientul de frecare cu planul μ.

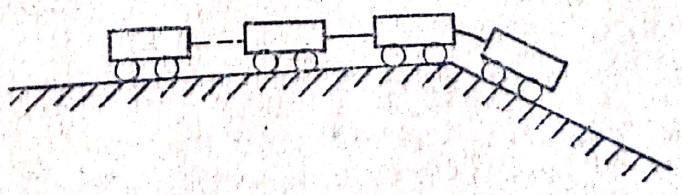
Vanea Păduraru

IV. 107. La capătul A și B ale unui plan înclinat ($\alpha=30°$) se află doi scripeți fig. IV. 107 peste care este trecut un fir la extremitățile căruia sînt atîrnate corpurile de masă $m_1=1$ kg și $m_2=8$ kg. Pe porțiunea AB a firului este intercalat un corp de masă $m_3=1$ kg și alunecă cu frecare ($\mu=0{,}1$). La momentul inițial masa m_2 începe să coboare iar la momentul $t_1=1_s$ firul se rupe între corpurile m_3 și m_2. Să se afle: 1) viteza celor trei corpuri în momentul ruperii firului; 2) tensiunea în fir între m_2 și m_3 înaintea ruperii acestuia; 3) la ce moment corpul de masă m_3 are viteza nulă; 4) spațiul străbătut de m_3 pînă în momentul anulării vitezei sale; 5) accelerația corpului de masă m_3 la coborîre ($g=10$ m/s^2).



C.A., Cluj-Napoca, 1975

IV. 108. Pe un plan orizontal se găsesc „n+1“ cărucioare de aceeași masă, legate între ele prin fire inextensibile de aceeași lungime. Primul cărucior se află la capătul superior al unui plan înclinat aflat în continuarea celui orizontal (fig. IV. 108). Sistemul este lăsat liber. Să se determine: „n“ știind că viteza sistemului în momentul cînd ultimul cărucior a intrat pe planul înclinat este de 6 ori mai mare decît viteza sistemului în momentul intrării pe planul înclinat a celui de al doilea cărucior. Mișcarea are loc fără frecare.



Ionel Stanciu

Scanned with OKEN Scanner

IV. 109. Se dă un cerc de rază R situat în plan vertical. Din punctul cel mai de jos a cercului se lansează un corp în interiorul cercului pe periferia acestuia, fără frecare. Să se determine viteza inițială cu care trebuie lansat corpul, dacă: 1) corpul execută o mișcare pendulară; 2) corpul efectuează o mișcare circulară după care se desprinde de cerc, descriind în cădere o parabolă, 3) corpul efectuează o mișcare circulară continuă.

Romulus Sfichi

IV. 110. Un cărucior cu masa m, pornește de la punctul inferior al unui semicerc cu raza R și se mișcă uniform în sus cu viteza V. (Fig. IV. 110). Coeficientul de frecare este μ. Să se determine puterea medie a motorului căruciorului. Media lui $\sin \alpha$ pe intervalul $[0, \pi]$ este egală cu $\frac{2}{\pi}$.

L. Schwartz

IV. 111. Un corp de dimensiuni mici și de masa m, alunecă fără frecare din vîrful unei sfere de rază R, aflată pe un plan orizontal. 1) Să se studieze mișcarea corpului; 2) să se calculeze la ce distanță de la punctul de sprijin al sferei, corpul va atinge planul orizontal. (*Aplicație numerică* $R=0{,}60$ m. Se ia $g=10$ m/s^2).

S. Stadnicov

IV. 112. La un circ, cunoscuta probă numită „zidul morții" se execută de către un motociclist pe un cilindru cu raza de 4 m. Care este frecvența minimă de rotație pe care trebuie să o aibă motociclistul pentru a nu cădea de pe perete, dacă el aleargă într-un plan perpendicular pe înălțimea cilindrului? (Se va lua $g=10$ m/s^2).

S. Ciocaneli

IV. 113. Un vas paralelipipedic cu înălțimea „m" și dimensiunile bazei l și n este umplut cu un lichid pînă la 3/4 din înălțime. Vasul e deplasat cu accelerația constantă a în direcție perpendiculară pe lățimea bazei. Se cere: 1) să se exprime înălțimea h_1 și h_2 ale lichidului pe cei doi pereți opuși în timpul mișcării. De care dimensiune nu depind valorile lui h_1 și h_2? Să se reprezinte grafic variația lui h_1 și h_2 în funcție de a; 2) pentru care valoare a accelerației atinge lichidul marginea superioară a vasului?

L. Schwartz

IV. 114. Pe un plan înclinat care face un unghi α cu orizontala este aşezat un corp A. Ce acceleraţie trebuie imprimată planului pe direcţie orizontală pentru ca corpul A să cadă liber în jos. *Aplicaţie*: $\alpha=45°$, $g=10$ m/s^2.

C. F. 1971

IV. 115. Pe un plan înclinat ce face un unghi α cu orizontala, este aşezat un corp A de masă m. Să se determine: a) acceleraţia ce trebuie imprimată planului pe direcţia orizontală, pentru ca corpul să rămînă în echilibru pe planul înclinat. Discuţie: b) Acceleraţia minimă ce trebuie imprimată planului pentru ca corpul să cadă liber pe verticală. Discuţie. c) Raportul dintre cele două feluri de acceleraţie ale planului. Se neglijează forţele de frecare.

I. Negulescu

IV. 116. Un pendul avînd masa „m" este suspendat la un suport fixat de un cărucior. Să se arate că, dacă căruciorul se mişcă pe un plan orizontal sau coboară liber pe un plan înclinat care formează unghiul α cu orizontala, atunci tensiunile în fir, în cele două cazuri, nu pot să fie egale.

C. Pietreanu

IV. 117. Un vagon se deplasează rectiliniu şi uniform cu viteza v. Pe platforma lui se află un suport de care se află atîrnat un fir inextensibil de lungime l şi de masă neglijabilă, la capătul căreia este suspendată o masă punctiformă m. În timpul mişcării de mai sus firul se află în repaus faţă de suport. Orice frecare se neglijează: a) vagonul frînează brusc şi masa m începe să oscileze ca un pendul, unghiul maxim făcut de fir cu verticala fiind α. Să se determine v în funcţie de l şi α; b) să se afle viteza maximă ce poate fi măsurată cu ajutorul dispozitivului de mai sus; c) vagonul revine la viteza v şi intră apoi uniform accelerat, cu acceleraţia a, într-o curbă de rază r. Se cere modulul forţei F care acţionează asupra masei m, după t secunde de la intrarea în curbă şi valoarea unghiului $(\vec{F},\vec{a})$.

Mircea Pavelescu

IV. 118. Într-un vagon care se mişcă rectiliniu cu acceleraţia constantă a_1 se află un plan înclinat ce face cu orizontala unghiul α. Pe plan se află un corp de masă m care se mişcă cu frecare (coeficient de frecare μ) în sens ascendent cu acceleraţia a_2. Să se determine acceleraţia vagonului. *Aplicaţia numerică*: $\alpha=30°$; $\mu=0{,}1$; $a_2=82$ m/s; $g=10$ m/s^2.

S. Vlase

IV. 119. Pe un plan înclinat situat într-un ascensor ce se mişcă cu acceleraţia a_1 pe direcţie verticală, se află un corp de masă m_1 care coboară pe plan fără frecare, cu acceleraţia $a>g\sin\alpha$. Să se determine mărimea acceleraţiei a, precum şi reacţiunea ce apare în plan la mişcarea corpului. *Aplicaţie*: $g=9{,}8$ m/s^2; $a_1=5{,}2$ m/s^2; $m=0{,}2$ kg, $\alpha=30°$.

S. Vlase.

Scanned with OKEN Scanner

IV. 120. Un corp alunecă fără viteza inițială pe un plan înclinat, situat într-un ascensor, care coboară cu o accelerație constantă a_0. 1) Să se găsească accelerația corpului care alunecă pe planul înclinat în funcție de unghiul α al planului înclinat cu orizontala și accelerația ascensorului. 2) Ce se întîmplă cu corpul dacă ascensorul cade liber cu accelerația gravitațională? 3) Care este accelerația ascensorului, dacă corpul alunecă pe planul înclinat, în prima secundă, 1,44 m. Coeficientul de frecare este $\mu=0{,}2$ iar $\alpha=30°$.

M. Scheffel

IV. 121. O pană netedă de masă M are forma unei prisme cu secțiunea triunghiulară cu unghiurile de la bază θ_1 și θ_2. Pe prismă (pană) se află două corpuri de mase m_1 și m_2, legate între ele printr-un fir inextensibil, care trece peste un scripete fixat pe muchia prismei (unghiul diedru). Masa firului și masa scripetului sînt neglijabile față de masele m_1, m_2 și M. Întregul sistem se află inițial în stare de repaus. După aceea sistemul este lăsat să se miște liber. Să se calculeze accelerația cu care va luneca pana, știind că ea este așezată pe un plan orizontal absolut neted. Să se exprime accelerația prismei. Ce relație trebuie să existe între masele m_1 și m_2, pentru ca prisma să rămînă fixă iar corpurile să lunece pe prismă?

Concurs internațional, Sofia 1971

IV. 122. Un corp cu masa de 3 kg cade liber de la înălțimea de 100 m. Să se afle: a) în cît timp atinge suprafața pămîntului; b) care este viteza finală; c) ce energie a avut corpul la înălțimea de 100 m. Rezistența aerului se socotește neglijabilă.

IV. 123. Care este înălțimea maximă de la care poate să sară o persoană din poziția stînd în picioare, care suportă o accelerație maximă egală cu $3{,}5\,g$ $\left(\text{unde } g=9{,}8\,\frac{m}{s^2}\right)$ la căderea în picioare, știind că în această poziție centrul lui de greutate se află la înălțime de 1 m, iar în poziția finală (ghemuit) la 25 cm?

Marton Attila

IV. 124. Două corpuri de 2 kg fiecare sînt lăsate să cadă liber în același moment de la înălțimi diferite h_1 și h_2. Corpul care cade de la înălțimea h_1 atinge pămîntul cu viteza $v_1=9{,}8$ m/s. Al doilea corp va atinge pămîntul cu 3 s. mai tîrziu. Să se calculeze: a) înălțimile h_1 și h_2; b) energiile cinetice la atingerea pămîntului; c) diferența energiilor potențiale la plecare.

IV. 125. În $\Delta t=4$ s impulsul unui corp aflat în cădere liberă a crescut cu $\Delta H=82{,}32$ kg ms^{-1}. Viteza corpului la sol fiind $v=60$ ms^{-1}, calculați energia potențială inițială a corpului ($g=9{,}8$ ms^{-2}).

I. Druică Zeletin

IV. 126. Un corp este aruncat vertical în sus de la suprafața Pămîntului cu viteza inițială V_0. Să se determine cît timp rămîne corpul deasupra unui

obiectiv de pe pămînt situat pe locul de aruncare și a cărui înălțime este de n ori mai mică ($n>1$) decît înălțimea maximă la care se ridică corpul.

Se face abstracție de rezistența aerului. *Aplicație* $V_0=49$ m/s; $n=4$; $g=9{,}8$ m/s².

Romulus Sfichi

IV. 127. Pînă la ce înălțime se ridică un glonț tras dintr-o armă de foc dacă ne aflăm pe Lună. Se consideră viteza glonțului $v=500\ \frac{m}{s}$ ($g_L=1{,}6$ m/s²).

Constantin Nistorescu

IV. 128. Cum variază numărul picăturilor de ploaie din unitatea de volum în timpul căderii lor spre pămînt? Nu se va considera contopirea picăturilor sau evaporarea lor.

C. F. 1972

IV. 129. Un corp cu masa de 100 g cade liber de la o înălțime oarecare, parcurgînd în ultima secundă de cădere a „n" a parte din înălțime. Știind că accelerația gravitațională are valoarea de 10 m/s² se cere: a) înălțimea de la care cade corpul și timpul de cădere, în funcție de n; b) pentru ce valoare a lui n viteza din penultima secundă de cădere are valoarea $10(1+\sqrt{2})$ m/s? c) lucrul mecanic corespunzător căderii corpului pentru această valoare a lui „n"; d) viteza corpului la jumătatea înălțimii; e) variația impulsului corespunzătorare sfîrșitului primei și ultimei secunde de mișcare a corpului.

P. Vasiliu

IV. 130. Dintr-un nor de ploaie de la înălțimea de 240,1 m cad picături una după alta. Cînd prima serie de picături a parcurs spațiul de 19,6 m începe să cadă a doua serie și cînd acestea au parcurs același spațiu de 19,6 m începe să cadă a treia serie de picături, apoi cînd a treia serie a parcurs spațiul de 19,6 m începe să cadă a patra serie de picături. Se neglijează frecarea picăturilor de ploaie cu aerul. Să se calculeze: a) în cît timp a parcurs distanța pînă la pămînt prima serie de picături? b) care este distanța dintre pămînt și fiecare serie de picături în momentul cînd prima serie a atins pămîntul? c) ce distanțe sînt între seriile de picături, a doua, a treia și a patra cînd prima serie a atins pămîntul? ($g=9{,}8$ m/s²).

V. Dragu și I. Dumitrașcu

IV. 131. Un corp mic și greu cade, fără viteză inițială de la înălțimea h. Știind că această distanță a fost împărțită în n porțiuni, astfel ca timpii necesari pentru parcurgerea lor să fie egali, să se deducă formula care permite calcularea lungimii unei porțiuni oarecare de ordinul p, unde $1\leq p\leq n$. *Aplicație*: să se calculeze de cîte ori este mai mare ultima porțiune decît prima, precum și lungimea porțiunii a 7-a, cînd $n=8$ și $h=3\,200$ m.

Gh. Căpitan

Scanned with OKEN Scanner

IV. 132. Un mobil este aruncat pe verticală în sus cu viteza inițială $V_0=78{,}4$ m/s. Ce interval de timp desparte trecerile mobilului printr-un punct situat la înălțimea $h_1=137{,}2$ m față de sol?

I. Druică Zeletin

IV. 133. Neluîndu-se în considerație rezistența aerului să se determine timpul de cădere liberă a unui corp știind că $\frac{1}{n}$ din înălțimea totală de cădere, este parcursă în ultimele „m" secunde. *Aplicație*: $n=3$; $m=1$ s.

S.R.

IV. 134. Un corp este lăsat să cadă liber dintr-un punct aflat la înălțimea h față de sol. Ce forță constantă trebuie aplicată corpului cu t_1 secunde înainte de a ajunge la sol pentru ca în momentul în care el atinge solul viteza lui să fie nulă? Calculați înălțimea față de sol unde a fost aplicată forța. Calculați timpul cît durează deplasarea corpului și comparați valoarea acestuia cu timpul în care corpul străbate înălțimea h în cădere liberă. Aplicație: $h=120$ m $t_1=2$ s; $g=10$ m/s^2; masa corpului $m=4$ kg.

I. Druică Zeletin

IV. 135. Dintr-un avion sare un paraşutist care deschide paraşuta la 100 m depărtare de sol. Știind că avionul se află la înălțimea de 3100 m să se calculeze timpul în care paraşutistul atinge solul, considerînd că după deschidere are o mișcare uniformă cu viteza de 2 m/s.

I. Militaru

IV. 136. Un paraşutist este lansat dintr-un helicopter aflat la punct fix. Paraşutistul comandă deschiderea paraşutei numai după ce a ajuns, în cădere liberă la o anumită înălțime față de pămînt, după care mișcarea de cădere este uniformă cu viteza „v" m/s. Să se determine: a) înălțimea de la care este lansat paraşutistul cunoscînd că timpul total de cădere este „t", iar timpul în căderea liberă este de „n" ori mai mic decît timpul în căderea cu mișcare uniformă; b) viteza de cădere a paraşutistului în momentul deschiderii paraşutei. *Aplicație*: $v=6$ m/s; $t=90$ sec; $n=8$; $g=9{,}8$ m/s^2.

Romulus Sfichi

IV. 137. Un paraşutist este lansat dintr-un elicopter aflat la punct fix la o înălțime h față de pămînt. Paraşutistul comandă deschiderea paraşutei numai după ce a ajuns, în cădere liberă, pe verticală, la înălțimea $\frac{h}{n}$ față de pămînt. Cunoscînd timpul total de cădere t, să se determine viteza constantă a paraşutistului precum și ultima viteză a paraşutistului înainte de deschiderea paraşutei. Se va neglija acțiunea vîntului. *Aplicație*: $h=900$ m; $n=\frac{90}{41}$; $t=235/3$ s; $g=9{,}8$ m/s^2.

Romulus Sfichi

Scanned with OKEN Scanner

IV. 138. O piatră este lăsată să cadă liber într-o fîntînă la care apa se află la adîncimea $h=20$ m. Cunoscînd viteza sunetului în aer $v=340\frac{m}{s}$, să se determine după cît timp un observator situat la gura fîntînii aude zgomotul căderii pietrii în apă ($g=10$ m/s^2).

Romulus Sfichi

IV. 139. Un corp cade liber de la înălțimea l pe vîrful unui plan înclinat de lungime $l\sqrt{3}$ și $\alpha=30°$. După ce a alunecat pînă la baza planului își continuă mișcarea pe orizontală oprindu-se după ce a parcurs pe planul orizontal o distanță egală cu „l". Știind că pe planul înclinat și pe orizontală coeficientul de frecare este același, să se determine valoarea acestui coeficient de frecare (la ciocnirea cu planul corpul nu-și modifică modulul vitezei).

L. Schwartz

IV. 140. La capetele unui fir trecut peste un scripete fix se găsesc doi cilindri de cîte 880 g fiecare. O bilă cu masa de 200 g este lăsată să cadă într-unul din cilindri de la înălțimea de 4,9 m. 1) Cu ce viteză se pune în mișcare sistemul și ce fel de mișcare execută? 2) Care este viteza și spațiul parcurs de sistem după 5 s? Se neglijează frecarea.

L. Schwartz

IV. 141. Dintr-un punct 0 pornesc simultan trei mobile A, B, C, mobilul A are viteza inițială $v_{01}=$ m/s și accelerația $a_1=2$ m/s^2. Mobilul B pornește din repaus în același sens cu A și are accelerația $a_2=2$ m/s^2. Mobilul C este aruncat pe verticală de jos în sus cu viteza inițială $v_{03}=60$ m/s. În momentul t_0 cînd C atinge înălțimea maximă mobilele A și B încep să fie frînate. Ele se opresc în același punct D la distanța de 100 m de 0. Considerînd $g=10$ m/s^2 să se afle: 1) Spațiile parcurse de mobilele A și B în timpul t_0; 2) vitezele mobilelor A și B la momentele t_0; 3) după cît timp din momentul inițial mobilele A și B vor avea viteze egale? 4) accelerațiile mobilelor A și B în mișcarea uniform încetinită; 5) vitezele medii ale mobilelor A, B, C în timpul mișcării; 6) la ce distanță de mobilul C se vor găsi A și B cînd mobilul C atinge pămîntul? 7) să se reprezinte grafic dependența de timp a vitezelor celor trei mobile.

C.F. 1976

IV. 142. Unui corp care se poate deplasa pe o suprafață orizontală avînd coeficientul de frecare $\mu=0{,}1$, i se imprimă o viteză inițială V_0 de 20 m/s. a) Cît timp se va mișca corpul și ce spațiu parcurge pînă la oprire? b) De la ce înălțime trebuie să cadă un al doilea corp ca pornind simultan cu primul, să-l ciocnească în momentul opririi acestuia? c) Care a fost distanța inițială dintre două corpuri? (Se ia $g=10$ m/s^2).

L. Schwartz

IV. 143. Un pilon este înfipt în pămînt prin lovire cu un corp de masă $M=100$ kg, care cade pe verticală de la înălțimea de $H=5$ m. La fiecare

14 67 53

Scanned with OKEN Scanner

lovire pilonul se înfige cu $h=2{,}5$ cm. Se cere: a) Durata căderii greutăţii dacă frecarea cu aerul este neglijabilă; b) viteza ei de cădere în momentul cînd atinge pilonul; c) lucrul mecanic săvîrşit; d) ce forţă de frecare medie opune pilonul la înfigerea lui în pămînt. (*Observaţie:* $g=10$ m/s^2).

C. A. Timişoara 1970

IV. 144. Pe un plan înclinat la 36°50′2″ faţă de orizontală alunecă un corp. Dacă acelaşi corp cade liber pe verticală, pentru a ajunge la baza planului îi trebuie cu 2 s mai puţin decît dacă se mişcă de-a lungul planului fără frecare. Să se afle: 1) timpul necesar pentru a ajunge corpul la baza planului, dacă corpul se mişcă de-a lungul lui în situaţiile: a) alunecarea se face fără frecare; b) alunecarea se face cu frecare cu $\mu=0{,}2$; 2) lungimea planului înclinat. Se neglijează rezistenţa aerului.

Gh. Lazea

IV. 145. Avem un plan înclinat de lungimea l şi unghi de înclinare α. Un corp care se află la vîrful planului coboară pe plan, coeficientul de frecare fiind μ: a) cu cîte secunde mai tîrziu trebuie să pornească un al doilea corp, care cade liber de la aceeaşi înălţime pentru a atinge solul concomitent cu primul? b) de la ce înălţime ar trebui să cadă liber cel de al doilea corp dacă pornind în acelaşi moment ca şi primul atinge solul concomitent cu acesta?

Ludovic Schwartz

IV. 146. Din vîrful unui plan înclinat cu $\alpha=60°$ faţă de orizontală, este lăsat să alunece un corp. În acelaşi timp de la înălţimea h deasupra punctului considerat, cade liber un alt corp trecînd de-a lungul înălţimii planului. Ştiind că cele două corpuri se găsesc la acelaşi nivel în momentul cînd corpul în cădere liberă a parcurs o distanţă $2h$, se cere: 1) coeficientul de frecare pe planul înclinat; 2) timpul în care corpurile ating acelaşi nivel şi spaţiile parcurse de corpuri în acest timp, dacă $h=10$ m; 3) durata mişcării corpului pe plan, dacă durata căderii libere a celuilalt corp este $\sqrt{6}$ s; 4) distanţa minimă dintre corpuri; 5) reprezentarea grafică în funcţie de timp a distanţei dintre corpuri ($g=10$ m/s^2).

Mihai Chetraru

IV. 147. Mecanicul unui tren care se deplasează uniform cu viteza v_0 printr-un defileu de munte, observă o stîncă în cădere liberă verticală. El apreciază că dacă ar încerca să frîneze pînă la oprire, stînca ar lovi locomotiva, iar dacă şi-ar continua uniform mersul stînca ar lovi ultimul vagon. Ştiind că lungimea trenului este l şi că prin accelerare stînca a căzut la distanţa d în urma trenului, să se calculeze: 1) la ce distanţă faţă de punctul de cădere al stîncii a început mecanicul să accelereze; 2) acceleraţia trenului; 3) la ce înălţime se află stînca în momentul trecerii locomotivei pe sub ea. *Aplicaţie numerică:* $v_0=72$ km/h; $l=100$ m; $d=10$ m; $g=10$ m/s^2.

Mihail Sandu

IV. 148. Un corp aflat la o înălţime h faţă de sol parcurge în cădere liberă, fără frecare cu aerul, o distanţă h, după care ajunge la un plan înclinat pe care îşi continuă mişcarea spre baza acestuia. Viteza iniţială pe planul înclinat este egală cu viteza cu care ajunge corpul pe acest plan. După parcurgerea

Scanned with OKEN Scanner

planului corpul își continuă mișcarea pe un plan orizontal pe care se deplasează pînă la oprire pe distanța $S=114{,}8$m. Mișcarea pe planul înclinat și pe planul orizontal se face cu frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu=0{,}4$. După oprirea corpului pe planul orizontal se produce o explozie care scindează corpul în două părți având masele m_1 și m_2 aflate în raportul $m_1/m_2=1/2$. Datorită exploziei cele două părți se deplasează cu frecare pe planul orizontal, în sensuri contrare. Se presupune că energia degajată în explozie egală cu $E=86\,400$ J, se regăsește numai ca energie cinetică a celor două părți ale corpului. Se cere: 1) distanța h și durata t_0 a căderii libere; 2) viteza v cu care corpul ajunge la baza planului înclinat; 3) înălțimea H; 4) vitezele v_1 și v_2 obținute de fragmente în momentul exploziei; 5) cum variază distanța Δs dintre cele două fragmente în raport cu timpul. Se dau: accelerația gravitațională $g=9{,}8$ m/s^2; unghiul de înclinare al planului $\alpha=30°$, masa corpului $m=600$ kg; viteza cu care corpul atinge planul înclinat $v_0=29{,}4$ m/s.

C. A. București 1971

IV. 149. Pentru a ridica un corp cu masa de 40 kg uniform accelerat la înălțimea h egală cu 20 m, se efectuează un lucru mecanic de $8\cdot10^3$ J. În momentul începerii ridicării corpului de la înălțimea h este lăsat să cadă un alt corp. Se cer: a) accelerația corpului ridicat; b) distanța, față de pămînt, la care se întîlnesc cele două corpuri; c) viteza pe care o are corpul la înălțimea h.

V. Săseanu

IV. 150. O bucată de plumb cu masa de 500 g este suspendată de o sfoară. Dintr-o armă iese un glonte cu viteza de 600 m/s care deplasîndu-se vertical în sus întîlnește o bucată de plumb încastrîndu-se în ea. Cunoscînd că masa glontelui este de 10 g și că glontele a pătruns în masa de plumb 2 cm să se calculeze: a) rezistența plumbului; b) înălțimea la care se ridică bucata de plumb în urma ciocnirii cu glontele; c) variația de energie cinetică; d) știind că glontele are un volum de 1,274 cm^3 să se arate din ce material este confecționat glontele.

Gh. Hușanu

IV. 151. Se suspendă în poziție orizontală la înălțimea h deasupra solului o bară elastică de masă m. La mijlocul ei este așezată o bilă elastică de masă m_2. De la sol se aruncă cu viteză v_0 pe aceeași verticală o bilă elastică de masă m_1.

La ce înălțime se va ridica sfera 2 și cu ce viteză va atinge solul sfera 1. *Aplicație numerică:* $m_1=100$ g; $m_2=200$ g; $v_0=20$ m/s; $g=10$ m/s^2; $h=5$ m; $m=0{,}7$ kg.

Mihail Sandu

IV. 152. Un aerostat urcă uniform cu viteza $v_0=2$ m/s. La un moment dat se aruncă în sus o piatră cu viteza $v_r=8$ m/s, față de aerostat. a) După cît timp și la ce înălțime față de poziția aruncării va întîlni piatra aerostatul?

b) Ce spaţiu total a parcurs piatra pînă la reîntîlnirea aerostatului? (Se ia $g=10$ m/s^2).

Ludovic Schwartz

IV. 153. Un corp greu cade liber de la o anumită înălţime. După ce acest corp parcurge o anumită distanţă se dă drumul altui corp greu de la aceeaşi înălţime ca şi primul corp însă cu viteza iniţială v_0 m/s, astfel încît cele două corpuri ajung la pămînt deodată. Cunoscînd că raportul dintre înălţimea totală de cădere şi distanţa parcursă de primul corp pînă ce se lansează al doilea este „n" să se determine înălţimea totală de cădere, neglijînd rezistenţa aerului. *Aplicaţie:* $v_0=4$ m/s, $n=4{,}9$; $g=9{,}8$ m/s^2.

Romulus Sfichi

IV. 154. Un corp este aruncat în sus cu viteza iniţială de 50 m/s. După 6 s se aruncă pe aceeaşi direcţie un alt corp cu viteza v. Ce valoare trebuie să aibă „v" pentru ca primul corp să-l întîlnească pe al doilea, cînd acesta ajunge la înălţimea maximă? Cît timp întîrzie la cădere al doilea corp faţă de primul? Se ia: $g=10$ m/s^2.

I. Vlasiu

IV. 155. Un corp este aruncat de jos în sus pe verticală cu viteza de 40 m/s. După ce atinge înălţimea maximă se aruncă al doilea corp cu viteza de 25 m/s. Să se stabilească: a) timpul după care se întîlnesc cele două corpuri; b) distanţa de la suprafaţa pămîntului pînă la punctul de întîlnire; c) spaţiul total străbătcut de primul corp pînă la punctul de întîlnire; d) timpul cît a durat mişcarea primului corp pînă la punctul de întîlnire.

Ion Brînzan

IV. 156. Din acelaşi loc sînt aruncate vertical în sus două corpuri la intervalul de timp de 0,5 s. Primul este aruncat cu viteza iniţială 5 m/s iar al doilea cu 10 m/s. Se cere: 1) după cît timp de la pornirea primului corp se vor întîlni; 2) la ce distanţă de locul aruncării; 3) la ce interval de timp vor cădea de pămînt; 4) vitezele de ciocnire cu pămîntul ($g=10$ m/s^2) (corpurile nu se ciocnesc între ele).

C. Dinulescu

IV. 157. Dintr-un aerostat aflat la înălţimea de 156,8 m, se lasă să cadă un corp. În acelaşi moment se aruncă un corp pe verticală de jos în sus. Se cere: a) viteza iniţială cu care trebuie aruncat corpul pentru ca el să-l întîlnească pe primul la jumătatea distanţei. Se dă $g=9{,}8$ m/s^2; b) la ce înălţime maximă se ridică al doilea corp; c) care din cele două corpuri va ajunge mai repede jos şi la ce interval de timp?

C. Rusu

IV. 158. Dintr-un aerostat care coboară uniform cu 4 m/s se aruncă vertical în sus două pietre cu 8 m/s faţă de aerostat. A doua piatră este aruncată

Scanned with OKEN Scanner

cînd prima începe să coboare. Care este distanţa dintre punctul de întîlnire al pietrelor şi aerostat ($g=10$ m/s^2)?

C. Dinulescu

IV. 159. Cu ajutorul unui tun se trag două proiectile pe verticală cu viteza iniţială „v" m/s. Cunoscînd că cele două proiectile se întîlnesc după „t_1" de la tragerea primului proiectil, neţinînd seama de rezistenţa aerului, să se determine la ce interval de timp au fost trase proiectilele. *Aplicaţie:* $v_0=196$ m/s; $t_1=25$ s; $g=9{,}80$ m/s^2?

Romulus Sfichi

IV. 160. Dintr-un turn de înălţime h sînt aruncate simultan pe verticală două corpuri cu aceeaşi viteză iniţială v_0; unul este aruncat în sus, iar celălalt în jos. Să se facă graficul variaţiei cu timpul a distanţei dintre aceste corpuri pînă cînd ambele revin pe pămînt.

Roşu Haret

IV. 161. De la suprafaţa solului este deplasat pe verticală în sus, plecînd din repaus, un corp de masă $m=4{,}2$ kg. Forţa ce deplasează corpul a acţionat un timp t_1. După încetarea acţiunii forţei, corpul revine la sol după acelaşi timp t_1; Calculaţi: a) mărimea forţei ce a produs deplasarea; b) înălţimea maximă la care a ajuns corpul faţă de sol, pentru $t_1=6$ s.

I. Druică Zeletin

IV. 162. Un corp este aruncat vertical în sus cu viteza iniţială $v_0=93$ m/s. După timpul $t_1=6$ s observatorul de la sol aude zgomotul exploziei corpului şi după $t_2=4$ s constată că în locul de unde a fost lansat corpul cade un fragment de masă egală cu jumătate din masa corpului aruncat. După cît timp va sosi la sol şi cealaltă jumătate a corpului (se va considera de la momentul aruncării); $g=10$ m/s^2 şi viteza de propagare a sunetului în aer $c=340$ m/s.

I. Druică Zeletin

IV. 163. Un corp cu masa de 100 grame se aruncă de jos în sus pe verticală cu viteza de 40 m/s. În acelaşi moment de la înălţimea maximă la care poate ajunge primul corp, cade liber un al doilea corp cu masa de 300 grame care se ciocneşte cu primul şi cu care-şi continuă mişcarea, ciocnirea fiind plastică. Se cere: 1) după cît timp de la începutul mişcării se întîlnesc cele două corpuri; 2) la ce înălţime deasupra pămîntului se întîlnesc ele; 3) cu ce viteză se deplasează cele două corpuri după ciocnire; 4) după cît timp ating ele pămîntul şi cu ce viteză? 5) ce spaţiu străbat ele în ultima secundă a căderii. Se va lua $g=10$ m/s^2.

S. Ciocaneli

IV. 164. Un corp de masă m este aruncat vertical în sus cu o viteză iniţială de 2,4 m/s. După 2 secunde din acelaşi loc se aruncă vertical în sus un alt corp de masă $4m$ cu viteza de 49 m/s. Neglijînd frecarea cu aerul să se calculeze: 1) după cît timp şi la ce înălţime se vor ciocni; 2) la ce înăl-

ţime se vor ridica corpurile după ciocnire (presupunînd o ciocnire neelastică, corpurile lipindu-se în urma ciocnirii).

T. Müller

IV. 165. De pe o platformă situată la înălţimea de 10 m deasupra pămîntului se aruncă o bilă de 200 g vertical în sus, cu viteza de 30 m/s. Concomitent se aruncă de pe pămînt pe aceeaşi direcţie, o bilă de 50 g cu viteza de 40 m/s. Se cere: a) după cît timp se vor ciocni cele două bile; b) la ce înălţime deasupra pămîntului se vor ciocni; c) înălţimea maximă la care ajunge sistemul după ciocnire — ciocnirea fiind neelastică ($g=10$ m/s^2).

E. Dima

IV. 166. Un mobil este aruncat de la pămînt pe verticală cu viteza iniţială de 58,8 m/s. În acelaşi moment se lasă să cadă de la 176,4 m înălţime un al doilea mobil. Masele celor două mobile sînt $m=1$ kg; a) după cît timp cele două mobile se găsesc la aceeaşi înălţime (mobilele trec unul pe lîngă celălalt) şi care este valoarea acestei înălţimi; b) la ce interval de timp ating pămîntul în cădere unul după altul, cele două mobile ($g=9{,}8$ m/s^2); c) ce fel de energie posedă cele două mobile cînd se găsesc la aceeaşi înălţime şi care sînt valorile acestei energii.

IV. 167. Un corp A de masă 2 kg este aruncat pe verticală în sus şi se întoarce după ce a parcurs 20 m. În cădere corpul A loveşte un alt corp B de masă 3 kg ce se află în repaus, cu care apoi cade împreună la pămînt. Ştiind că în momentul lovirii corpului B, corpul A avea viteza 2 m/s, să se determine: a) viteza sistemului de corpuri A—B după ciocnire; b) înălţimea la care s-a produs ciocnirea; c) viteza cu care sistemul de corpuri atinge pămîntul; d) cu cît s-a micşorat viteza de atingere a pămîntului a corpului A din cauza ciocnirii cu B, faţă de situaţia cînd ciocnirea nu s-ar fi produs. Se va lua $g=10$ m/s^2.

R. Sfartz

IV. 168. În momentul în care corpul A este lăsat să cadă liber de la înălţimea de 120 m corpurile B şi C sînt aruncate pe verticală de jos în sus cu vitezele iniţiale de 40 m/s respectiv 30 m/s. Se cere: 1) după cît timp de la începutul mişcării celor trei corpuri şi la ce înălţime faţă de sol corpul A va întîlni corpul B şi apoi corpul C; 2) care vor fi vitezele relative dintre cele trei corpuri în momentul în care corpul A şi B respectiv corpul A şi C se va afla la acelaşi nivel faţă de sol; 3) care vor fi valorile minime a maselor corpurilor A, B şi C exprimate într-un număr întreg de kilograme, astfel încît în momentul întîlnirii solului, corpurile să posede aceeaşi energie cinetică. Se neglijează frecarea cu aerul. Se va considera $g=10$ m/s^2.

P. Mustean

IV. 169. Un corp căzînd liber de la o înălţime h, şi parcurgînd în ultima jumătate de secundă acelaşi spaţiu ca în secunda a doua de la lansare, urcă după ciocnirea cu pămîntul la înălţimea de 0,8 m. După cît timp trebuie lansat un al doilea corp, tot de la înălţimea h pentru ca ambele corpuri să se întîlnească la înălţimea de 0,8 m faţă de pămînt? Presupunînd ciocnirea

Scanned with OKEN Scanner

dintre corpuri neelastică și cunoscînd că masele corpurilor sînt $m_1=m_2=0{,}1$ kg, să se afle viteza cu care ele vor atinge pămîntul (Se va lua $g=10$ m/s^2).

Dumitru Th. Văcaru

IV. 170. Un corp în cădere liberă de la înălțimea „h" este deviat spre est cu distanța „d" față de verticală. Determinați latitudinea locului.

Daniel Condurache

IV. 171. Să se găsească viteza în punctul de cădere și spațiul străbătut pe orizontală de o bilă cu masa de 1 kg ce părăsește o placă orizontală de 1,5 m înălțime. Se consideră că mișcarea bilei pe placă durează 0,5 s și că este o mișcare uniform accelerată sub acțiunea unei forțe de 5 N; Se neglijează atît frecarea mobilului cu masa cît și cu aerul.

Justin Stoian

IV. 172. Dintr-un avion în zbor orizontal cu $v_0=90$ km/h la înălțimea $h=176{,}58$ m se lasă să cadă un pachet. a) în cît timp ajunge pachetul la sol; b) care este distanța de la verticala avionului în momentul aruncării și punctul de cădere; c) ce viteză rezultantă va avea pachetul în momentul atingerii solului (se neglijează frecările; $g=9{,}81$ m/s^2).

C. A. 1969

IV. 173. Un proiectil este aruncat cu viteza orizontală de 700 m/s. În punctul unde cade glontele în planul orizontal, componentele vectorului viteză v sînt v_0 și $g\cdot t$. Dacă tangenta unghiului dintre v și v_0 este egală cu 0,02 să se afle de la ce înălțime față de orizontală s-a tras, în ce punct și cu ce viteză ajunge proiectilul în planul orizontal.

V. Săseanu

IV. 174. Din vîrful unui plan înclinat lung se trage o săgeată pe direcție orizontală. La cădere săgeata intră în plan făcînd cu aceasta un unghi φ. Să se calculeze unghiul de înclinare al planului. *Aplicație:* $\operatorname{tg}\varphi=\frac{1}{3}$.

St. Varga

IV. 175. Un jucător de baschet aruncă o minge de la înălțimea h_1 deasupra dușumelei spre un coș de înălțime h_2 aflat la distanța orizontală d de jucător. Cu ce viteză inițială și sub ce unghi față de orizontală trebuie aruncată mingea pentru ca ea să atingă coșul în momentul cînd începe să coboare pe traiectoria sa? *Aplicație numerică:* $h_1=2$ m; $h_2=3{,}05$ m; $d=4$ m.

M. Tironiac

IV. 176. Într-un meci de fotbal un jucător aflat pe centrul porții adverse la $(24-2\sqrt{15})$ m de ea, trage în minge, imprimîndu-i o mișcare pe oblică, cu viteza inițială $v_0=4\sqrt{15}$ m/s și unghiul $\alpha=45°$. Poarta are o înălțime de 2,5 m. Portarul se află la o distanță de $\sqrt{15}$ m, de jucător și poate apăra pînă

la o înălțime de 3 m. Să se afle dacă: a) portarul poate sau nu să prindă mingea; b) dacă nu o prinde este gol sau nu. Se neglijează frecările și se ia $g=10$ m/s^2.

I. Ionescu

IV. 177. Un jucător de tenis de cîmp aflat la $d=8$ m de fileu lovește mingea la înălțimea $h=0{,}5$ m de sol, imprimîndu-i o viteză inițială v_0, pe o direcție înclinată cu $\alpha=45°$ față de sol, planul traiectoriei mingei fiind perpendicular pe fileu, între ce limite poate să fie cuprinsă viteza v_0 pentru ca mingea să cadă în terenul adversarului. Dimensiunile terenului de tenis sînt: înălțimea fileului 0,915 m, lungimea întregului teren 23,77 m. Se va considera $g=10$ m/s^2.

Cristian Pungă

IV. 178. Un schior execută sărituri de pe o trambulină avînd lungimea de 135 m din care 100 m o formează panta acesteia avînd un unghi de 60°. Cunoscînd coeficientul de frecare dintre schiuri și zăpadă 0,07, se cere: a) viteza schiorului la capătul trambulinei; b) timpul de mișcare pe trambulină; c) lungimea săriturii măsurate de la piciorul trambulinei dacă înălțimea ei este de 15 m (se neglijează rezistența din partea aerului și se va considera $g=10$ m/s^2).

M. Amarine

IV. 179. Dintr-un tren cu viteza de 72 km/h se aruncă într-o prăpastie, perpendicular pe direcția căii ferate, o piatră cu viteza orizontală de 10 m/s. Cunoscînd că mișcarea pietrii durează 3 s să se calculeze la ce depărtare de punctele de aruncare și la ce distanță de tren atinge piatra fundul prăpastiei. Dar dacă piatra este aruncată în sus, pe verticală, cu aceeași viteză, la ce înălțime urcă-ea și la ce distanță de punctul de aruncare atinge nivelul de la care a pornit? ($g=10$ m/s^2).

S. Ciocanelí

IV. 180. Un corp este aruncat orizontal cu viteza inițială v_0 la înălțimea h deasupra solului. a) În care punct al traiectoriei se va găsi mobilul mai aproape de proiecția pe sol a punctului de aruncare? Discuție. Cît e această distanță minimă. b) În cît timp ajunge mobilul în poziția determinată la pct. a) și care este viteza lui în acest punct?

L. Schwartz

IV. 181. Să se studieze mișcarea particulelor materiale desprinse de pe un polizor care are raza „r" și se rotește cu frecvența ν considerînd că jumătatea inferioară a polizorului montat vertical este acoperită și că accelerația gravitațională are valoarea constantă g. Se dau: $r=10$ cm, $\nu=180$ rot/min, $g=10$ m/s^2.

P. Vasiloiu

IV. 182. Un pendul cu lungimea de 1 m și masa bilei de 1 kg a fost ridicat în poziție orizontală cu firul întins, apoi lăsat liber. După ce a trecut prin poziția de echilibru firul e ars în momentul cînd unghiul α cu verticala era

Scanned with OKEN Scanner

de 60°. a) Ce forță întinde firul în momentul arderii? b) Bila mișcîndu-se în continuare să se determine după cît timp de la ardere și la ce distanță atinge nivelul punctului de echilibru. Se ia $g=10$ m/s².

S. L.

IV. 183. Sub ce unghi trebuie aruncată de la sol o minge cu viteza inițială v_0 pentru ca lovind perfect elastic un obstacol vertical aflat la distanța x să revină în punctul din care a plecat? *Aplicația numerică* $x=5$ m; $v_0=10$ m/s; $g=10$ m/s².

Mihail Sandu

IV. 184. Un elicopter se deplasează în sus pe verticală cu viteza constantă de 15 m/s. La înălțimea de 480 m se aruncă în sus din acesta un corp cu viteza relativă de 10 m/s, sub un unghi de 30° față de orizontală. La ce distanță față de verticala punctului de aruncare atinge corpul pămîntul ($g=10$ m/s²)?

Milena Boia

IV. 185. Punctele A și B se află la aceeași înălțime față de orizontală. Distanța $AB=d=12$ m. Din A se trimite în direcție orizontală un mobil cu viteza inițială $v_0=4$ m/s spre B și în același moment din B se lasă liber un mobil identic cu primul. a) Arătați că indiferent de valoarea lui d, cele două mobile se întîlnesc; b) calculați pentru valoarea lui d, dată în enunț, timpul pînă la întîlnire; c) dacă ciocnirea celor două mobile este inelastică, aflați valoarea vitezei corpurilor după ciocnire.

I. Druică-Zelelin

IV. 186. Doi elevi aruncă în același moment cu aceeași viteză inițială cîte o minge de oină, primul pe verticală, iar al doilea oblic. Dacă mingea aruncată oblic atinge pămîntul la distanța „d" de la locul de aruncare după un timp egal cu jumătate din timpul după care atinge pămîntul mingea aruncată vertical, să se determine: a) sub ce unghi față de orizontală a aruncat mingea cel de al doilea elev; b) raportul înălțimilor maxime pe care le ating cele două mingi; c) de cîte ori trebuie să fie mai mare viteza mingii aruncate oblic decît a celei aruncate vertical, pentru ca ele să atingă aceeași înălțime maximă. Cum se modifică în acest caz distanța la care cade mingea față de locul de aruncare?

V. Iușan

IV. 187. Dintr-un punct A situat la înălțimea $h=15$ m de la suprafața pămîntului sînt aruncate deodată două bile cu viteze inițiale avînd același modul $v_0=10$ m/s, una orizontal iar cealaltă de sus în jos. Să se determine: a) vitezele celor două bile în momentul în care bila aruncată vertical atinge suprafața pămîntului; b) înălțimea la care se află față de pămînt bila aruncată orizontal și distanța dintre cele două bile în momentul respectiv (se va lua $g=10$ m/s²).

V. Iușan

Scanned with OKEN Scanner

IV. 188. Să se determine unghiul față de orizontală sub care trebuie aruncat un corp cu viteza „v_0" de la suprafața pămîntului, astfel încît acest corp să se întîlnească în punctul maxim al traiectoriei sale cu un alt corp ce cade liber de la o înălțime „H" simultan cu aruncarea primului corp. Se face abstracție de rezistența aerului. *Aplicație:* $v_0=10$ m/s; $H=5$ m; $g=10$ m/s^2.

Romulus Sfichi

IV. 189. Să se arate că există două unghiuri diferite sub care, aruncate două corpuri cu aceeași viteză inițială, vor parcurge pe orizontală același spațiu. Ce relație există între aceste unghiuri.

M. Voinea

IV. 190. Dintr-un punct M se lansează oblic și simultan două corpuri A și B. Care este condiția ca cele două corpuri să aterizeze în același punct. dacă primul parcurge traiectoria în timpul t_1 și atinge înălțimea h_1, iar al doilea parcurge traiectoria în timpul t_2 și atinge înălțimea h_2.

C. Pietreanu

IV. 191. Două corpuri sînt aruncate oblic din același loc sub unghiurile α și β față de orizontală. Determinînd în funcție de aceste unghiuri raportul înălțimilor maxime, cînd bătăile teoretice sînt egale, și apoi raportul bătăilor teoretice cînd înălțimile maxime sînt egale să se arate că relația existentă între cele două rapoarte este o constantă pentru oricare unghiuri.

H. L.

IV. 192. Considerăm un corp aruncat pe orizontală de la înălțimea h cu viteza $v_0=50$ m/s, care atinge pămîntul după 50 m (socotiți pe orizontală). Un alt corp, situat la 30 m de verticala locului de unde se aruncă primul, va fi aruncat vertical de pe sol încît să-l întîlnească pe celălalt, cele două aruncări făcîndu-se simultan. Se cere viteza necesară celui de-al doilea corp ($g=10$ m/s^2).

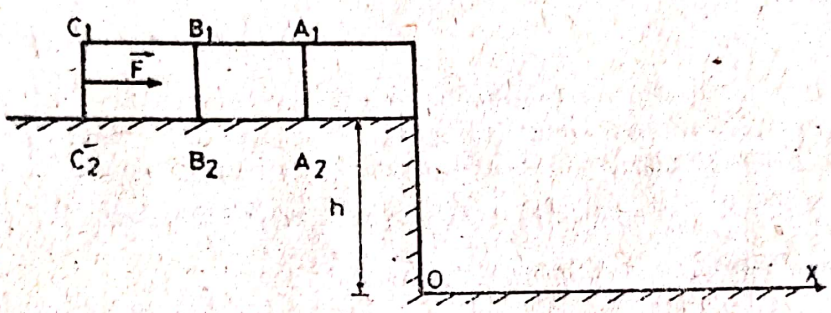
P. Suciu

IV. 193. Din primul și din ultimul vagon al unui tren, care se deplasează cu 72 km/h, se aruncă în plan orizontal, în același moment, două corpuri identice, avînd vitezele v_1 și v_2 față de tren. a) Ce mărimi trebuie să aibă cele două viteze și cum trebuie orientate cele două viteze față de direcția trenului pentru ca cele două corpuri să cadă simultan într-un punct situat la jumătatea distanței dintre pozițiile inițiale și la 20 m de calea ferată? Lungimea trenului este de 100 m, iar înălțimea de lansare de 2 m; b) sub ce unghi vor atinge pămîntul cele două corpuri, dacă ciocnirea este plastică ($g=9{,}8$ m/s^2)?

Mihail Sandu

IV. 194. Trei corpuri paralelipipedice, de aceeași lungime (l), cu aceeași masă (m) sînt puse în contact și așezate pe un plan orizontal situat la o anumită înălțime (h) față de pămînt, ca în fig. IV. 194. Asupra acestui sistem

de corpuri se aplică o forță constantă (F) perpendiculară pe fața C_1C_2. Sub influența acestei forțe corpurile se deplasează fără frecare cu planul orizontal și cad pe rînd la pămînt (se consideră că momentul fiecărei căderi începe atunci cînd întregul corp a ieșit de pe plan, că aerul nu influențează căderea și că mișcarea corpurilor în cădere este o translație. 1) Să se determine accelerația sistemului pe planul orizontal înainte de căderea fiecărui corp; 2) să se determine vitezele cu care ies corpurile de pe planul orizontal; 3) să se determine locurile de cădere ale acestor corpuri pe suprafața Ox (se consideră fiecare corp un punct material); 4) cu cît variază forțele care se exercită pe suprafețele B_1B_2 și A_1A_2.



C. F. 1975

IV. 195. Un pendul format dintr-un fir inextensibil de lungime l, la capătul căruia se află o bilă metalică perfect elastică, se găsește la distanța d de un perete metalic. Bilei i se aplică cu ajutorul unui glonte viteza v. Pendulul se mișcă într-un plan perpendicular pe perete, lovește peretele, apoi bila, mișcîndu-se pe o traiectorie în formă de parabolă, întîlnește vechea traiectorie în locul de unde a plecat. Să se determine v în funcție de l, d și g (accelerația gravitațională).

Sorin Vlase

IV. 196. Din vîrful unui turn cu înălțimea H este aruncat oblic în sus un corp cu viteza v_0, care face cu orizontala un unghi α. Sub ce unghi (α_1) și cu ce viteză inițială (v'_0) trebuie aruncat un al doilea corp, de la baza turnului, pentru ca atunci cînd acesta atinge înălțimea maximă să întîlnească primul corp la înălțimea H. Se neglijează frecarea. *Aplicație:* $H=20$ m; $v_0=2^\circ$ m/s; $\alpha=45^\circ$; $g=10$ m/s^2.

N. Dinu

IV. 197. De la baza unui turn se aruncă o piatră sub un unghi α cu viteza v_1. Să se găsească pe turn un punct, astfel încît, aruncînd o altă piatră orizontal cu viteza v_2, s-o întîlnească pe prima cînd aceasta se află la înălțimea maximă. Aruncarea pietrelor se face concomitent și nu se ține de seama frecarea cu aerul.

M. Herling

IV. 198. Două corpuri de aceeași masă situate la distanța c sînt aruncate simultan unul spre celălalt cu viteza inițială v_0 și sub unghiul α față de ori-

zontală. Să se afle: 1) coordonatele locului de întîlnire a corpurilor; 2) relaţiile dintre c şi v_0 pentru ca corpurile să se întîlnească pe axa care uneşte poziţiile lor iniţiale (pe aceeaşi orizontală).

Ştefan Ionescu

IV. 199. Din vîrful unui plan înclinat cu un unghi α faţă de orizontală se aruncă un corp cu viteza iniţială v_0, sub un unghi β faţă de orizontală, în aşa fel încît corpul aruncat cade la baza planului înclinat. În momentul aruncării, un alt corp începe să se mişte în jos fără frecare. Corpurile ajung în acelaşi timp la baza planului înclinat. Să se găsească relaţia dintre unghiurile α şi β.

Ştefan Varga

IV. 200. De pe o platformă lungă în mişcare orizontală uniformă cu $v=5$ m/s, se aruncă pe verticală un corp cu $v_0=20$ m/s. Timp de o secundă de la aruncare, platforma are o acceleraţie $a_1=1$ m/s², apoi e frînată uniform cu $a_2=-\frac{7}{9}$ m/s². La ce distanţă faţă de punctul de aruncare va atinge corpul din nou platforma ($g=10$ m/s²)?

Pal Balogh

IV. 201. Dintr-un tun care alunecă liber pe un plan înclinat şi a parcurs un spaţiu l în cădere, se trage un proiectil în direcţia orizontală. Ce viteză trebuie să aibă proiectilul pentru ca tunul să se oprească în momentul în care proiectilul este tras? Se vor considera cunoscute „l“, masa tunului M, masa proiectilului m ($m \ll M$) şi unghiul pe care îl face planul înclinat cu planul orizontal (α).

C. F. 1973

IV. 202. Pe platforma unui cărucior în repaus se lansează sub un unghi α faţă de orizontală un proiectil. Masa totală a căruciorului şi proiectilului este M. Ce forţă constantă trebuie să acţioneze asupra căruciorului începînd din momentul lansării pentru ca proiectilul să cadă pe cărucior în punctul din care a fost lansat? Se neglijează frecările.

Anton A. Pantelimon

IV. 203. O broască de masă m stă pe capătul unei scînduri de lungime l, de masă M, care pluteşte pe o apă liniştită. Se cer: a) viteza cu care trebuie să sară broasca pe o direcţie care face unghiul α cu orizontala pentru a ajunge pe capătul celălalt al scîndurii; b) înălţimea maximă atinsă. Se vor neglija frecările dintre scînduri şi apă, precum şi mişcarea scîndurii în plan vertical. *Aplicaţie pentru* $m=270$ g, $l=1$ m, $M=3$ kg, $\alpha=30°$; $g=10$ m/s².

C. F. 1969

IV. 204. Din acelaşi punct se lansează simultan trei proiectile ale căror traiectorii se află în acelaşi semiplan. Primul proiectil este aruncat pe verticală cu viteza iniţială v_{01}, al doilea proiectil este aruncat cu viteza iniţială

Scanned with OKEN Scanner

v_{02}, care face cu orizontala unghiul α, iar al treilea proiectil se aruncă pe direcția orizontală cu viteza inițială v_{03}. Cunoscînd vitezele inițiale v_{01}, v_{02}, v_{03}, să se determine unghiul α, astfel încît proiectilele în orice moment să fie colineare.

Polidor Bratu

IV. 205. O bilă este aruncată oblic în sus cu viteza $v_0=80$ m/s sub un unghi $\alpha=30°$ față de verticală, între două plăci paralele orizontale. Aruncarea se face de la nivelul plăcii inferioare. Cunoscînd distanța $d=0{,}5$ m dintre plăci, accelerația gravitațională $g=10$ m/s^2 și coeficientul de restituire la ciocnire $K=0{,}5$ $[K\in(0;\ 1)]$, să se afle: a) numărul n de ciocniri ale bilei cu placa superioară (raza bilei este mică față de d); b) între ce limite poate varia v_0 pentru ca bila să se ciocnească de n ori cu placa superioară (n este cel determinat la punctul precedent).

Dan Achihăi

IV. 206. Peste un scripete de masă neglijabilă este trecut un fir la capetele căruia se găsesc două corpuri de masă $m_1=3$ kg, $m_2=7$ kg. Se lasă sistemul liber și după 0,5 s printr-un mijloc oarecare se rupe firul. Care este distanța dintre cele două corpuri după 0,5 s din momentul ruperii firului, dacă la începutul mișcării corpurile erau la același nivel ($g=10$ m/s^2)?

Panaite Forțu

IV. 207. Pe un plan orizontal se află un corp A de masă $m_1=500$ g legat printr-un fir fără greutate, de lungime $l=8$ m de un alt corp B de masă $m_2=480$ g. Firul este trecut peste un scripete mic și ușor, aflat la marginea planului, iar imediat lîngă scripete atîrnă corpul B. Între corpul A și plan există frecare, caracterizată prin coeficientul de frecare $\mu=0{,}16$. Lăsînd sistemul liber, să se determine: 1) accelerația sistemului știind că $g=9{,}8$ m/s^2; 2) timpul în care și viteza cu care corpul A ajunge la marginea planului; 3) în acest moment firul se rupe. Corpul B atinge solul după timpul $t_2=1$ s de la începutul căderii. La ce înălțime se află planul de sol? 4) considerînd alunecarea fără frecare, să se determine viteza corpului B în momentul atingerii solului.

R. Ieskel

IV. 208. Un mobil cu masa $m=17$ kg se află la baza unui plan înclinat cu unghiul $\alpha=30°$ și avînd înălțimea $h=40$ m. Mobilul pornește uniform accelerat sub acțiunea forței $F=425$ N. Deplasarea se face cu frecare $\mu=\frac{1}{2\sqrt{3}}$. Pe ce distanță acționează forța F, pentru ca părăsind planul înclinat corpul să atingă înălțimea $H=50$ m ($g=10$ ms^{-2})?

Alex. Sîntu

IV. 209. De la baza unui plan înclinat cu unghiul α față de orizontală și cu înălțimea h, este aruncat pe plan în sus un corp cu viteza inițială v_0. Coeficientul de frecare pe plan este μ; se neglijează frecarea cu aerul. Să se de-

Scanned with OKEN Scanner

termine: a) înălțimea maximă atinsă de corp după părăsirea planului; b) viteza cu care corpul atinge solul. *Aplicație pentru:* $\alpha=45°$; $h=4$ m; $v_0=14$ m/s; $\mu=0{,}2$; $g=10$ m/s².

C. F. **1971**

IV. 210. Un corp alunecă pe un plan înclinat de lungime l_1, care face un unghi α cu orizontala, își continuă mișcarea pe un plan orizontal un timp t_2, apoi urcă pe un alt plan înclinat de lungimea l_3 ce face unghiul β cu orizontala și părăsind planul înclinat își continuă mișcarea prin aer pînă atinge prelungirea planului orizontal inițial. Să se calculeze timpul total de mișcare al corpului dîndu-se același coeficient de frecare μ dintre corp și cele trei plane Discuție.

Șt. Tudorache

IV. 211. Pe traseul unei curse de motocros s-a așezat un plan înclinat lung de 5 m și înalt de 3 m necesar concurenților pentru a trece peste un rîu lat de 4 m. Un motociclist urcă acest plan cu viteza inițială $v_0=90$ km/h, mișcarea lui înainte de a ajunge pe plan fiind uniformă. Va reuși acest motociclist să treacă peste rîu fără să accelereze, dacă el împreună cu motocicleta cîntăresc 200 kg iar coeficientul de frecare între motocicletă și planul înclinat este 0,05? ($g=10$ m/s², se va neglija frecarea cu aerul).

Adrian Cismaș

IV. 212. Un corp alunecă cu frecare și fără viteză inițială, pe un plan înclinat AB de lungime l și cu unghiul de înclinare α. Ajungînd în punctul B corpul cade. Cunoscînd că înălțimea de cădere este h, iar coeficientul de frecare dintre corp și planul înclinat este μ, să se determine distanța pe orizontală între piciorul perpendicularei din punctul B pe planul orizontal și locul de cădere al corpului pe acest plan. *Aplicație:* $l=4$ m; $\alpha=30°$; $h=2$ m; $\mu=\frac{1}{2\sqrt{3}}$.

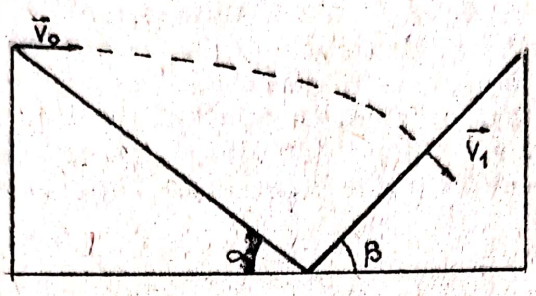
Romulus Sfichi

IV. 213. Două plane înclinate avînd înălțimea comună fac același unghi α cu orizontala. De la baza unui plan se aruncă un corp cu viteza inițială v_0 paralelă cu planul înclinat. Coeficientul de frecare de alunecare fiind μ și lungimea planului l, să se afle distanța măsurată de la vîrful planelor unde va cădea corpul pe cel de al doilea plan. *Aplicație:* $\alpha=\frac{\pi}{4}$; $\mu=0{,}41$; $v_0=22$ m/s; $l=8$ m.

Ioan Druică Zeletin

IV. 214. Se consideră două plane înclinate cu α și respectiv β față de orizontală, de aceeași înălțime, avînd vîrful unghiului de la bază comun (fig. IV.214). Din vîrful superior al planului α se aruncă pe orizontală o sferă care ciocnește suprafața planului β după o direcție perpendiculară. 1. a) Să se determine coeficientul de restituire k la ciocnirea sferă-plan înclinat (k

se consideră a fi același pentru ciocnirea pe ambele plane) pentru ca prima și a doua ciocnire a sferei cu planul să aibă loc în același punct. Se dă $\alpha+\beta=90°$; b) ce condiție să îndeplinească unghiul α pentru ca problema să fie posibilă? 2) Cunoscînd viteza v_0 cu care a fost lansată sfera, să se calculeze timpul de la lansare pînă la prima ciocnire cu planul α și înălțimea celor două plane înclinate.

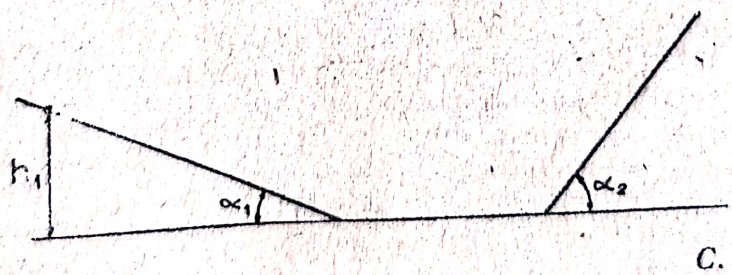


Octavian Naumof

IV. 215. Într-o experiență se folosesc două plane înclinate unite între ele printr-un plan orizontal ca în fig. IV.215 unde se cunosc $\alpha_1=30°$; $\alpha_2=60°$. De pe primul plan înclinat este lăsat să cadă fără viteză inițială de la înălțimea de 4 metri cu $\left(\mu=\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$ un corp suficient de mic [$m=0{,}1$ kg].

A. Presupunînd că corpul lovește planul orizontal doar de două ori și că a treia ciocnire o are cu al doilea plan înclinat chiar la baza lui în condițiile unei ciocniri perfect elastice între corp și plane, să se determine: 1) înălțimea maximă pe care o atinge corpul după ciocnirea cu al doilea plan înclinat; 2) unde întîlnește prima dată planul orizontal după ciocnirea cu al doilea plan înclinat; 3) impulsul transmis de corp planului orizontal în cazul de la punctul 2, precum și impulsul transmis celui de al doilea plan înclinat; 4) care este lungimea planului orizontal.

B. În cazul că planele sînt racordate prin mici arce de cerc, la ce înălțime ajunge corpul pe al doilea plan înclinat pa care $\mu_2=\frac{1}{\sqrt{3}}$. Pe planul orizontal $\mu=0$; $g=10$ m/s^2.



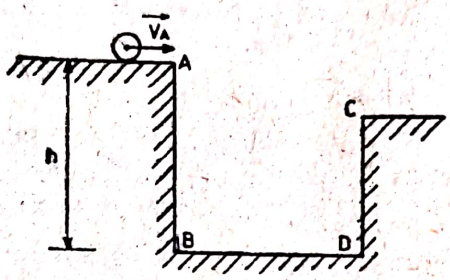
C. F. 1974

IV. 216. Dintr-un punct A aflat la înălțimea H față de sol este lansat un corp de masă m_1 sub un unghi α (față de orizontală) cu viteza v_1. Din același punct se aruncă orizontal cu viteza v_2 un corp de masă m_2. Cele două corpuri se ciocnesc plastic la înălțimea h. La ce interval de timp trebuie lansate corpurile astfel ca ciocnirea să se producă? Să se afle distanța la care ajung

corpurile după ciocnire față de locul aruncării *Aplicație numerică:* $H=80$ m; $g=10$ m/s^2; $\alpha=60°$; $v_1=12$ m/s; $v_2=10$ m/s; $m_1=10$ kg; $m_2=20$ kg.

Victor Florea

IV. 217. Se consideră o cavitate de forma din fig. IV.217 în care $AB=5$ m. Un corp se deplasează orizontal astfel că el trece prin A cu viteza $v_A=6$ m/s. La ciocnirea cu solul coeficientul de restituire este $K=0{,}8$. a) Cît este valoarea maximă a înălțimii CD? b) cît trebuie să fie în acest caz lungimea BD? c) să se calculeze în cazul de mai sus timpul necesar pentru ca acest corp să ajungă din A în C; d) considerînd valorile mai sus găsite pentru CD și BD să se calculeze valoarea pe care ar trebui să o aibă v_A pentru ca corpul să ajungă din A în C fără să atingă solul. Cît este în acest caz timpul de mișcare? ($g=10$ m/s^2).



Ludovic Schwartz

IV. 218. Dintr-un nor aflat la 925 m înălțime se desprind la interval de 2 s două picături de mase egale care cad pe aceeași direcție înclinată la 30° față de orizontală datorită unui vînt ce bate pe o direcție orizontală. Prima picătură pleacă din punctul inițial din repaus, iar a doua, cu o viteză inițială de 45 m/s, astfel că ele se contopesc în momentul în care acțiunea vîntului încetează. Neglijîndu-se frecarea și luîndu-se $g=10$ m/s^2, se cere: a) timpul și spațiul total parcurs sub acțiunea vîntului; b) viteza cu care picăturile lovesc pămîntul.

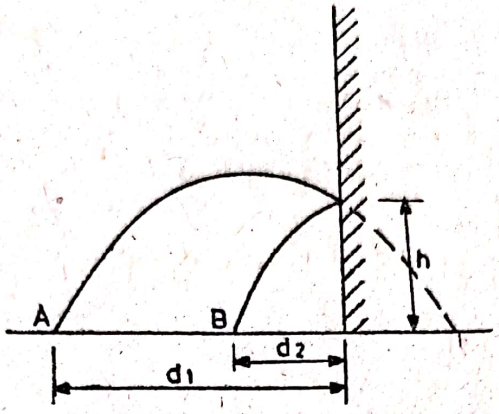
S. Nistor

IV. 219. Un corp cu masa $M=250$ g este aruncat oblic cu viteza $v_0=20$ m/s sub unghi $\alpha=30°$. În punctul de înălțime maximă a traiectoriei sale el are viteza v și este străbătut orizontal de un glonte de masă $m=20$ g și viteza $v=500$ m/s de același sens cu v. După ciocnire, corpul cade la distanța $S=40$ m față de punctul de aruncare. Se cere să se afle: 1) distanța de la punctul de aruncare al corpului la punctul unde cade glonțul; 2) energia glonțului în momentul atingerii solului.

Ed. Gruber

IV. 220. Dintr-un punct A se aruncă o minge sub un unghi α față de orizontală. În cădere, ea ciocnește perfect elastic un perete vertical și cade apoi într-un punct B. Dreapta AB este perpendiculară pe perete și punctele A și B se află la distanțele $d_1=20$ m respectiv $d_2=5$ m de perete. Mingea lo-

veşte peretele la înălţimea $h = 10$ m. Să se determine viteza iniţială cu care a fost aruncată mingea precum şi unghiul α.



Pal Balogh

IV. 221. Un plan înclinat formează unghiul α cu orizontala şi are înălţimea h. Dintr-un punct P situat la înălţimea $h/10$ deasupra punctului celui mai înalt al planului înclinat (A) se aruncă vertical în jos un corp cu viteza v_0. După ce se ciocneşte elastic de plan (în A), corpul îşi continuă mişcarea, atingînd solul chiar în vîrful planului înclinat (O). Să se exprime v_0 în funcţie de h şi α.

Ludovic Schwartz

IV. 222. Un corp cu masa m, aşezat pe un plan orizontal, este legat printr-un fir inextensibil trecut peste un scripete, de un corp cu masa m_2, aflat la înălţimea h deasupra solului. În momentul lăsării libere a sistemului, se aruncă de la sol un al treilea corp cu masa m_1, care ciocneşte plastic corpul de masa m_2. Ştiind că ansamblul (m_1, m_2) obţinut prin ciocnire atinge înălţimea maximă în momentul opririi corpului de masă m, să se calculeze cu ce viteză şi după cît timp ansamblul loveşte pămîntul. Coeficientul de frecare între corpul m şi planul orizontal este μ. Discuţie.

Mihail Sandu

IV. 223. Dintr-un punct A de pe suprafaţa pămîntului se aruncă un corp cu masa m_1 vertical în sus cu viteza v_0. În acelaşi moment lăsăm să cadă un alt corp cu masa m_2 de la înălţimea maximă la care poate urca primul corp. Cele două corpuri se ciocnesc neelastic în punctul B. În acelaşi moment se ciocneşte neelastic cu cele două corpuri un al treilea corp cu masa m_3, care a fost aruncat oblic cu viteza v_0 sub un unghi α, astfel ca punctul B să corespundă înălţimii maxime de pe traiectoria sa.

1. Să se calculeze: a) înălţimea la care se află pct. B; b) unghiul sub care a fost aruncat al treilea corp.

2. După ciocnire, cele trei corpuri cad împreună pe pămînt în pct. C. Să se afle: a) viteza cu care ajung pe pămînt; b) unghiul β pe care-l formează traiectoria lor cu pămîntul; c) durata mişcării de la aruncarea primului

corp pînă la atingerea pămîntului; d) distanța dintre punctele A și C. *Aplicație:* $v_0=20$ m/s, $m_1=100$ g; $m_2=400$ g; $m_3=400$ g; $g=10$ m/s^2.

A. Meszaroș

IV. 224. Un vapor se deplasează cu viteza constantă v_0. Pe punte se află un gimnast care la un moment dat execută un salt vertical de înălțime h față de punte. 1) Să se determine locul de pe puntea vasului în care a căzut gimnastul. 2) Cum apare mișcarea gimnastului pentru un observator de pe vas și pentru unul de pe malul apei (se neglijează rezistența aerului).

Florentin Diaconescu

IV. 225. Un ascensor este în urcare uniform accelerată cu $a=0{,}2$ m/s^2. O persoană din ascensor scapă un obiect de la înălțimea h față de podeaua ascensorului ($h=1$ m). Un observator din afară, imobil față de pămînt, observă cele două evenimente: scăparea obiectului și sosirea acestuia pe podea — la aceeași înălțime față de pămînt. Considerînd $g=9{,}8$ m/s^2, să se calculeze timpul căderii libere a obiectului și vitezele ascensorului corespunzătoare celor două evenimente.

Mihail Alexandru

IV. 226. În cabina unui ascensor de masă M este atîrnat un corp de masă m. Ascensorul urcă în mișcare accelerată sub acțiunea unei forțe constante $F>g\,(M+m)$. La început corpul de masă m se află la înălțimea S deasupra podelei ascensorului. a) Să se găsească accelerația ascensorului; b) care este tensiunea în firul de care este suspendat corpul?; c) dacă firul se rupe brusc, care este accelerația ascensorului imediat?; d) după cît timp ajunge corpul de masă m pe podeaua ascensorului?

C. F. 1971

IV. 227. Într-un lift cu înălțimea H care urcă cu viteza v, cade liber o minge care ciocnește elastic podeaua atunci cînd viteza ei este egală cu viteza liftului. Ce condiție trebuie să îndeplinească înălțimea liftului pentru ca mingea să nu lovească plafonul său? Presupunînd îndeplinită această condiție, să se calculeze după cît timp și unde va avea loc următoarea ciocnire a mingii pe podea?

Mihail Sandu

IV. 228. Un corp cade liber de la o înălțime H. În urma ciocnirii cu solul, corpul revine la înălțimea h. Ce puteți spune în cazurile: a) $h=0$; b) $h<H$; c) $h=H$?

Gheorghe Moise

IV. 229. Un corp cu masa de 19,6 kg cade de la 294 m. Să se calculeze: a) energia cinetică și potențială la mijlocul distanței; b) energia cinetică atunci cînd ajunge la suprafața pămîntului; c) lucrul mecanic după parcurgerea a $\frac{3}{8}$ din distanță.

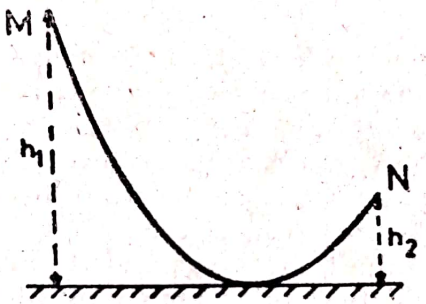
I. Militaru

Scanned with OKEN Scanner

IV. 230. Dintr-un punct aflat la o înălțime h față de suprafața pămîntului se aruncă două mobile cu aceeași viteză inițială v_0, unul pe direcția orizontală, iar celălalt pe direcția verticală. Să se determine cinematic vitezele cu care cele două mobile ating suprafața pămîntului și să se compare între ele. Să se explice energetic cele constatate și să se generalizeze.

M. Tironiac și B. Leibovici

IV. 231. Un corp alunecă fără frecare pe o pistă MN ca în fig. IV.231. Punctele M și N se găsesc la 1,3 m respectiv 0,3 m înălțime deasupra planului orizontal. În N pista se întrerupe făcînd 45° cu orizontala. Dacă $g=10$ m/s², să se calculeze: a) viteza cu care corpul părăsește pista; b) înălțimea maximă la care va ajunge corpul după părăsirea pistei; c) viteza cu care corpul atinge orizontala; d) durata mișcării corpului după ce a părăsit pista.



C. F. 1969

IV. 232. Pe o masă este întins un lanț. Un capăt al lanțului de care este prins un corp greu de dimensiuni neglijabile atîrnă liber peste marginea mesei. Cînd porțiunea de lanț de pe masă are lungimea l_0, lanțul începe să lunece, Să se calculeze viteza lanțului în momentul cînd el părăsește masa.

A. Hristev

IV. 233. Cu ce viteză inițială va trebui aruncat un corp vertical în sus de pe suprafața Pămîntului încît înălțimea la care viteza devine $v_0/2$ să fie jumătate din înălțimea maximă? Se consideră variația accelerației gravitaționale cu înălțimea ($k=6{,}67\cdot10^{-11}$ Nm²/kg²; masa Pămîntului 6.10^{24} kg, iar $R=637\cdot10^4$ m).

L. Schwartz

IV. 234. Observînd căderea unei lopeți de moloz de la înălțimea unei construcții se poate constata că bucățile mari cad mai repede decît cele mici. iar pulberea ajunge ultima pe pămînt. Explicați acest fapt.

Iunian Chelu

IV. 235. La concursurile de săniuțe, masa săniuței este limitată la o valoare maximă. Să se explice de ce este necesară această limitare și ce dezavantaje sau avantaje ar avea un concurent care ar avea săniuța cu masa care depășește această limită.

Ion Bulearcă

Scanned with OKEN Scanner

IV. 236. Un paraşutist efectuează o săritură şi deschide paraşuta cînd viteza lui este 60 m/s. Deschiderea paraşutei a durat 10 s şi în acest timp viteza scade la 10 m/s după care mişcarea este uniformă pînă la pămînt. Să se afle: 1) tensiunea în firele paraşutei în timpul frînării; 2) înălţimea de la care se efectuează săritura, dacă ea a durat 1 min; şi 40 s. 3) înălţimea minimă la care ar fi putut deschide paraşuta considerînd aceeaşi acceleraţie de frînare. Se consideră masa paraşutistului 80 kg şi $g=10$ m/s^2.

V. Turdăşan

IV. 237. Un paraşutist cu masa de 75 kg se lansează cu o paraşută ce are diametrul secţiunii transversale maxime 4,06 m, iar valoarea factorului (C) care include forma şi starea suprafeţei de 1,2. Să se afle viteza limită de cădere cu paraşuta deschisă.

Leontin Domide

IV. 238. Trei corpuri diferite A, B, C în cădere liberă ating vitezele limită de 4 m/s, 8 m/s, 16 m/s. Dacă se leagă A şi B cu un fir lung şi de masă neglijabilă, sistemul astfel format atinge viteza limită de 5 m/s, iar dacă se leagă A cu C atunci viteza limită atinsă este de 10 m/s. Se cere: a) viteza limită a sistemului format prin legarea corpurilor B şi C; b) viteza limită a sistemului de corpuri format prin legarea celor trei corpuri; c) viteza sistemelor dacă corpurile sînt de mase egale şi se cunosc doar vitezele limită ale corpurilor. Se va considera că orientarea corpurilor faţă de direcţia de mişcare prin legare nu se schimbă.

Pal Balogh

IV. 239. Un corp sferic cu densitatea $\rho=5$ g/cm^3 şi raza de 3 cm cade uniform în apă, datorită rezistenţei la înaintare. Ce valoare are viteza de cădere ($C=0{,}4$)?

L. Schwartz

IV. 240. O bilă de rază R şi masa m se află în jetul vertical al unui lichid cu coeficientul de vîscozitate η. Ştiind că bila se află în echilibru la înălţimea h deasupra punctului de lansare a jetului, se cere viteza v_0 de lansare a jetului de fluid (bila avînd raza, respectiv masa, mică se poate aplica formula lui Stokes, $F=6\pi r\eta v$). Discuţie.

Alexandru Sîntu

CAPITOLUL V

Cîmpul electric

V. 1. La apropierea unui baston de ebonită electrizat de sfera unui electroscop neelectrizat, foiţele electroscopului se depărtează numai atît timp cît bastonul de ebonită se găseşte în apropierea sferei. Explicaţi fenomenul din punct de vedere electronic.

Scanned with OKEN Scanner

V. 2. Dispunem de un baston de sticlă şi un pendul electric. a) cum putem determina semnul electricităţii de pe un corp electrizat, folosind numai bastonul de sticlă şi pendulul electric? b) să se explice aspectul electronic al fenomenelor observate în timpul determinării respective.

V. 3. Care este numărul de electroni necesari pentru ca un corp să se încarce cu 10 C de sarcină electrică negativă?

Să se calculeze surplusul de greutate al corpului datorită masei electronilor captaţi.

L. Domide

V. 4. De ce descărcarea trăsnetului printr-un avion care zboară prin nori nu este periculoasă?

V. 5. Se dă o sferă conductoare de rază R. Să se imagineze o experienţă prin care jumătate din suprafaţa sferei să fie electrizată şi jumătate neutră, iar întreaga sferă să aibă acelaşi potenţial, diferit de zero.

Mihail Sandu

V. 6. Două sfere A şi B sînt aşezate la o distanţă de 4 m una de alta. Sfera A este încărcată cu o sarcină de $2Q$ coulombi, iar sfera B cu o sarcină de Q coulombi. Cît este de mare forţa exercitată de A asupra lui B, în comparaţie cu forţa exercitată de B asupra lui A?

O. M.

V. 7. O sarcină electrică punctiformă $+Q$ se găseşte la distanţa „d" de sarcina punctiformă $+nQ$. La ce distanţă faţă de sarcina $+Q$, intensitatea cîmpului electric creat de cele două sarcini este nulă? Aplicaţie: $d=20$ cm; $n=9$.

Romulus Sfichi

V. 8. Fie Q o sarcină punctiformă. Care e locul geometric al punctelor pentru care valorile numerice ale intensităţii cîmpului şi ale potenţialului sînt egale?

S. L.

V. 9. Sarcinile electrice punctiforme Q_1 şi Q_2 ($Q_1=-2Q_2$) se află în vid la distanţa d una de cealaltă. Calculaţi intensitatea cîmpului electric în punctele de pe direcţia celor două sarcini unde potenţialul electric este nul şi apoi valoarea potenţialului electric al punctelor unde intensitatea cîmpului electric este nulă. *Aplicaţie.* $Q_2=-2\cdot10^{-6}$ C; $d=1{,}8$ m.

Ioan Druică Zeletin

V. 10. În fiecare din vîrfurile unui triunghi oarecare A, B, C, se găseşte cîte o sarcină electrică punctiformă $+Q$. Fie V(M) potenţialul electric creat de aceste sarcini într-un punct M din interiorul triunghiului. Să se arate că: $V(M)>9\,Q/4\pi p\varepsilon_0$ (p=perimetrul triunghiului).

Mihail Zamfir

Scanned with OKEN Scanner

V. 11. Trei sarcini Q_1, Q_2, Q_3, de acelaşi semn, ocupă poziţii fixe în vîrfurile unui triunghi oarecare. Aceste sarcini exercită forţele $F_1=4\sqrt{6}$ N, $F_2=8$ N şi $F_3=11$ N asupra unei sarcini q ce rămîne în repaus într-un punct M situat în interiorul triunghiului. Să se determine valoarea unghiurilor dintre direcţiile celor trei forţe, de asemenea să se demonstreze că pentru n sarcini Q dispuse în plan este valabilă relaţia $\sum \frac{V_1}{F_1} > \frac{p}{2q}$ (p=perimetrul, V — potenţialul).

Ion Brînzan

V. 12. În vîrfurile unui triunghi echilateral de latură „b" sînt aşezate trei sarcini electrice. 1) Să se calculeze intensitatea cîmpului electrostatic în centrul triunghiului, dacă sarcinile electrice sînt identice ($+q_1=+q_2=+q_3$). 2) Unde va trebui plasată o altă sarcină electrică $q_4=\frac{q}{4}$ pentru ca n centrul triunghiului cîmpul să fie nul, dacă $q_1=q_2=q$ şi $q_3=2q$?

M. Melnic

V. 13. În fiecare dintre vîrfurile unui triunghi echilateral A B C, de latura l se găseşte cîte o sarcină electrică punctiformă $+q$. Fie V(M) potenţialul electric creat de aceste sarcini într-un punct M din interiorul (sau de pe laturile) triunghiului. Să se afle expresia lui V în funcţie de q, l şi ε.

Mihail Zamfir

V. 14. Două sarcini electrice punctiforme pozitive şi de aceeaşi mărime, sînt aşezate în vîrfurile unui triunghi dreptunghic isoscel. Să se determine raportul dintre forţa cu care acţionează cele două sarcini aduse în contact la jumătatea bazei triunghiului asupra unei sarcini punctiforme pozitive, situată în vîrful unghiului drept şi forţa cu care acţionează ele asupra aceleiaşi sarcini, situate în acelaşi loc în ipoteza că cele două sarcini rămîn amplasate în vîrfurile unghiurilor bazei triunghiului.

Romulus Sfichi

V. 15. Pe un cerc cu raza de 40 cm se aşează în aer la distanţe egale trei sfere încărcate cu electricitate. $Q_1=0{,}3\cdot10^{-6}$C; $Q_2=0{,}6\cdot10^{-6}$C şi $Q_3=0{,}9\cdot10^{-6}$C ($\varepsilon_r=1$). Să se calculeze: 1) forţele care se exercită între ele (F_{12}; F_{23}; F_{31}; F_1, F_2, F_3); 2) potenţialele date de fiecare sferă în centrul cercului şi potenţialul total.

I. Ciric

V. 16. Un hexagon regulat A B C D E F, cu latura de 0,1 m are în vîrfuri sarcinile $Q_A=Q_B=5\mu$C; $Q_D=Q_E=-2\mu$C, $Q_F=+3\mu$C, $Q_c=-3\mu$C. Care este intensitatea cîmpului electric şi potenţialul în centrul hexagonului?

Ludovic Schwartz

V. 17. Un număr n de picături de mercur de rază r şi sarcina q, fiecare s-au strîns în două picături mari aflate la distanţa R una de alta. Ştiind că raportul potenţialelor celor două sfere mari este de $\frac{V_1}{V_2}=a$, să se afle: a) po-

tenţialul unei sfere mici: b) potenţialul celor două sfere mari: c) forţa de respingere dintre cele două sfere mari.

Vasile Bratu

V. 18. Două sarcini electrice punctiforme pozitive şi de aceeaşi mărime, sînt aşezate în vîrfurile B şi C ale unui triunghi isoscel A B C ($\hat{B}=\hat{C}$). Să se calculeze valoarea unghiului A pentru care intensitatea cîmpului electrostatic creat de cele două sarcini în vîrful A, are valoarea maximă, distanţa dintre B şi C fiind dată (funcţia $f(\alpha)=\sin^2\alpha\cos\alpha$ are maxim pentru $\alpha=54°40'$).

Şt. Varga

V. 19. Două sarcini punctuale electric pozitive, egale, de 1/30 mC se găses cla distanţa de $\sqrt{3}$ m orizontal. Între ele la jumătate distanţă o bobiţă de 10 g încărcată electric negativ cu $\frac{1}{3}$ μC, este menţinută în echilibru de a treia sarcină electric pozitivă punctuală avînd 0,3 mC. Să se calculeze poziţia celei de a treia sarcini electrice şi în eaz că ea dispare, noua poziţie de echilibru a bobiţei (permitivitatea relativă electrică a mediului, este 1 şi acceleraţia gravitaţională este 10 m/s²).

C. Costescu

V. 20. Un conductor de formă circulară (spiră de rază R) este încărcat cu sarcină electrică de densitate liniară λ. Calculaţi intensitatea cîmpului electrostatic generat de această distribuţie de sarcină în punctul M situat la distanţa Z de centrul O al spirei, punct situat pe ax.

Pentru ce valoare a lui Z, intensitatea cîmpului electrostatic are valoarea maximă? Calculaţi această valoare. *Aplicaţie:* $\lambda=2\cdot10^{-6}$C/m; $R=0{,}5$ m; $Z=R$.

Ioan Druică-Zeletin

V. 21. O sferă mică de masă m, încărcată cu sarcina electrică q, este suspendată la extremitatea unui fir subţire şi izolator. Celălalt capăt al firului este fixat în punctul cel mai de sus al unui circular de rază R. Inelul este format dintr-un fir metalic rigid de secţiune neglijabilă şi este aşezat într-un plan vertical. Pe inel este repartizată uniform o sarcină electrică Q de acelaşi semn cu q. Să se determine lungimea l a firului, pentru care poziţia finală a sferei, după îndepărtarea ei, să se găsească pe axa inelului (în echilibru) perpendiculară pe planul inelului.

Scanned with OKEN Scanner

Să se găsească mai întîi soluția generală a problemei. Apoi să se găsească soluția pentru următoarele valori numerice $Q=q=9\cdot10^{-8}$C; $R=5{,}0$ cm; $m=1{,}0$ g; $\varepsilon_0=8{,}9\cdot10^{-12}$ F/m se va neglija masa firului.

Concurs internațional Brno 1969

V. 22. Două sfere metalice de mase respectiv m_1 și m_2 sînt atîrnate prin intermediul a două fire de mătase de lungime l_1 și l_2 de un suport orizontal, în același punct. Încărcîndu-se ambele sfere cu sarcina q se observă că după atingerea echilibrului, dreapta care trece prin centrele sferelor este paralelă cu suportul. Să se determine unghiurile făcute de fire cu suportul, tensiunile din fire și distanța r dintre sfere.

L. Vlase

V. 23. Trei bile identice, suspendate în aer de același punct prin fire cu lungimea $l=10$ cm, sînt încărcate cu sarcini electrice egale. Centrele celor trei bile sînt așezate pe un cerc cu raza $R=6$ cm. Să se calculeze aria totală și volumul piramidei cu vîrful în punctul de suspensie, avînd baza determinată de centrele bilelor, precum și unghiul dintre muchie și baza prismei.

Gh. Căpitan

V. 24. Fiind date trei pendule electrice identice suspendate în vîrfurile unui triunghi echilateral așezat orizontal să se calculeze masa m a unui pendul în funcție de sarcina „q“, latura triunghiului „a“, lungimea pendulelor l și distanța „d“ dintre sarcini la echilibru. *Aplicație* $l=3$ cm; $a=1$ cm; $d=(\sqrt{2}+1)$ cm; $q=10^{-8}$ C.

H. Teodorescu

V. 25. Patru pendule electrice identice, suspendate în același punct, sînt încărcate cu sarcini electrice pozitive egale. Datorită forțelor de interacțiune, bobițele de soc se așează în vîrfurile unui pătrat cu latura $l=30\sqrt{2}$ cm, situat în plan orizontal. Firele pendulelor formează cu verticala unghiuri de cîte 45°. Să se determine sarcinile electrice ale pendulelor dacă masa unei bobițe de soc este 200 mg și accelerația gravitațională are valoarea 9,8 m/s^2 (pendulele se află în vid).

A. Bejan

V. 26. Dintr-un punct sînt suspendate cu patru fire de lungimi egale $l=13$ cm, patru bile identice. Acestea au o greutate de cîte $60(1+2\sqrt{2})10^{-5}$N, fiecare și sînt încărcate cu sarcini electrice egale. Dacă la echilibru raza cercului care trece prin centrele bilelor este $r=5$ cm, să se determine sarcina lor.

M. Constantinescu

V. 27. Pe o sferă de dimensiuni neglijabile se acumulează sarcina electrică transportată de un curent de 0,2 mA în timp de 5 minute. O sferă identică, încărcată în aceleași condiții, așezată în aer lîngă prima sferă este interacțio-

Scanned with OKEN Scanner

nată cu o forță electrică de 10^7N. Să se calculeze: a) distanța dintre sfere; b) forța ce se exercită din partea celor două sfere asupra unei sarcini $q = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$C, situată într-un punct la distanța de 1,273 m de fiecare sferă.

C. A. Brașov, 1963

V. 28. Cu ce forță F este atras de nucleu electronul unui atom de hidrogen, dacă diametrul atomului este $d = 2\text{Å}$?

Parău Dumitru

V. 29. Între un nor încărcat cu electricitate pozitivă și pământul încărcat negativ se produce un cîmp electric cu intensitatea $E = 1\,256$ V/cm. În acest cîmp electric se află o picătură de apă de rază $r = 9 \cdot 10^{-3}$ cm. Să se determine sarcina Q pe care o are picătura, știind că, sub acțiunea cîmpului gravitațional terestru și a cîmpului electric, picătura se găsește în echilibru.

Gh. Minculescu

V. 30. Un corp cu masa $m = 0{,}4$ g și încărcat cu o sarcină $q = -0{,}1 \cdot 10^{-7}$ C este așezat într-un punct al unui disc în care potențialul determinat de o sarcină din centrul discului este $V = 10$ V. Să se calculeze viteza liniară de echilibru cînd discul se rotește.

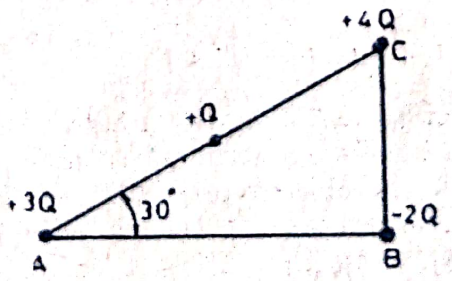
Stelian Crăciun

V. 31. Pe fundul unui vas orizontal cu petrol se găsesc izolate două sarcini electrice fixe, de cîte $+10^{-7}$ C fiecare, la 16 cm depărtare între ele. Pe mediatoarea acestui segment se află o bilă de aluminiu încărcată cu $+10^{-7}$C, în echilibru, la 6 cm înălțime. Știind $\rho_{Al} = 2\,700$ kg/m^3; $\rho_p = 0{,}81$ g/cm^3; $\varepsilon_r = 2$ se cere masa bilei de aluminiu. Ce lucru mecanic este necesar pentru a ridica bila de la 3 cm înălțime, la poziția de echilibru?

I. Preda

V. 32. Se dă un plan înclinat ABC unde $BC = l$, iar unghiul dintre AB și AC este $\alpha = 30°$. În punctele A, B și C sînt plasate sarcinile electrice $+3Q$, $-2Q$ și respectiv $4Q$.

La mijlocul laturii AC se aduce o sarcină $+Q$ care are posibilitatea să se miște de-a lungul lui AC. Să se determine greutatea G a acestei sarcini, astfel încît să fie în echilibru.



Polidor Bratu

V. 33. Un corp care are o sarcină electrică q este deplasat între două vîrfuri opuse ale unui pătrat de latură a. Știind că diferența de potențial dintre cele două vîrfuri este U, și că deplasarea corpului se face într-un caz de-a lungul a două laturi, iar în alt caz pe diagonală, să se precizeze în care caz lucrul mecanic cheltuit este minim.

C. F. 1972

V. 34. În cîmpul electrostatic al unei sarcini electrice $Q=1{,}96\cdot10^{-4}$C, în aer, se găsește o sarcină electrică punctiformă $q=10^{-6}$C, care este deplasată între punctele A și B situate la o distanță de 0,4 m unul de altul. Intensitatea cîmpului electrostatic în A fiind de $17{,}64\cdot10^{5}$ V/m, iar în B de $9\cdot10^{2}$ V/m, să se afle; a) potențialul electric în punctul A și B; b) lucrul mecanic efectuat de sarcina electrică Q pentru a deplasa sarcina electrică punctiformă între A și B; c) forța medie ce acționează de-a lungul distanței AB ($\varepsilon_r=1$).

V. Săseanu

V. 35. De pe o sferă cu raza R, inițial neutră, se scoate sarcina q și se depărtează la distanța r de centrul sferei. Ce lucru mecanic este necesar pentru a efectua această operație? Sub ce formă de energie apare lucrul mecanic cheltuit? *Numeric* $R=0{,}2$ m; $q=3{,}5\cdot10^{-8}$ C; $r=0{,}8$ m.

I. Druică-Zeletin

V. 36. Fie două sarcini punctiforme $Q_1=10^{-3}$C și $Q_2=4\cdot10^{-4}$C care acționează asupra unei a treia sarcini $q=10^{-7}$C cu forța F. Știind că sarcinile se află în aer ($\varepsilon_r=1$) și că distanța de la sarcina Q_1 la q este de 30 cm, iar distanța de la sarcina Q_2 la q (în punctul A), este de 20 cm, să se afle: a) valoarea forței electrostatice F în punctul A cunoscînd că unghiul între componentele ei este $\alpha=30°$; b) lucrul efectuat de sarcina q cînd se deplasează din punctul A în B (situat la 40 cm și respectiv 30 cm de Q_1 și Q_2).

Ion Brînzan

V. 37. În vîrfurile ABC ale unui pătrat ABCD cu latura de 10 cm se găsesc sarcinile de 8 mC, 6 mC, 8 mC. Totul se află în petrol cu $\varepsilon_r=2$. Să se calculeze: a) potențialul în vîrful D; b) intensitatea cîmpului electrostatic în vîrful D; c) lucrul mecanic produs de cîmpul electrostatic la deplasarea sarcinii de 50 mC din punctul D în centrul pătratului; d) în cele patru vîrfuri fiind sarcinile egale cu 50 mC, se cere sarcina q ce trebuie plasată în centrul pătratului pentru ca cele patru sarcini din vîrfuri să fie în echilibru.

C. F. 1968

V. 38. În vîrfurile unui pătrat se găsesc sarcinile electrice pozitive $q_1=1$ C, $q_2=2$ C, $q_3=3$ C, $q_4=4$ C, iar în centrul pătratului sarcina electrică $q_0=1$ C. Se caută aducerea acestei sarcini pe mijlocul unei laturi. Pe care latură va fi mai ușor? Ce lucru mecanic se efectuează pentru deplasarea sarcinii q_0, între mijlocul laturii q_2q_3, și q_1q_4.

Vasile Bratu

Scanned with OKEN Scanner

V. 39. Fie trei sarcini $+Q$ aşezate în plan orizontal şi a patra tot $+Q$ deasupra şi mobilă. Sferele cu sarcină Q au masă m şi formează o piramidă triunghiulară regulată. Ce energie se degajă la trecerea sistemului într-un alt sistem sub formă de pătrat cu aceeaşi latură cu a piramidei, în plan orizontal?

Vasile Bratu

V. 40. Două corpuri punctiforme cu sarcinile electrice $+q_1$ şi respectiv $+q_2$ se găsesc într-un dielectric de permitivitate ε la distanţa d_1 unul faţă de altul. Lăsînd liber al doilea corp, acesta se deplasează la o distanţă d_2 faţă de primul corp cu o viteză finală v. Ce masă are corpul al doilea?

Aplicaţie: $q_1=32\cdot10^{-6}$C, $q_2=4\cdot10^{-7}$C, $d_1=4$ cm, $d_2=40$ cm, $v=2\cdot10^6$m/s, dielectric este aerul.

Romulus Sfichi

V. 41. O sferă cu raza de 5 cm are pe ea un ac ascuţit cu lungimea de 2 cm aşezat în exterior în prelungirea unei raze. Supunînd sfera unui potenţial de 10 000 V se cere să se afle raportul dintre intensitatea cîmpului din vîrful acului şi aceea de pe suprafaţa sferei.

S. Popescu

V. 42. Se dă ecuaţia unităţii x:

$$x=\frac{kg\cdot m^2}{V\cdot s^3}$$

unde Kg, m, V şi s sînt kilogramul, metrul, voltul şi respectiv secunda. Ce reprezintă x?

Şt. Conciar

V. 43. Cît de mare trebuie să fie raza R la o sferă care la sarcina de $Q=1$C să capete un potenţial de 10 000 V?

Valentina Petrus

V. 44. Între armăturile unui condensator plan intensitatea cîmpului electric este de 10^2 V/cm. O picătură de apă de rază $5\cdot10^{-4}$ cm fiind încărcată electric se află în echilibru. Să se determine sarcina Q a picăturii.

V. 45. Se dă un condensator cu armături plane paralele. Să se imagineze un dispozitiv în aşa fel încît aplicînd condensatorului o tensiune U sarcina acumulată pe armături să fie zero.

Mihai Sandu

V. 46. Cunoscînd că energia cîmpului electric între un nor de furtună şi suprafaţa pămîntului este $W=3\cdot10^9$J, să se determine înălţimea la care se află norul ştiind că suprafaţa acestuia întoarsă spre pămînt este $S=9$ km^2, iar potenţialul său faţă de pămînt este $U=3{,}14\cdot10^8$ Se va considera $\varepsilon=\frac{10^{-9}}{36\pi}\frac{F}{m}$.

S. R.

Scanned with OKEN Scanner

V. 47. O cameră de ionizare cu capacitatea proprie de 10 pF este legată la pămînt printr-o rezistenţă de 10^2MΩ. În timp scurt se stabileşte un curent mediu de 10^{-3}μA. Să se determine numărul minim de electroni care s-au format în camera de ionizare.

Veres Zoltan.

V. 48. Putem atinge fără teamă în acelaşi timp ambele şine ale unei linii de tramvai, deşi prin acestea trece un curent electric cu intensitatea foarte mare. De ce nu putem fi electrocutaţi?

V. 49. O sferă de cauciuc metalizată este pusă printr-un conductor subţire şi lung în contact cu un corp încărcat cu sarcină electrică, care are un potenţial de 10 kV. Întrerupînd firul de legătură, care este noul potenţial al suprafeţei sferei, dacă ea îşi micşorează raza de 3 ori?

V. Ghinghir

V. 50. Două pendule electrice identice, încărcate cu electricitate pozitivă, sînt aşezate la oarecare distanţă şi se resping cu o forţă de o unitate. Apropiem pendulele pînă se ating şi apoi le depărtăm la o distanţă egală cu jumătatea distanţei iniţiale, acum ele se resping cu o forţă de 4,5 unităţi. Să se determine raportul sarcinilor pozitive q şi q^1, ale celor două pendule.

L. D.

V. 51. Trei sfere conductoare identice izolate una de cealaltă sînt încărcate cu sarcinile q_1, q_2 şi respectiv q_3. Se pun în contact mai întîi sferele 1 cu 2, se desface acest contact şi se pun în legătură sferele 2 cu 3, după care în acelaşi mod se realizează contactul 3 cu 1. Să se determine sarcinile de pe fiecare sferă după seria de contacte de ordinul patru.

Mihail Sandu

V. 52. Sînt date 5 capacităţi avînd fiecare 1 μF. Să se găsească modul de conectare a acestora astfel încît capacitatea totală să fie egală cu 3/7 μF.

C. A. Iaşi, 1968

V. 53. Patru condensatoare, fiecare avînd 4 μF, se leagă între ele în aşa fel încît capacitatea echivalentă a montajului să fie de 2,4 μF. Care este schema montajului?

Panaite Forţu

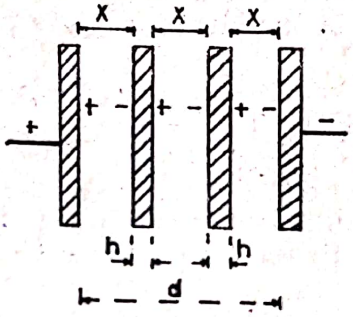
V. 54. Condensatoarele C_1, C_2, $C_3=3$ μF, $C_4=1$ μF şi C_5 alcătuiesc o grupare mixtă sub o tensiune de 4 000 V, astfel C_1, şi C_2 sînt legate în serie iar C_3, C_4 şi C_5 în paralel. Capacitatea echivalentă a condensatoarelor legate în serie este egală cu capacitatea echivalentă a condensatoarelor legate în paralel, iar dacă condensatoarele C_1 şi C_2 le-am lega în paralel, ar avea o capacitate echivalentă egală cu 36 μF. Se cere: a) capacitatea echivalentă a bateriei de condensatoare; b) sarcina electrică înmagazinată în fiecare condensator şi tensiunea.

V. Săseanu

V. 55. Capacitatea echivalentă capacităților C_1, C_2 și C_3, legate în paralel este 240 μF. Știind că valorile capacităților sînt proporționale cu numerele 4, 6 și 10, să se calculeze sarcina electrică acumulată pe armăturile fiecărui condensator, într-un montaj în care capacitatea cea mai mică este legată în serie cu celelalte două legate în paralel, tensiunea la bornele bateriei fiind 10 V.

Ion Brînzan

V. 56. Un condensator plan cu aer are capacitatea C, și distanța dintre armături d. Între cele două armături se introduc două plăcuțe metalice plane fiecare cu grosimea h, astfel încît distanța dintre fiecare armătură și plăcuță cît și distanța dintre plăcuțele metalice să fie egale între ele. Să se determine capacitatea condensatorului format.



Polidor Bratu

V. 57. Pentru un dispozitiv electrotehnic este necesară o capacitate C la o tensiune U. Se dispune de condensatoare identice cu capacitatea C' și tensiunea de străpungere U' ($C'<C$, $U'<U$). Să se întocmească schema grupării respective, calculîndu-se și numărul de condensatoare folosit.

C. F. 1974

V. 58. Un condensator electric cu capacitate variabilă are armăturile de forma unor semicoroane circulare la care raza mică $r=5$ mm. Cunoscînd că numărul armăturilor fixe este 10, iar a celor mobile 9, se cere a se determina raza mare a armăturilor știind că dielectric este aerul, distanța dintre armături de 0,5 mm, iar capacitatea maximă a condensatorului de 150 pF.

Romulus Sfichi

V. 59. O baterie formată din două condensatoare legate în serie, de capacitate $\frac{20}{7}$ μF, este alimentată la o tensiune constantă de 12 V. Dacă s-ar străpunge unul din condensatoare, variația de energie electrică înmagazinată în baterie ar fi de $514\frac{2}{7}$ J, iar dacă s-ar străpunge celălalt condensator, variația de energie ar fi de $82\frac{2}{7}$ J. Să se afle capacitățile celor doi condensatori.

D. V.

V. 60. Să se găsească o nomogramă după care să se calculeze valoarea rezultantei a două capacităţi variabile legate în serie.

C. Vijiilă

V. 61. Se încarcă un condensator de la o sursă cu tensiunea U şi se leagă apoi bornele acestui condensator cu bornele unui alt condensator, identic cu el, dar neîncărcat. Cum se modifică tensiunea dintre armăturile primului condensator? Dar sarcina electrică de pe armături? Faceţi bilanţul energetic. Unde a dispărut energia lipsă? (Sursa se desface înainte de legarea celui de al doilea condensator).

C. F. 1977

V. 62. Două condensatoare cu capacităţile C_1 şi C_2 sînt legate în serie şi conectate la o sursă cu tensiunea U. După ce se încarcă, cele două condensatoare se deconectează de la sursă şi se leagă în paralel. Ce valori poate avea tensiunea comună grupării?

C. F. 1974

V. 63. Condensatorii $C_1=100\ \mu F$ şi $C_2=200\ \mu F$, sînt supuşi la o tensiune $U_1=2\,000$ V şi $U_2=500$ V după care sînt legaţi în paralel. Să se determine cantităţile de electricitate finală de pe fiecare condensator.

V. 64. Două sfere conductoare A şi B, de capacităţi $C_A=4\ \mu F$ şi $C_B=5\ \mu F$ sînt încărcate la potenţialele $V_A=810$ V, $V_B=900$ V. La fiecare sferă este sudat un fir conductor metalic. Capetele firelor se introduc într-o soluţie de sulfat de cupru. Ce cantitate de cupru se depune şi pe care conductor? $\left(K=0{,}33\frac{mg}{C}\right)$.

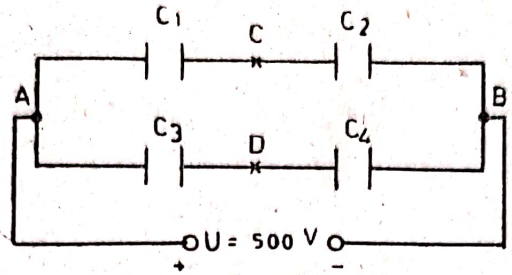
Şt. Varga

V. 65. Două sfere de metal cu razele $R_1=10$ cm şi $R_2=5$ cm, situate la distanţa de 6 m una de alta, sînt încărcate cu sarcinile electrice $Q_1=4\cdot10^{-8}$C şi $Q_2=-7\cdot10^{-8}$C. Considerîndu-se că sferele se află în aer să se calculeze: a) forţa coulombiană dintre cele două sfere: b) intensitatea cîmpului electric la jumătatea distanţei dintre cele două sfere; c) punctele de pe direcţia ce uneşte centrele celor două sfere, în care intensitatea cîmpului electric este nulă; d) diferenţa de potenţial dintre cele două sfere; e) sarcina electrică ce va trece de pe o sferă pe alta, după punerea lor în legătură printr-un fir de metal.

P. Vieru

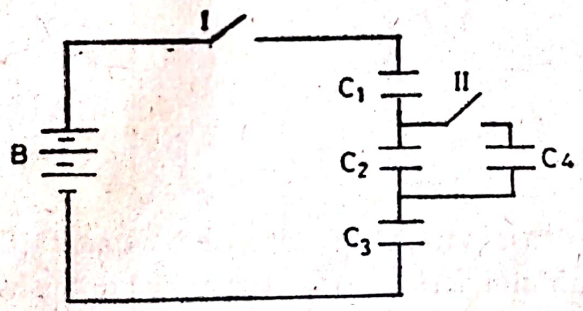
V. 66. O baterie este formată din patru condensatoare legate ca în fig. V. 66 şi au capacităţile $C_1=C_2=3\ \mu F$ şi $C_3=C_4=5\ \mu F$. La bornele bateriei se aplică o tensiune continuă, de 500 V. Să se calculeze: a) capacitatea echivalentă a bateriei; b) cantitatea de sarcină acumulată; c) punctele C şi D se leagă

între ele printr-un fir conductor de rezistență neglijabilă. Care este în acest caz capacitatea echivalentă a circuitului; d) ce tensiune se găsește la bornele fiecărui condensator?



I. Frujină

V. 67. Patru condensatoare identice sînt legate ca în figura V. 67 și sînt conectate la o baterie B a cărei t.e.m. este de 9 V. Să se calculeze diferența de potențial de la bornele fiecărui condensator, dacă: a) întrerupătorul II este mai întîi deschis, iar întrerupătorul I închis și apoi se deschide întrerupătorul I și se închide întrerupătorul II; b) întrerupătorul II este închis și apoi se închide și întrerupătorul I.



C. F. 1974

V. 68. Patru condensatoare de 30; 30; 20; 20 μF sînt legate în paralel și se încarcă cu o sarcină de 10^{-2}C. Legăturile se desfac și cele 4 condensatoare încărcate, se leagă în serie cu un al cincilea condensator neîncărcat, de 12 μF și cele două capete libere ale bateriei de condensatoare se scurtcircuitează. Să se afle sarcina condensatorului al cincilea după desfacerea legăturilor.

Zoltan Veres

V. 69. Trei condensatoare de capacități C_1, C_2 și C_3 încărcate cu sarcinile electrice Q_1, Q_2, și Q_3 se leagă în paralel în așa fel încît conductorii de legătură nu au nici o capacitate, iar condensatoarele sînt suficient de îndepărtate. Să se afle sarcinile electrice ale condensatoarelor, după ce au fost conectate între ele.

Zoltan Vereș

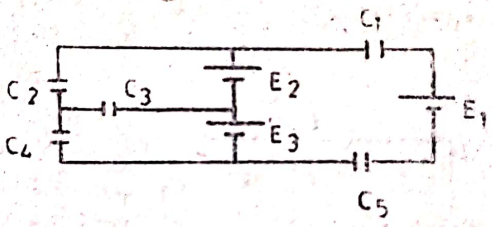
V. 70. Se dau n sfere conductoare de raze R_1, R_2, ..., R_n încărcate la potențialele V_1, V_2 ... V_n, plasate pe un suport izolator. Se unesc cele n sfere printr-un fir conductor. Știind că în interiorul sferelor se găsește un dielectric de permitivitate ε, să se calculeze: 1) sarcinile electrice ale sferelor după unire; 2) cantitatea de energie ce se pierde în conductorul de legătură.

Daniel Condurache

V. 71. Se dau n sfere metalice izolate cu razele în progresie geometrică cu rația a încărcate electric cu sarcini în progresie aritmetică cu rația q, prima sferă avînd sarcina Q. Toate sferele se leagă cu un conductor. Care sînt mărimile sarcinilor electrice pe cele n sfere după contact?

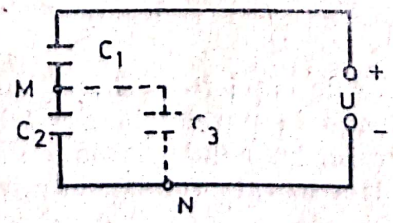
Ion Militaru

V. 72. Considerînd circuitul electric din fig. V. 72 se cere: a) să se determine sarcinile și tensiunile pentru fiecare condensator, folosind principiul superpoziției, verificîndu-se apoi cu ajutorul teoremelor lui Kirchhoff; b) să se discute rezultatele de la punctul (a) în raport cu valorile surselor E_1, E_2, E_3.



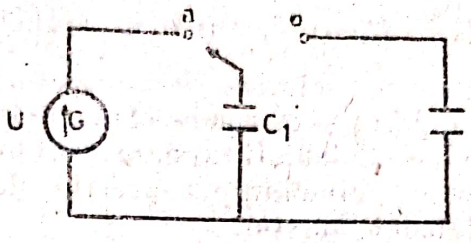
Șerban Ghenu

V. 73. Două condensatoare electrice avînd capacitățile C_1 și C_2 sînt dispuse în serie. Ansamblului astfel format i se aplică o tensiune U. Între punctele M și N ale circuitului se introduce un al treilea condensator, încărcat în prealabil tot sub tensiunea U. Capacitatea acestui ultim condensator este C_3. 1) Să se calculeze sarcina Q_3, pe care o va avea cel de-al treilea condensator după conexiunea lui în circuit: 2) să se calculeze sarcina electrică q furnizată de sursă în timpul conexiunii condensatorului C_3, să se interpreteze rezultatul. *Aplicație numerică:* $C_1=2C_2=2C_3=2C$; $C_1=1$ μF și $U=300$ V.



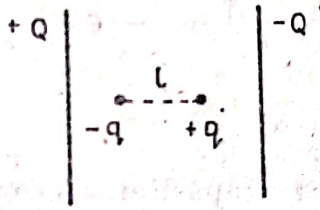
C. F. 1976

V. 74. Două condensatoare electrice de capacitate C_1, C_2 și o sursă de energie electrică avînd o tensiune la borne U sînt conectate ca în fig. V. 74. Condensatoarele inițial neîncărcate, se încarcă prin trecerea repetată a comutatorului din poziția a în poziția b și invers. Să se calculeze: a) tensiunea la bornele condensatoarelor; b) sarcinile electrice acumulate de condensatoare, după n manevre complete.



C. F. **1971**

V. 75. Armăturile unui condensator plan cu aria S sînt încărcate cu sarcina Q. Între armături se află un dipol electric rigid (un sistem de două sarcini egale și de semn contrar $+q$ și $-q$, situate la distanța l una de cealaltă) ca în figura V. 75. Calculați lucrul mecanic ce se efectuează la rotirea de 180° a dipolului în cîmpul dintre armăturile condensatorului. *Numeric:* $S=64\cdot10^{-4}\text{m}^2$, $Q=10^{-2}$ C, $q=2\cdot10^{-15}$ C, $l=6\cdot10^{-8}$ m, dielectric este vidul.



Ioan Druică-Zeletin

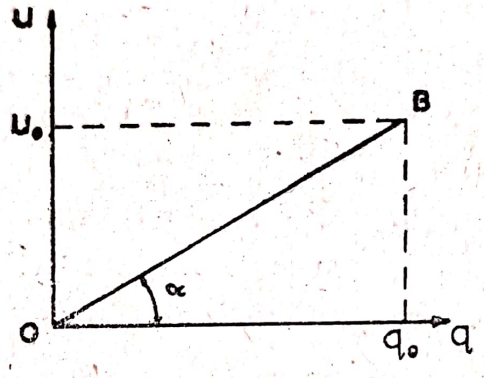
V. 76. Două sfere cu razele de 5 cm și 4 cm sînt încărcate cu sarcinile $Q_1=\frac{1}{9}$ μC și $Q_2=+\frac{2}{9}$ μC. Sferele se pun în contact apoi se îndepărtează astfel ca centrele lor să se găsească la distanța de 2 m. a) În care punct pe dreapta ce unește centrele sferelor intensitatea cîmpului electric este nulă? b) care este potențialul electric în acest punct? c) ce lucru mecanic este necesar pentru a apropia sferele astfel ca distanța dintre centrele lor să fie de 1 m? (sferele se găsesc în vid).

Ludovic Schwartz

V. 77. Un condensator plan supus unei tensiuni de 1 000 V înmagazinează o energie de 30 J. Suprafața armăturilor condensatorului fiind 8 m², iar permitivitatea relativă a dielectricului 2,8 să se determine distanța dintre armături.

V. 78. Graficul relației dintre sarcina electrică care trece printr-un element de circuit și tensiunea (U) de la bornele lui, este segmentul de dreaptă OB din

figura V. 78. 1) Identificați acest element de circuit. 2) Identificați procesul descris de graficul OB; 3) Cărei stări îi corespunde punctul B de pe grafic; 4) Ce semnificație fizică are panta ($\operatorname{tg}\alpha$) segmentului OB, dar aria dreptunghiului $OUBq_0$? 5) Găsiți corespondentul grafice al energiei elementului de circuit. 6) Calculați randamentul procesului descris de graficul OB; 7) Să presupunem că alimentarea acestui element de circuit nu se face printr-o simplă conectare la bornele bateriei, ci printr-o trecere treptată prin tensiunile $U_1=\frac{U_0}{n}$, $U_2=2\frac{U_0}{n}$, ..., $U_i=i\frac{U_0}{n}$, pînă se ajunge la tensiunea $U_n=U_0$. Determinați valoarea energiei debitate de generator în cazul acestei modalități de alimentare și comparați-o cu cea pe care o debitează în cazul conectării directe la bornele bateriei. 8) Calculați randamentul procesului de la punctul 7. 9) Descrieți modalitatea de alimentare a acestui element de circuit, căreia îi corespunde un randament maxim.



Iunian Chelu

V. 79. Să se arate că între capacitatea electrică echivalentă „C_p" a trei condensatoare grupate în paralel și capacitatea echivalentă „C_s" a aceloraşi condensatoare grupate în serie există relația $C_p > 9C_s$.

S. R.

V. 80. Un condensator electric plan avînd aria fiecărei armături S, are dielectricul compus din trei straturi paralele cu armăturile din materiale izolante de permitivități relative ε_{r1} ε_{r2}, ε_{r3} și de aceeași grosime umplînd complet spațiul dintre armături. Presupunînd că același condensator are același dielectric însă cele trei straturi componente sînt așezate astfel încît limitele de separație între ele sînt perpendiculare pe armături, fiecare strat ocupînd același volum, să se arate că raportul dintre capacitatea condensatorului în al doilea caz față de primul caz $\frac{C_1}{C} \geq 3$.

Romulus Sfichi

V. 81. Distanța între armăturile unui condensator plan este D, iar potențialele celor două armături sînt V_1 și V_2. Între armăturile condensatorului se introduce o placă metalică de grosime d astfel că distanța de la prima armătură la această placă este D_1. Să se determine potențialul acestei plăci.

Scanned with OKEN Scanner

Aplicație $D=10{,}5$ mm; $V_1=50$ V; $V_2=-60$ V; $D_1=4$ mm și $d=0{,}5$ mm.

Romulus Sfichi

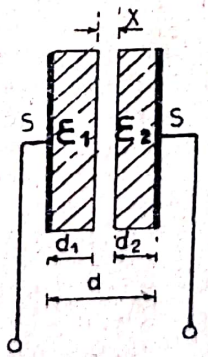
V. 82. Două plăci paralele de cupru avînd forma de pătrate cu latura de 40 cm sînt așezate față în față și introduse complet într-un vas cu petrol ($\varepsilon_{rp}=2$) formînd un condensator plan. Dacă acest condensator acumulează 88,56 mC cînd este conectat la 1 000 V, să se determine: a) capacitatea condensatorului; b) distanța d dintre armături; c) cu cît crește sarcina electrică acumulată, dacă între cele două plăci de cupru se introduce și o placă de sticlă de $20\times$ $\times d\times 40$ cm^3 ($\varepsilon_{rs}=5$)?

V. Iușan

V. 83. Spațiul dintre armăturile unui condensator plan este umplut cu două straturi de dielectric. Grosimea primului strat este 0,5 cm și are permitivitatea relativă egală cu 6. Permitivitatea relativă a stratului al doilea este 5, iar suprafața unei armături 180 cm^2. Să se determine ce grosime trebuie să aibă stratul al doilea, astfel încît capacitatea condensatorului să fie de 100 pF.

V. Niculescu

V. 84. Un condensator electric plan are capacitatea $C=990$ pF. Cunoscînd că suprafața fiecărei armături a condensatorului este $S=216\,\pi$ cm^2, iar distanța dintre acestea (grosimea dielectricului) $d=4$ mm, se cere: 1) să se determine permitivitatea relativă a dielectricului condensatorului și să se identifice astfel dielectricul respectiv; 2) să se determine grosimea unei plăci metalice care introdusă între armăturile condensatorului paralel cu acestea (menținînd aceeași distanță între armături) ridică capacitatea condensatorului la valoarea $C'=1\,200$ pF. Se dă permitivitatea absolută a vidului, $\varepsilon_0=\dfrac{1}{4\cdot\pi\cdot9\cdot10^9}$ F/m.



S. R.

V. 85. Un condensator electric plan avînd suprafața fiecărei armături $S=31{,}4$ cm^2, are dielectricul format dintr-un strat de mică ($\varepsilon_{r1}=6$) cu grosimea $d_1=0{,}3$ cm și dintr-un strat de aer ($\varepsilon_{r2}=1$) cu grosimea $d_2=0{,}2$ cm.

Cunoscînd că intensităţile de străpungere a cîmpului electric sînt pentru mică $E_1=800$ kV/cm, iar pentru aer $E_2=30$ kV/cm, se cere a se determina: a) capacitatea condensatorului în F; b) tensiunea limită la care condensatorul poate fi încărcat în kV; c) energia înmagazinată în condensator ca şi densităţile volumetrice de energie în dielectricii condensatorului.

Romulus Sfichi

V. 86. Se poate construi un condensator variabil introducînd mai mult sau mai puţin plăcile unui condensator plan în apă distilată. Ştiind că suprafaţa comună a plăcilor condensatorului este S şi distanţa dintre ele este „d", să se arate între ce limite variază capacitatea unui astfel de condensator.

Ce raport există între suprafaţa plăcilor introduse în lichid şi cea din aer cînd capacitatea lui are valoarea egală cu 1/2 din valoarea maximă?

V. Ciocanchi

V. 87. Două plăci plane paralele şi orizontale se află la distanţa $d=2$ mm una de alta. Spaţiul dintre ele este vidat. Se proiectează un electron paralel cu plăcile şi se constată că traiectoria acestuia este orizontală. Calculaţi: a) intensitatea cîmpului electric dintre plăci; b) diferenţa de potenţial dintre plăci; c) numărul de electroni pe unitatea de suprafaţă de pe armătura negativă datorat încărcării condensatorului. Faceţi observaţii asupra rezultatelor numerice.

I. Druică-Zeletin

V. 88. Un electron (de sarcină $1{,}59\cdot10^{-19}$C şi masa $0{,}9\cdot10^{-27}$g) sub influenţa unui cîmp electric uniform de valoare 100 V/cm se deplasează pe distanţa de 4 cm. Să se determine viteza lui şi timpul în care a efectuat această deplasare.

V. 89. Să se calculeze timpul în care electronii cu energie de 180 eV parcurg spaţiul dintre electrozii unui tub catodic cu lungimea de 80 cm.

Leontin Domide

V. 90. Cît de mare trebuie să fie viteza iniţială pentru ca un corp de masă $m=1$ g încărcat cu o sarcină $q=2\cdot10^{-7}$C să se mişte între două puncte ale cîmpului electrostatic între care diferenţa de potenţial este $U=10$ V?

Stelian Crăciun

V. 91. Între două plăci metalice A şi B, paralele, orizontale (A sus şi B jos) izolate între ele şi distanţate cu 2 cm, se deplasează o picătură de ulei cu masa de 10^{-5}g şi cu sarcina electrică de 9,8 pC, după cum urmează; întîi de la A spre B (A fiind negativă şi B pozitivă) apoi de la B spre A, ca urmare a inversării sensului tensiunii. Ştiind că picătura de ulei parcurge distanţa dintre plăci, dus şi întors, în acelaşi timp, dacă plăcilor li se aplică succesiv două tensiuni U_1, şi U_2, a căror diferenţă este 400 V, să se afle valoarea acceleraţiei gravitaţionale.

Dumitru Văcaru

Scanned with OKEN Scanner

V. 92. Un condensator plan e format din două plăci dreptunghiulare, avînd dimensiunile 20×10 cm, aflate la distanța de 5 mm una de alta. Între plăci e vid. Știind că diferența de potențial dintre plăci este de 1 000 V, se cere: a) Mărimea sarcinii electrice, cu care e încărcat condensatorul; b) forța ce acționează asupra unui electron ce se găsește între cele două armături; c) lucrul mecanic efectuat de electron cînd se deplasează de la placa negativă la cea pozitivă; d) viteza electronului în momentul cînd atinge armătura pozitivă, considerîndu-se că pleacă de la armătura negativă fără viteză inițială. Se dau $\varepsilon_0 = 8{,}856 \cdot 10^{-12}$ F/m, sarcina electrică a electronului $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, masa electronului $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

L. Fenești

V. 93. Două plăci plane verticale de formă pătrată cu latura l se află la distanța d una de alta. Se stabilește între plăci diferența de potențial U. Dintr-un punct situat în partea superioară a plăcilor, la jumătatea distanței dintre ele se lasă să cadă picături mici de lichid ce prin pulverizare se încarcă electric. Calculați sarcina specifică maximă a picăturilor ce pot ieși dintre plăci.

Ioan Druică-Zeletin

V. 94. Se construiește un condensator plan cu suprafețe circulare avînd raza r și ale căror centre O și O' se află pe verticală la distanța d. Perpendicular pe mijlocul lui OO' intră în condensator un fascicul îngust de electroni monoenergetici cu energia W_0. La ieșirea din condensator ei sînt deviați de la direcția inițială cu cantitatea $\frac{d}{4}$. Știind că aparatul este situat în vid, se cere:

1) tensiunea dintre armăturile condensatorului; 2) cîți electroni se află pe armătura negativă a condensatorului datorită încărcării?

Petre Vasiloiu

V. 95. Un electron avînd viteza de 800 km/s intră axial între plăcile unui condensator plan încărcat la tensiunea de 0,182 V distanța între armături 9 mm, lungimea armăturilor condensatorului fiind 4 cm, iar mediul vid. Să se determine deviația electronului pe un ecran dispus la 1 m de armăturile condensatorului.

V. 96. Un fascicul de electroni monocinetici străbate linia mediană a unui condensator plan avînd între armături o tensiune electrică constantă U. Lungimea armăturilor fiind l, iar viteza inițială a fasciculului de electroni v_0, să se determine valoarea minimă a distanței dintre armăturile condensatorului, astfel încît fasciculul de electroni să poată ieși din condensator. *Aplicație numerică* $U = 220$ V, $l = 10$ cm și $v_0 = 52\,160$ km/s.

Romulus Sfichi

V. 97. Să se arate că unghiul cu care este deviat un electron introdus în planul median al unui condensator plan cu energia inițială W_0 ce străbate

cîmpul E al condensatorului de lungime „l" și cu distanța între plăci „d", îndeplinește relația

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{d}{l}$$

I. Jurca

V. 98. Explicați de ce radiațiile catodice se propagă perpendicular pe catod indiferent de poziția anodului.

C. F. 1971

V. 99. Doi electroni se află la distanța $d=0{,}2$ m unul de celălalt. Se imprimă fiecărui electron viteza $v_0=27{,}56\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Calculați distanța pînă la care se apropie cele două sarcini știind că se deplasează pe o direcție comună și în sensuri contrarii.

Ioan Druică-Zeletin

V. 100. Trei corpuri punctiforme avînd sarcinile egale cu 1 mC, și masele egale cu m, se află în vîrfurile unui triunghi echilateral cu latura a. Se admite că sarcinile se resping pînă la infinit. Să se afle viteza lor la infinit.

Zoltan Vereș

V. 101. O sarcină punctiformă Q are valoarea de $+10^{-6}$C. Pe un plan orizontal la distanța „l" $=10$ cm, se găsește un corp cu masa $m=\frac{1}{98}$ kg încărcat cu sarcina $q=+\frac{1}{3}\cdot 10^{-7}$C ce se poate deplasa pe plan (coeficientul de frecare fiind 0,1). Să se determine: a) distanța la care se va opri corpul în plan; b) distanța la care ar trebui așezat corpul, ca să nu se deplaseze.

L. Schwartz

V. 102. Pe un plan înclinat, cu lungimea de 5 m și înălțimea de 3 m se găsește un corp cu masa de 1/98 kg încărcat cu sarcina $q=+\frac{13}{3}\cdot 10^{-6}$C. La baza planului se află o sarcină punctiformă $Q=+\frac{2}{3}\cdot 10^{-5}$C. Să se determine: 1) la ce distanță de la bază se va opri corpul, dacă e lăsat să alunece de la vîrful planului? 2) unde trebuie așezat corpul pentru ca acesta să fie în echilibru? Calculele se vor face pentru cazurile: a) mișcarea pe plan e cu frecare $\mu=0{,}1$; b) mișcarea pe plan se consideră fără frecare.

L. Schwartz

V. 103. Fie două plăci conducătoare paralele aflate la distanța $2d$ una de cealaltă, aflate la același potențial pozitiv. O sarcină electrică pozitivă punctiformă se află în repaus la distanța a de mijlocul distanței dintre plăci. Să se arate că pentru $a \ll d$ mișcarea sarcinei se aproximează cu una oscilatorie armonică (sarcina are o masă finită diferită de 0).

Sorin Solomon

Scanned with OKEN Scanner

CAPITOLUL VI

Cîmpul magnetic

VI. 1. Cum recunoaştem magnetul?
Avem două bare de fier de formă şi mărime identică, dintre care una are proprietăţi magnetice, iar alta nu. Cum putem stabili fără nici un mijloc auxiliar, care din ele este cea cu proprietăţi magnetice?

C. Mureşanu

VI. 2. Să se explice de ce un ceas care are carcasă de aur se magnetizează cînd se află într-un cîmp magnetic, pe cînd un ceas care are carcasă de oţel nu se magnetizează?

C. F. 1972

VI. 3. De ce forţa portantă a unui electromagnet în formă de potcoavă este mai mare decît a altuia în formă de bară, chiar dacă ceilalţi factori, de care mai depinde ea sînt identici?

VI. 4. Deviază acul unei busole dacă o ducem sub un conductor de curent alternativ de la reţea? De ce?

VI. 5. O cutie are în interior un generator de curent. Din cutie se scot două borne. Generatorul este de tensiune foarte joasă pentru a nu fi periculos în „exploatare". Conectăm la cele două borne un fir metalic flexibil de rezistenţă apreciabilă. Cum putem afla dacă în cutie este un generator de curent alternativ sau un generator de curent continuu, atunci cînd dispunem: a) de un magnet? b) de un ac magnetic? c) de o bobină în serie cu un bec ce merge la tensiune foarte joasă?

Panaite Forţu

VI. 6. Printr-o spiră circulară cu raza $r=9$ cm trece un curent constant de 1,8 A. Din ea se confecţionează un cadru circular format din 3 spire. Ce valoare are intensitatea cîmpului magnetic în centrul acestui cadru?

N. Chiorcea

VI. 7. Dispunem de două bobine plate B_1, B_2 identice, cu cîte 100 spire circulare, înfăşurate pe o rază medie de 1 cm. B_1 şi B_2 sînt verticale şi centrate în punctul O. Axele lor sînt perpendiculare şi bobinele pot fi alimentate, cu ajutorul unui montaj adecvat, cu un curent $I=0{,}4$ A. Un mic magnet centrat în O, montat pe un ax vertical este mobil într-un plan orizontal: a) numai B_1 este alimentată. Care este inducţia magnetică în O? Care este poziţia de echilibru a magnetului? b) sînt alimentate ambele bobine. Care este poziţia de echilibru a magnetului? Să se facă schema experienţei. Se va neglija inducţia magnetică terestră.

BAC. Toulon, **1965**

VI. 8. Un ac magnetic aşezat în planul meridianului magnetic deviază cu un unghi oarecare. În acest caz componentele, verticală şi orizontală,

ale cîmpului terestru sînt H_v și H_0. Plasînd acul în alt punct din spațiu, în centrul unei spire orizontale cu raza de 10 cm și care este perpendiculară pe meridianul magnetic, acul deviază la fel ca în experiența trecută, dacă prin spiră trece un curent I. În acest caz componentele cîmpului magnetic terestru sînt H'_v și H'_0. Care este valoarea lui I, dacă între componentele, H_0, H_v, H'_0 și H'_v există relația următoare: $\frac{H_0}{H'_0} = \frac{H_v}{H'^{-5}_v}$.

Tiberiu Țugui și Gh. Pentiuc

VI. 9. Știind că intensitatea cîmpului magnetic creat de doi conductori lineari paraleli, într-un punct A, este de 13 A/m și că distanțele de la cei doi conductori la punctul A formează cu planul conductorilor unghiuri de 45°, să se calculeze intensitatea curentului I_2, care trece printr-un conductor, dacă prin celălalt trece un curent $I_1 = 1{,}20$ A, iar conductorii se află la o distanță de $2\sqrt{2}$ cm unul de altul.

D. Bujor

VI. 10. Prin trei vîrfuri ale unui pătrat cu latura de 10 cm trec trei curenți rectilinii foarte lungi, perpendiculari pe planul figurii. Curentul $I_1 = 251{,}2$ A avînd sensul dinspre figură spre noi. Ceilalți doi, de același sens și opuși lui I_1 au valorile $I_2 = 502{,}4$ A și $I_3 = 251{,}2$ A. Se cere: a) intensitatea cîmpului magnetic produs în al patrulea vîrf, opus lui I_2; b) unghiul făcut de această intensitate cu diagonala pătratului; c) forța electromagnetică ce se exercită asupra unității de lungime a unui curent $I = 200$ A, rectiliniu, paralel cu ceilalți, de același sens cu I_1 și care trece prin al patrulea vîrf al pătratului. Experiența se produce în vid; d) ce devine această forță, dacă I_1 și I_2 își schimbă sensul?

N. Stănescu

VI. 11. Prin vîrfurile unui hexagon regulat trec 6 conductoare paralele, infinite, perpendicular pe planul hexagonului. Latura hexagonului este de 10 cm, iar intensitățile curenților din fiecare conductor sînt de 31,4 A. Sensul curenților este următorul: primii 3 au un sens, iar ceilalți au sens contrar primilor trei. Să se determine: a) intensitatea cîmpului magnetic și inducția magnetică în centrul hexagonului; b) forța care acționează asupra unității de lungime a primului conductor; c) intensitatea cîmpului magnetic și inducția magnetică în vîrful 1 cînd îndepărtăm conductorul din acest vîrf.

Zoltan Vereș

VI. 12. Două conductoare paralele, aflate în plan orizontal la 5 cm unul de altul, sînt parcurse în sens contrar de curenți egali cu 500 A fiecare. Se cere: a) valoarea inducției magnetice într-un punct C, aflat la 5 cm de fiecare conductor; b) valoarea forței electromagnetice pe unitatea de lungime, care acționează asupra unui conductor parcurs de 400 A, care trece prin punctul C și este paralel cu ceilalți doi; c) sensurile celor 3 curenți și masa unității de lungime a conductorului ce trece prin C, pentru ca el fiind lăsat liber în cîmpul magnetic produs de curenți, să stea în echilibru; d) ce devine soluția de la

Scanned with OKEN Scanner

pct. (b) dacă întregul sistem format de cele 3 conductoare parcurse de curenți sînt plasate într-un cîmp magnetic exterior, uniform, avînd inducția magnetică $B_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ T și paralelă cu planul primelor 2 conductoare cu liniile de cîmp perpendiculare pe direcția conductorilor.

C. F. 1969

VI. 13. Prin trei fire conductoare paralele foarte lungi, dispuse în același plan și echidistante, distanța dintre două conductoare succesive fiind $d = 30$ cm, trec curenții $I_1 = I_2$ și $I_3 = -(I_2 + I_1)$. Să se determine poziția dreptei în punctele căreia cîmpul magnetic este nul ($I_1 > 0$, $I_2 > 0$).

C. F. 1977

VI. 14. Patru conductoare paralele infinite sînt străbătute în același sens de curenții I_0, $2I_0$, $3I_0$ și respectiv $4I_0$. O secțiune normală pe cele patru conductoare arată că ele sînt dispuse în vîrfurile unui pătrat de latură l. Calculați inducția magnetică în centrul pătratului. Permeabilitatea magnetică a mediului în care se află conductoarele este μ_0. *Aplicație:* $I_0 = 4$A, $l = 0{,}8$ m.

Ioan Druică-Zeletin

VI. 15. Considerăm două particule cu sarcinile electrice q_1 și q_2 ce pot fi mobile, cu vitezele v_1 și respectiv v_2, pe orice direcție în spațiu. Ele interacționează atît prin forțele electrice F_e, cît și prin forțe magnetice F_m. Sînt posibile, poate chiar și în cazuri particulare, toate situațiile descrise mai jos? a) $F_e = 0$, $F_m = 0$; b) $F_e \neq 0$, $F_m = 0$; c) $F_e = 0$, $F_m \neq 0$; d) $F_e \neq 0$, $F_m \neq 0$.

C. F., 1973

VI. 16. Un electrizor confecționat dintr-un vas în formă de inel cu pereții laterali metalici și fundul din material izolant, conține o soluție electrolitică. Acest electrolizor este introdus într-un cîmp magnetic uniform și constant, perpendicular pe vas. Cînd între pereții vasului (care constituie electrozii) se aplică o tensiune continuă, se constată apariția unei curgeri circulare în electrolitul din vas. De ce?

VI. 17. Un electron intră într-un cîmp magnetic omogen de inducție B cu viteza „v" perpendiculară pe liniile de forță ale cîmpului magnetic. Să se determine: a) raza cercului pe care se va mișca electronul în cîmp; b) viteza unghiulară și perioada acestei mișcări; c) intensitatea cîmpului magnetic generat în centrul cercului pe care se mișcă electronul. *Aplicație numerică:* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C, $m = 9 \cdot 10^{-31}$ kg, $B = 9\pi \cdot 10^{-5}$T, $v = 1{,}6\pi \cdot 10^{7}$ m/s.

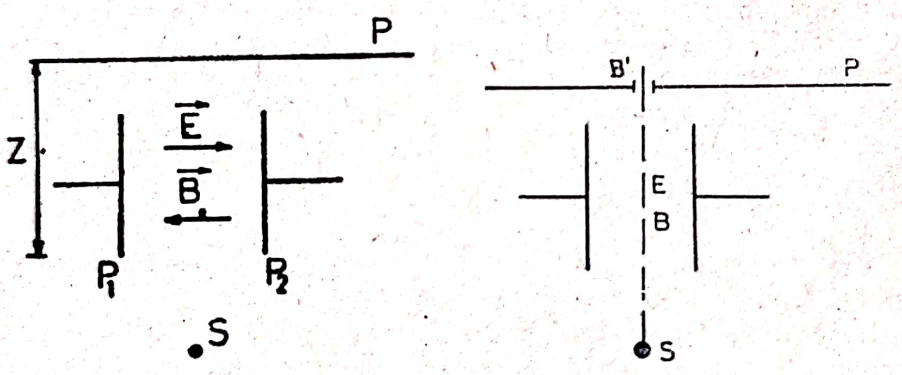
VI. 18. Între armăturile unui condensator plan care sînt așezate în poziție orizontală intră cu viteza „v" perpendiculară pe direcția liniilor de forță a cîmpului electric un corp de masă „m" încărcat cu sarcina pozitivă „q". Dacă armătura superioară este încărcată negativ, iar distanța dintre armături este „d", să se determine: a) la ce tensiune trebuie încărcat condensatorul pentru ca mișcarea corpului între armături să fie rectilinie și uniformă; b) care să fie inducția magnetică a cîmpului omogen în care intră corpul dacă liniile de forță ale cîmpului magnetic sînt paralele cu cele ale cîmpului

Scanned with OKEN Scanner

electric, pentru ca la întoarcere corpul să urmeze o traiectorie paralelă cu prima la distanța δ de aceasta. (*Aplicație numerică:* $m=20$ g, $q=10$ μC, $d=5\cdot10^{-2}$ m, $v=10^2$ m/s, $\delta=0{,}1$ m, $g=10$ m/s^2).

V. Iușan

VI. 19. *A.* O sursă S de ioni pozitivi trimite un fascicul îngust de ioni într-o regiune în care există un cîmp electric uniform E, creat de plăcile P_1 și P_2 și un cîmp magnetic uniform B, de sens contrar, creat de un sistem nefigurat pe fig. VI.19. Direcția fasciculului este perpendiculară pe cele două cîmpuri. Se consideră că ionii au toți aceeași masă dar pot avea viteze diferite. Ce va apare pe placa fotografică P după developare? La ce ar putea fi util rezultatul obținut? *B.* Se plasează apoi, în locul plăcii fotografice P, un ecran prin a cărui fantă centrală vrem să iasă un fascicul de ioni monocinetic. Fanta ecranului este plasată pe direcția fasciculului ionic emis de sursă. Cum trebuie să dispunem cîmpurile E și B și ce relație matematică trebuie să satisfacă mărimile E și B în acest scop? *C.* Se consideră că fasciculul monocinetic pătrunde în spatele ecranului, într-o regiune în care există un cîmp magnetic uniform B', perpendicular pe planul figurii. La ce distanță de mijlocul fantei ecranului va atinge fasciculul ionic placa fotografică P? În ce scop ar putea fi utilă cunoașterea acestei distanțe?



C. F., 1973

VI. 20. Într-un cîmp magnetic omogen și uniform un electron descrie o mișcare circulară uniformă. Presupunînd că inducția magnetică a cîmpului în care se rotește electronul a crescut cu $\Delta B=10^{-3}$ T, iar raza traiectoriei a rămas neschimbată, cu cît se modifică frecvența mișcării de rotație a electronului?

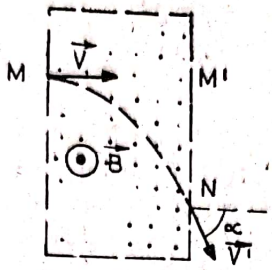
Ioan Druică-Zeletin

VI. 21. Un electron pătrunde într-un cîmp electric omogen. Viteza electronului formează un unghi de 89° cu liniile de cîmp. Să se afle cu cît înaintează în direcția liniilor de cîmp, electronul, în timpul unei rotații complete. Se dau: $B=10^{-3}$ T, și $v=17\,600$ km/s.

Zoltan Vereș

VI. 22. O particulă de masă m, sarcină electrică q și avînd viteza v pătrunde într-o regiune a spațiului unde există un cîmp magnetic omogen și uniform de inducție magnetică B.

Particula intră în cîmp prin punctul M (fig. VI 22) și iese prin punctul N. a) Evaluați exact mărimea $M'N$. Se consideră $MM'=l$. b) Aflați unghiul dintre direcțiile vitezei la intrarea în cîmp și la ieșirea din cîmp.



Ioan Druică-Zeletin

VI. 23. Prin cîmpul magnetic creat de bobinele de deflexie pe verticală a unui kinescop intră un electron cu viteza de $2 \cdot 10^4$ km s^{-1}. Lungimea bobinei de deflexie este de 12 cm, iar cîmpul uniform creat între ele are valoarea de 3 500 A/m. Să se calculeze deviația electronului pe ecranul fluorescent al televizorului față de traiectoria inițială, cînd acesta este situat la o distanță de 45 cm.

L. Domide

VI. 24. Diferă interacțiunea dintre doi electroni aflați în vid, în repaus, la o anumită depărtare unul față de altul față de cazul în care aceeași electroni s-ar afla în mișcare uniformă cu viteze egale, pe traiectorii rectilinii și paralele și între care ar exista aceeași depărtare?

M. Meliuc

VI. 25. Un conductor liniar din cupru, cu diametrul de 10^{-3} m, este suspendat prin două fire flexibile și introdus într-un cîmp magnetic, cu intensitatea de 890 A/m, perpendicular pe liniile de forță care sînt verticale. La trecerea curentului prin fir, acesta este deviat, de la poziția verticală, cu un unghi de 3°. Ce valoare are intensitatea curentului?

I. Frujină

VI. 26. O bobină are o inductanță de 0,05 H și 200 spire. Să se calculeze fluxul magnetic creat de bobină cînd curentul prin bobină este 2 A.

VI. 27. Ce rază mijlocie are o bobină toroidală de 100 spire în care intensitatea cîmpului magnetic este de $5 \cdot 10^2$ A/m cînd trece un curent de 3,14 A?

S. Popescu

VI. 28. O bobină cu N=200 spire, cu diametrul de 5 cm conține un miez cu $\mu_r=500$. Știind că bobina este supusă unei variații de flux magnetic, timp de 0,02 secunde și că diametrul miezului este aproximativ egal cu al spirelor, să se calculeze variația intensității cîmpului magnetic în intervalul de timp considerat, astfel încît în bobină să apară o tensiune electromotoare de 12 V?

C. F., 1973

Scanned with OKEN Scanner

VI. 29. Printr-un solenoid cu 40 spire, lung de 1 m și cu secțiune 10 cm² trece un curent de 18 A. Prin alt solenoid, cu aceleași dimensiuni circulă un curent de 4 A. În cei doi solenoizi se introduce cîte un miez de fier cu permeabilitatea magnetică relativă egală cu 200. Să se calculeze: a) fluxul magnetic al celor doi solenoizi știind că fluxul magnetic creat de al doilea solenoid este de două ori mai mare; b) inductanțele celor doi solenoizi.

V. Săseanu

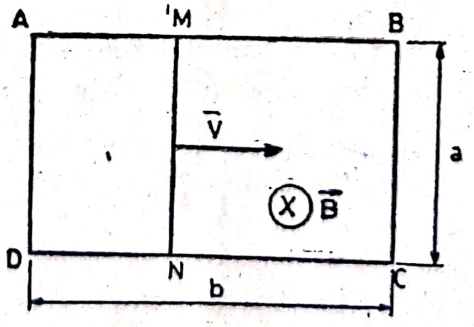
VI. 30. Avem un cîmp magnetic omogen $H=10^4$A/m; perpendicular pe liniile de forță se află planul unei spire circulare de rază $r=9\cdot10^{-2}$ m. Prin deformare, rămînînd în același plan, trecem cercul într-un triunghi echilateral, al cărui perimetru este egal cu lungimea cercului. Știind că rezistența electrică a spirei este de $R=\pi^2\Omega$, să se afle cantitatea de sarcină electrică indusă.

Forțu Panaite

VI. 31. Un conductor rectiliniu se deplasează cu viteză constantă $\vec{v}$, paralel cu el însuși într-un cîmp de inducție magnetică $\vec{B}$. Direcția vitezei este normală pe direcția vectorului inducție magnetică. Aflați valoarea intensității cîmpului electric din conductor. *Numeric:* $v=25\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $B=0{,}8$ T.

Ioan Druică-Zeletin

VI. 32. Cadrul dreptunghiular de laturi a și b din fig. VI. 32 se află într-un cîmp magnetic de inducție $\vec{B}$, uniform și normal de cadru. Laturile cadrului au rezistența r_0 pe unitatea de lungime. Pe cadru se deplasează cu viteză constantă v conductorul MN, inițial în AD. Calculați: a) intensitatea curentului din conductorul MN dacă rezistența unității de lungime este r_0; în ce moment intensitatea curentului din MN este minimă? b) puterea ce se degajă în circuit la momentul t. *Numeric:* $a=0{,}2$ m; $b=0{,}3$ m; $B=2$ T; $r_0=1\frac{\Omega}{m}$; $v=1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Ioan Druică-Zeletin

VI. 33. Să se calculeze tensiunea electromotoare de autoinducție din circuitul unui tor cu diametrul mediu de 60 cm, secțiunea de 5 cm², știind că în interiorul inelului se află un miez de fier cu permeabilitatea magnetică

relativă egală cu 800, cînd bobinajul inelului format din 500 spire, este străbătut de un curent ce creşte uniform de la valoarea 8 A la valoarea de 16 A în timp de 0,35 secunde?

Leontin Domide

VI. 34. Să se afle viteza cu care trebuie mişcată o bobină cu 12 000 spire şi 7 cm diametru, aşezată paralel cu liniile cîmpului magnetic pămîntesc $H=\frac{2\cdot 10^2}{4\pi}$ A/m, pentru ca să se inducă în ea o t.e.m de 3,5 V, cînd parcurge un spaţiu liniar de 25 cm.

Leontin Domide

VI. 35. O spiră în formă de pătrat cu latura $l=5$ cm este aşezată într-un cîmp uniform de inducţie magnetică, $B_0=3{,}65$ weber/m² în aşa fel că normala la planul spirei formează un unghi $\alpha=60°$ cu direcţia pozitivă a liniilor de inducţie. Într-un timp $\Delta t=3$ s, cîmpul scade pînă la valoarea $B=B_0/4$.

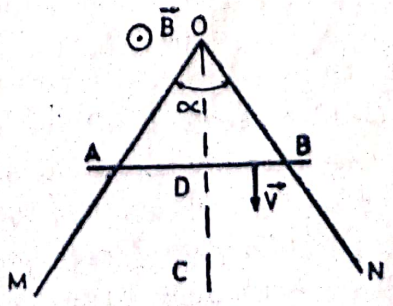
Să se calculeze t.e.m. medie indusă în spiră. Rezistenţa spirei fiind $R=0{,}53\Omega$, să se determine cantitatea de sarcină electrică pusă în mişcare în spira însăşi. Dacă se presupune că B variază după o lege sinusoidală, adică $B=B_0 \sin \omega t$, cu $\omega=2\pi\cdot 50\ s^{-1}$, să se determine expresia t.e.m. induse.

M. Uţă

VI. 36. O spiră circulară conductoare de rază R şi rezistenţă electrică r se află într-un cîmp magnetic de inducţie $\vec{B}$ variabilă în timp. Planul spirei este normal pe direcţia liniilor de cîmp. Ştiind că spira este parcursă de un curent constant I, aflaţi dependenţa de timp a inducţiei magnetice a cîmpului (la momentul $t_0=0$, valoarea inducţiei este B_0). *Numeric:* $R=0{,}2$ m; $r=0{,}08\Omega$; $I=1{,}884$ A; $B_0=0{,}4$ T.

Ioan Druică-Zeletin

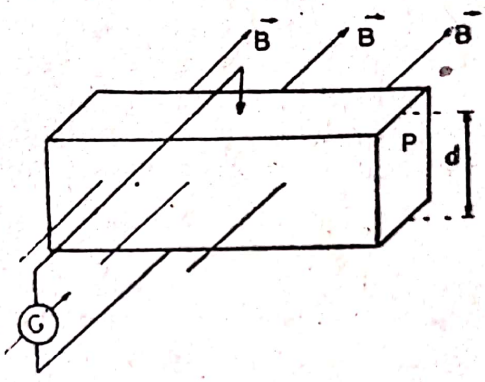
VI. 37. Un conductor MON este aşezat într-un cîmp de inducţie magnetică uniform $B=1{,}5$ T, perpendicular pe planul său, avînd sensul liniilor de cîmp de la planul hîrtiei spre observator (fig. VI. 37). Un alt conductor AB, situat perpendicular pe bisectoarea OC a unghiului $\alpha=60°$ făcut de braţele OM şi ON ale conductorului MON şi sprijinindu-se pe braţele OM şi ON, se mişcă avînd viteza uniformă $v=5$ m/s de la punctul O spre C. Se cere: a) să se calculeze valoarea tensiunii electromotoare indusă în circuitul OABO şi să se indice semnul acesteia; b) să se arate că intensitatea curentului care ia naştere în circuitul OABO nu depinde de lungimea acestui circuit. Să se cal-



culeze intensitatea curentului știind că rezistența electrică raportată la unitatea de lungime este aceeași, $r=0{,}1\ \Omega m^{-1}$, pentru cele trei conductoare OA, AB, și BO; c) care este forța mecanică necesară care acționează asupra conductorului AB, în momentul în care au trecut 0,5 s de la începutul mișcării conductorului AB, de la punctul O spre C.

C. A., București 1974

VI. 38. O placă conductoare P se poate deplasa într-un cîmp magnetic perpendicular pe liniile de cîmp. Placa închide un circuit format dintr-o spiră, al cărei plan este paralel cu linile de cîmp, și un galvanometru. În timpul deplasării plăcii, galvanometrul indică trecerea unui curent de inducție prin circuitul spirei. Să se calculeze intensitatea acestui curent dacă rezistența electrică a spirei este R (figura VI. 38).



V. Fălie

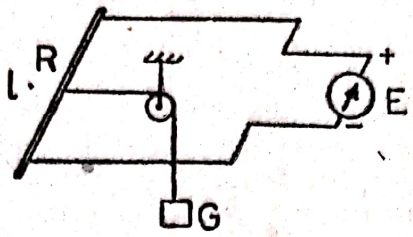
VI. 39. Un conductor rectiliniu are secțiunea un pătrat MNPQ de latură a. Conductorul este plasat într-un cîmp magnetic de inducție $\vec{B}$, normală pe direcția MN. Conductorul este străbătut de curentul de intensitate I. Calculați diferența de potențial dintre fețele MQ și NP (efect Hall) dacă densitatea mediului din care este confecționat conductorul este ρ, numărul său de masă A și dacă se face presupunerea că fiecare atom pune în libertate un electron ce se deplasează liber în conductor. *Aplicație:* $a=0{,}5$ cm, $B=0{,}4$ T, $I=10$ A, $A=64$, $\rho=8{,}9\cdot 10^3$ kg m^{-3}.

Ioan Druică-Zeletin.

VI. 40. Pe două șine paralele, perfect conductoare, situate într-un plan orizontal la distanța l una de cealaltă și legate, la una din extremități, printr-o pilă electrică de tensiune electromotoare E și rezistență interioară neglijabilă, o bară conductoare de rezistență R legată printr-un fir subțire izolat, petrecut după un scripete, de o greutate G, poate aluneca, paralel cu ea însăși, într-o direcție paralelă cu șinele. Știind că planul barelor este intersectat normal de liniile de cîmp, ale unui cîmp magnetic uniform și constant în timp, de inducție B, se cere: A) Să se determine viteza barei, după ce mișcarea a

Scanned with OKEN Scanner

devenit uniformă; B) Să se facă, pentru acestă situaţie, bilanţul puterilor.
Notă: Se vor considera neglijabile toate frecările.



C. F., 1971

VI. 41. Să se calculeze tensiunea electromotoare de inducţie de la capetele unui conductor liniar de lungime l care cade liber într-un plan vertical al cărui normală face cu componenta orizontală a inducţiei magnetice pămînteşti (B) unghiul α. Conductorul cade astfel încît face cu planul orizontal unghiul β în timpul căderii.

Iunian Chelu

VI. 42. Fie două şine metalice paralele, aşezate la distanţa l una de alta, înclinate cu unghiul α faţă de orizontală şi care se leagă printr-o rezistenţă electrică R. Pe aceste şine se găseşte o bară de masă m, aşezată perpendicular pe ele. Bara cade prin lunecare pe planul înclinat format de şine, păstrîndu-şi perpendicularitatea. Ea cade cu viteza constantă v. Coeficientul de frecare între bară şi şine este μ. Rezistenţa electrică a şinelor şi barei este neglijabilă faţă de R.

Bara se mişcă într-un cîmp magnetic de inducţie $\vec{B}$, perpendicular pe planul orizontal şi cu sensul în jos. Presupunînd că se cunosc l, α, R, m, B, μ, să se găsească viteza constantă de cădere a barei pe planul înclinat şi ce curent de inducţie trece prin ea.

S. Midvichi

CAPITOLUL VII

Oscilaţii mecanice

VII. 1. Amplitudinea oscilaţiilor unui corp este de 2 cm, iar perioada de 0,2 s. Care vor fi valorile maxime ale vitezei, acceleraţiei şi energiei cinetice a corpului respectiv? ($m=1$ kg).

Ov. Constantinescu

VII. 2. Un oscilator armonic cu faza iniţială nulă îşi atinge jumătate din amplitudine după 0,25 s, moment în care se întîlneşte cu un oscilator venind din sens opus. Să se determine defazajul dintre ele. Amplitudinile şi frecvenţele celor doi oscilatori sînt egale.

Stelian Crăciun

Scanned with OKEN Scanner

VII. 3. Un pendul elastic execută o mişcare oscilatorie armonică avînd amplitudinea de 8 cm, cu perioada de 4 s. La momentul iniţial pendulul are viteza $v=6{,}28$ cm/s. Să se scrie ecuaţia acestei mişcări.

Ioan Popa

VII. 4. Un oscilator armonic de masă $m=1$ kg are următoarea lege de mişcare: $x=\sqrt{3}\sin 10\,t+\cos 10\,t$ (cm). Să se determine: a) amplitudinea, faza iniţială şi pulsaţia oscilaţiei; b) valoarea maximă a impulsului şi timpul după care se atinge această valoare; c) energia cinetică şi potenţială la momentul $t=\frac{\pi}{20}$ s.

Bratu Polidor

VII. 5. Un corp de 0,1 kg suspendat de un resort cu masa neglijabilă, se află în repaus în punctul O. Se acţionează asupra sistemului încît el să efectueze oscilaţii armonice. Cînd corpul se află la 0,01 m de O, forţa elastică din resort este 360 N. 1) Să se determine perioada de oscilaţie a acestui pendul elastic. 2) Se consideră punctul O, drept originea elongaţiei. La momentul iniţial mobilul trece prin O cu viteza 3 m/s, în sensul pozitiv pe traiectorie. Să se scrie ecuaţiile elongaţiei, vitezei şi acceleraţiei pendulului. 3) După cît timp de la trecerea mobilului prin O, energia cinetică a pendulului, este egală cu energia sa potenţială. 4) Să se calculeze intervalul de timp, după care mobilul trece prima dată prin punctul în care elongaţia $y=-0{,}03$ m, mişcarea mobilului făcîndu-se în sens pozitiv ($\sin 37°=0{,}6$). 5) Se desprinde corpul de resort. Se suspendă de resort un platan de balanţă de masă neglijabilă. Se lasă să cadă pe platan de la înălţimea de 0,5 m un corp cu masa 3,6 kg care rămîne pe platan. Platanul efectuează oscilaţii armonice. Să se determine amplitudinea oscilaţiilor ($g=10$ m/s^2).

C. F., 1970

VII. 6. Un pendul elastic cu masa $m=10$ g începe să oscileze cînd elongaţia sa este jumătate din amplitudinea, cînd viteza sa este $v_1=\sqrt{17}$ cm/s, acceleraţia sa este $a_1=\sqrt{7}$ cm/s^2. Se cere: 1) frecvenţa şi amplitudinea mişcării; 2) faza iniţială şi energia oscilatorului; 3) constanta elastică a pendulului; 4) timpul după care energia cinetică este pentru prima oară de la începerea oscilaţiei egală cu jumătate din energia potenţială a pendulului; 5) lungimea pendulului matematic care oscilează la înălţimea $h=6\,400$ km deasupra Pămîntului cu o perioadă egală cu cea a pendulului elastic de mai sus. La suprafaţa pămîntului $g=\pi^2$ (m/s^2).

Petre Vasiloiu

VII. 7. O ramură a unui diapazon oscilează cu elongaţia maximă de 0,6 cm şi se află după $0{,}5\cdot 10^{-3}$ minute de la începerea oscilaţiei la distanţa de 5,196 mm de poziţia de echilibru. Să se calculeze: a) perioada oscilaţiei; b) frecvenţa oscilaţiei; c) viteza cu care oscilează ramura diapazonului; d) depărtarea faţă de poziţia de echilibru în momentul în care atinge viteza maximă. Faza iniţială este zero.

Leontin Domide

Scanned with OKEN Scanner

VII. 8. Un oscilator liniar după 0,01 s se află la 3 mm de poziția de echilibru. Amplitudinea oscilației fiind de 0,6 cm. Să se calculeze: 1) viteza oscilatorului, corespunzătoare elongației date; 2) raportul dintre energia cinetică și cea potențială corespunzătoare elongației date; 3) la ce valoarea a elongației energia cinetică va fi egală cu cea potențială.

Lia Weisenberg

VII. 9. Un oscilator liniar, cu amplitudinea oscilației de 8 mm se află după 0,1 s de la începerea oscilației la 4 mm de poziția de echilibru. Să se calculeze: a) pulsația oscilatorului; b) frecvența oscilației; c) viteza și accelerația oscilatorului în poziția dată.

I. Ghinfoanu

VII. 10. Să se calculeze amplitudinea unui oscilator armonic, știind că raportul dintre pătratul vitezei și accelerație este „b“ metri, iar diferența dintre amplitudine și elongația corespunzătoare vitezei și a accelerației respective este „c“ metri. *Aplicație numerică:* $b=0{,}7$ m; $c=0{,}1$ m.

L. Popescu

VII. 11. De un resort, având constanta elastică k, se fixează un corp cu masa „m“. Corpul este ținut astfel încît resortul să nu fie întins. Apoi i se imprimă corpului un impuls în direcție verticală, transmițîndu-i astfel o cantitate de energie W_0. a) Să se afle amplitudinea oscilațiilor corpului, neglijînd frecarea; b) Să se scrie ecuația mișcării corpului luînd ca origine poziția inițială a corpului și considerînd că impulsul imprimat are sensul îndreptat în jos. *Aplicație numerică:* $m=10^{-2}$ kg, $k=\frac{25}{3}$ N/m, $W_0=2\cdot10^{-4}$ J, iar pentru simplificarea calculelor se consideră $g=10$ m/s^2.

E. Fernengel

VII. 12. Un mobil cu masa de 10 g execută o mișcare oscilatorie armonică după legea $y=A\sin\frac{2\pi}{T}t$. Pentru $y_1=5$ cm, viteza mobilului este $v_1=6$ cm/s, iar pentru $y_2=4$ cm viteza mobilului este $v_2=10$ cm/s. 1) Să se afle amplitudinea A și perioada T a acestei oscilații. 2) Să se afle energia cinetică și potențială în punctul în care viteza lui este de 5 cm/s.

E. Cavași

VII. 13. O bilă de fier cu raza de 20 mm este suspendată de un resort. Legea de mișcare a acestei bile este $y=A\sin\omega t$. Să se determine: a) forța care scoate bila din poziția de echilibru, știind că frecvența cu care oscilează această bilă este de 2 Hz; b) energia cinetică captată de bilă după un sfert de perioadă de la începerea mișcării; c) valorile lui t pentru care bila capătă energia cinetică maximă. Care este această energie?

A. Bărbuică

Scanned with OKEN Scanner

VII. 14. Să se calculeze energia cinetică și potențială a unui pendul pentru elongația unghiulară de 5°. Se dă: lungimea pendulului de 3 m, masa discului de 800 g și amplitudinea unghiulară de 8°. (Se va considera arcul descris de pendul egal cu coarda subîntinsă).

A. Vlase

VII. 15. Frecvența mișcării unui oscilator armonic este ν, iar masa lui este m. Se cere: a) timpul după care raportul dintre energia potențială și cea cinetică a oscilatorului este egal cu R (o constantă); b) pe ce distanță ar trebui să se deplaseze o forță constantă egală cu greutatea oscilatorului, pentru a efectua un lucru mecanic egal cu energia potențială maximă a oscilatorului care are amplitudinea A.

P. Vasiloiu

VII. 16. La un pendul de lungimea l este suspendat o bilă de masa m. Ce putere are pendulul cînd oscilațiile sînt izocrone?

Panaite Forțu

VII. 17. Un mobil execută o mișcare oscilatorie armonică dată de legea: $x=A \sin \omega t$. În momentul în care elongația mișcării este jumătate din amplitudine, un șoc instantaneu face ca viteza mobilului să se dubleze. Calculați noua amplitudine a mișcării oscilatorii.

Ioan Druică-Zeletin

VII. 18. Un punct material de masă $m=2 \cdot 10^{-6}$ kg este supus oscilațiilor perpendiculare: $x(t)=4 \cos 50\, t$ (mm); $y(t)=4 \sin 50\, t$ (mm). Aflați ecuația traiectoriei punctului precum și energia lui cinetică. Același punct este supus oscilațiilor: $x(t)=4 \cos 50\, t$ (mm); $y(t)=-4 \sin 50\, t$ (mm). Se deosebește mișcarea punctului în acest caz de cazul anterior? Prin ce? Încercați să tratați această problemă și pentru cazul în care amplitudinile celor două oscilații după cele două direcții sînt diferite, adică de forma: $x(t)=a_1 \cos \omega t$; $y(t)= \pm a_2 \sin \omega t$.

Ioan Druică-Zeletin

VII. 19. Două mobile oscilează conform ecuațiilor: $x_1=A \sin \omega_1 t$; $x_2=A \sin (\omega_2 t+\pi/4)$ avînd perioadele $T_1=2$s și $T_2=5$s. a) În ce moment are loc întîlnirea mobilelor? b) Care este perioada întîlnirilor? c) De cîte ori se întîlnesc mobilele în timp de 1 minut?

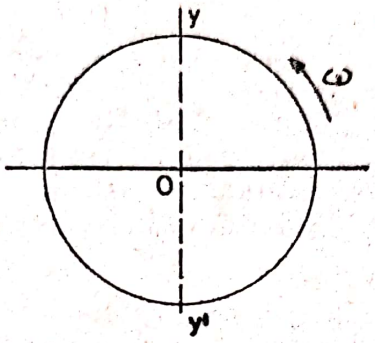
Ludovic Schwartz

VII. 20. Două puncte materiale se mișcă coliniar, conform legilor: $y_1=4 \sin 5\pi t$ și $y_2=2 \sin \left(5\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$. a) Să se caracterizeze cele două mișcări; b) să se calculeze momentele în care mobilele se întîlnesc. c) să se calculeze momentele în care modulul distanței dintre ele este de 6 m. Ce reprezintă această distanță?

Ludovic Schwartz

Scanned with OKEN Scanner

VII. 21. Un oscilator liniar se mișcă conform legii: $y=A\sin\omega t$, avînd punctul O drept poziție de echilibru, iar în momentul inițial, dreapta suport este orizontală. În momentul pornirii oscilatorului, dreapta suport începe să se rotească în plan vertical, în jurul punctului O, cu viteza unghiulară constantă ω. a) Să se studieze mișcarea proiecției oscilatorului pe axa yy' (conform fig. VII. 21) determinînd legea de variație în timp a elongației, vitezei și accelerației. Să se traseze graficele respective: b) care este perioada mișcării? Să se stabilească relația dintre viteză și elongație la un moment dat.



Ludovic Schwartz

VII. 22. Un punct material efectuează simultan două mișcări oscilatorii armonice, rectilinii, $x_1=A\cos\omega_1 t$, $x_2=B\cos\omega_2 t$, unde $A=4$ cm, $B=5$ cm, $\omega_1=41\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_2=40$ rad/s. Pulsațiile ω_1, ω_2 fiind foarte apropiate, apare fenomenul de bătăi. Să se determine amplitudinea maximă și minimă, precum și perioada bătăilor.

Eugen Lakatoș

VII. 23. De un resort elicoidal se atîrnă un mic corp greu care datorită greutății sale produce alungirea resortului cu 9,8 cm. Să se afle perioada de oscilație a pendulului elastic cînd acesta oscilează armonic.

Gh. Lazea

VII. 24. Perioada și amplitudinea unui pendul elastic se vor modifica atunci cînd pendulul este transportat de pe Pămînt pe Lună?

C. F. 1972

VII. 25. Un resort elicoidal este suspendat de un suport. Resortul se alungește cu 1,44 cm cînd se suspendă de el o masă de 36 kg. Să se calculeze: a) perioada; b) amplitudinea lui, cînd va oscila sub sarcina produsă de masa 100 kg. (Se consideră $\pi^2=g$).

Ileana Chintoanu

VII. 26. Să se calculeze frecvența unei bile de masă „m“$=50$ g, suspendată de două resoarte de constante elastice $k_1=0{,}2\,\frac{N}{m}$ și $k_2=0{,}5\,\frac{N}{m}$ așezate în serie. Generalizare.

V. Eremia — N. Răduinea

VII. 27. Un resort are coeficientul de elasticitate $k=100$ N/m. Fiind suspendat vertical, de la capătul lui se atașează un corp cu masa de 1 kg, apoi se lasă sistemul liber. a) Care este lungimea pendulului matematic, care are aceeași perioadă cu cea a resortului; b) să se scrie ecuațiile elongației, vitezei și accelerației mișcării oscilatorii a resortului; c) după ce a efectuat 20 de oscilații datorită amortizării, amplitudinea oscilațiilor resortului a devenit o pătrime din cea inițială. Care e valoarea medie a cantității de căldură radiată în timp de o secundă de către resort, dacă temperatura nu s-a modificat? Se consideră $g=10$ m/s^2.

L. Schwartz

VII. 28. Un motor termic cu masa de 392 kg este montat pe patru resorturi, fiecare avînd același coeficient de elasticitate. Motorul este astfel amplasat încît nu poate oscila pe resorturi, decît pe direcție verticală. Cunoscînd că perioada de oscilație proprie a sistemului astfel format este de 0,1256 s, să se determine coeficientul de elasticitate al resortului.

Romulus Sfichi

VII. 29. Un resort de care atîrnă o masă oarecare, oscilează cu o perioadă de 3 s. Un alt resort de care atîrnă aceeași masă oscilează cu o perioadă de 4 s. Legînd cele două resoarte unul de altul se obține un resort compus de care atîrnă aceeași masă. Să se afle perioada de oscilație a acestui pendul elastic și să se generalizeze pentru cazul în care legăm „n“ resoarte. Se neglijează greutatea proprie a resoartelor.

H. Gorcea

VII. 30. O masă de 10 g suspendată de un fir de cauciuc oscilează cu o perioadă $T=0{,}2$ s. Din două fire elastice de acest fel se confecționează un arc. Cît se va întinde coarda arcului, dacă o piatră de 5 kg este aruncată la o înălțime de 32 m, vertical în sus? Întreaga energie potențială a coardei se transformă în energie potențială a pietrei.

Anuța Ursu

VII. 31. Un resort elastic fixat la un capăt și avînd o masă de 50 g suspendată la capătul liber, oscilează cu perioada T_1. Dacă se adaugă o masă suplimentară m_1, resortul se alungește cu 3 cm și pendulul oscilează cu perioada T_2. Știind că diferența între perioadele de oscilație este de 0,2 s, să se afle: a) perioadele de oscilație T_1, T_2; b) masa suplimentară m_1; c) ce valoare trebuie să aibă constanta de elasticitate k_1 a unui alt resort, pentru ca avînd la capătul liber ambele mase, să oscileze cu perioada T_1? ($g=10$ m/s^2 Δ).

Th. Văcaru Dumitru

VII. 32. Să se afle raportul T_s/T_p dintre perioadele de oscilație ale unei greutăți suspendate de două resoarte (de masă neglijabilă) de constante elastice k_1 și k_2 legate mai întîi în serie (T_s) și apoi în paralel (T_p). Să se arate că perioada T_s este cel puțin dublu perioadei T_p.

A. Hristev

Scanned with OKEN Scanner

VII. 33. Un grătar vibrator, care se foloseşte pentru sortarea minereurilor cu gravitaţie variabilă, este suspendat prin şase resorturi, în aşa fel încît în timpul funcţionării efectuează doar deplasări verticale. Masa grătarului vibrator este de 60 kg şi coeficientul de elasticitate a fiecărui resort este $k_1 = 98{,}596$ N/cm. De cîte ori trebuie să fie mai mică lungimea unui pendul matematic decît lungimea pendulului care bate secunda, ca să aibă perioada oscilaţiilor de două ori mai mare ca perioada oscilaţiilor grătarului vibrator?

A. Koncz

VII. 34. Impulsul H sub acţiunea căruia un pendul cu masa de 0,5 kg începe să oscileze cu amplitudinea unghiulară de 30°, este 1,5 kg m/s. Cunoscînd că acceleraţia gravitaţională în locul în care oscilează pendulul este de 9,8 m/s², să se determine: a) energia pe care o primeşte pendulul sub acţiunea impulsului H; b) acceleraţia maximă a pendulului; c) lungimea pendulului.

D. Mezinu

VII. 35. Lungimea unui pendul simplu este de 150 cm, durata a 50 perioade este de 122,8 s. Să se calculeze valoarea acceleraţiei gravitaţionale în acel loc. Lungimea fiind cunoscută cu o aproximaţie de 1 mm şi durata celor 50 de perioade cu o aproximaţie de 0,2 s, cu ce eroare absolută se determină valoarea lui g? 2) Pendulul este îndepărtat cu 45° faţă de poziţia de echilibru şi apoi lăsat, fără viteză iniţială. Cu ce viteză va trece extremitatea pendulului prin poziţia de echilibru?

Bac. 1964 Paris

VII. 36. Primind un impuls iniţial H, un pendul simplu cu masa m începe să oscileze cu amplitudinea unghiulară α şi acceleraţia maximă a. Să se calculeze: a) energia înmagazinată de pendul prin impulsul primit; b) acceleraţia gravitaţiei în locul respectiv; c) lungimea pendulului; d) constanta de elasticitate a unui resort care ar avea aceeaşi perioadă cu pendulul considerat. Se va aplica la cazul cînd $H = 1{,}7$ kg m/s²; $m = 0{,}5$ kg; $\alpha = 45°$ şi $a = 6{,}93$ m/s².

VII. 37. Un pendul matematic bate secunda la suprafaţa pămîntului. Să se figureze grafic variaţia frecvenţei cu înălţimea.

Marin Voinea

VII. 38. Firul unui pendul care bate secunda este alungit cu 5% din lungimea sa. Să se calculeze cu cîte secunde va rămîne în urmă ceasornicul cu acest pendul, în decursul unei zile ($g = 10$ m/s²).

C. A. Craiova, 1969

VII. 39. Un pendul care bate secunda la Bucureşti este ridicat la altitudinea de 3 000 m. Considerînd celelalte elemente nemodificate, să se arate ce se va întîmpla cu pendulul la această altitudine? Care va fi perioada în acest caz? Ce modificări trebuie făcute pentru ca pendulul să bată din nou secunda?

D. Niţulescu

VII. 40. O macara turn are înălțimea de ridicare față de sol de 42 m, iar în cîrlig este prinsă o sarcină (greutate) care se află la nivelul solului. La un moment dat primește un șoc după care începe să oscileze și în același timp să fie ridicată. Știind că timpul necesar ridicării sarcinii de la sol pînă la poziția limită superioară este de 80 s, iar perioada de oscilație scade cu 10, 12 s, să se determine viteza de ridicare a sarcinii. Se va considera că mișcarea sarcinii uniformă rectilinie, iar $g=\pi^2$.

Bratu Polidor

VII. 41. Un pendul este construit dintr-o mică sferă cu masa de 500 g, suspendată de un fir inextensibil de masă neglijabilă. 1) Cu ajutorul unui cronometru gradat din $\frac{1}{5}$ în $\frac{1}{5}$ secunde, se găsește că durata a 50 de oscilații complete de mică amplitudine este de 123,4 s. Care este valoarea lui g, care se poate deduce din această experiență? Aproximația la măsurarea lungimii este de 0,5 cm; care este precizia acestei determinări a lui g? 2) Se depărtează pendulul cu 60° în raport cu poziția de echilibru și este lăsat să oscileze fără viteză inițială. Care este viteza lui și tensiunea în fir la prima trecere prin verticală; 3) Se suspendă pendulul de plafonul unui vagon care se deplasează orizontal. Să se definească, în raport cu verticala punctului de suspensie, poziția de echilibru a pendulului în vagon; a) cînd acesta se deplasează în linie dreaptă la demarajul uniform accelerat în timpul căruia viteza ajunge la 108 km/h după 3 km parcurși și b) într-o curbă cu raza de 1 km în care vagonul se deplasează cu viteza de 72 km/h. ($g=9{,}8$ m/s^2).

Bac. Orleans, 1966

VII. 42. Într-un tub în formă de „U" se află în echilibru două coloane de lichid cu lungimea totală de 1 cm. Să se demonstreze că, scoțînd din echilibru lichidul, masa lui intră în oscilații cvasielastice, iar perioada de oscilație (dacă frecările sînt neglijabile) se exprimă cu formula: $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (Secțiunea tubului este aceeași de-a lungul tubului).

I. Stadnicov

VII. 43. Un pendul cu lungimea $l=4$ m are la capăt o bilă încărcată electric pozitiv. Pendulul oscilează într-un cîmp electric vertical ($\vec{E}$ avînd sensul greutății) cu perioada de πs. Cît va fi perioada pendulului, dacă inversăm sensul cîmpului electric?

I. L.

VII. 44. Un fir metalic cu masa neglijabilă și cu lungimea l, este întins orizontal între doi suporți A și B. Tensiunea în fir este F. La mijlocul distanței dintre cei doi suporți se așează pe o coardă, o masă m a cărei greutate este neglijabilă față de forța F. Se îndepărtează această masă de poziția sa de echilibru. Ea efectuează atunci o serie de oscilații de mică amplitudine, sub influența tensiunilor din coardă. Să se scrie ecuația acestei mișcări oscilatorii; să se calculeze frecvența oscilațiilor în funcție de m, l și F. *Aplicație numerică:* $F=88{,}2$ N; $m=98$ g; $l=1$ m.

Bac. Franța

Scanned with OKEN Scanner

VII. 45. Un pendul simplu bate secunda. Fiind electrizat cu electricitate pozitivă, pendulul va bate mai repede în timpul unei furtuni, sub acțiunea cîmpului electric dintre nori și Pămînt, îndreptat spre Pămînt.
Să se afle: a) mărimea sarcinii q de pe pendul, știind că intensitatea cîmpului electric $E=10^4$ V/m, masa pendulului $m=5\cdot10^{-2}$ kg, iar perioada pendulului în timpul furtunii $T=\frac{2}{\sqrt{5}}$ s; b) valoarea perioadei pendulului, dacă cîmpul electric va avea sens invers.

Ed. Fernengel

VII. 46. Un pendul electric este deviat cu 30° față de verticală într-un cîmp electric orizontal creat de un condensator plan. Rotim condensatorul în așa fel ca direcția cîmpului electric să ajungă perpendiculară pe direcția firului. În această situație perioada oscilațiilor mici este de 0,1 s. Ce perioadă vor avea oscilațiile mici în situația în care cîmpul electric are direcția orizontală.

Pal Balogh

VII. 47. Un pendul cu lungimea de 10 cm se află suspendat de tavanul unei cabine, care pornește în mișcare rectilinie uniform accelerată ca $a_1=0{,}2$ m/s^2. În timpul accelerației pendulul efectuează 50 de oscilații, după care în cursul următoarelor 200 oscilații cabina urcă uniform. Frînarea pînă la oprire are loc în timp ce pendulul efectuează 20 oscilații. Ce spațiu a parcurs cabina? Se ia $g=9{,}8$ m/s^2.

L. Schwartz

VII. 48. Un resort cu coeficientul de elasticitate $k=100$ N/m avînd la capăt o bilă de 1 kg e suspendat cu celălalt capăt de tavanul unei cabine. Cabina urcă uniform accelerat cu $a=5$ m/s^2 timp de 10 s, apoi își continuă mișcarea uniform. a) Cu cît se va lungi resortul în timpul accelerării? b) cît e perioada de oscilație a pendulului în timpul mișcării uniforme? c) ce viteză față de cabină și față de sol are bila la $t=\frac{5\pi}{4}$ s de la încetarea accelerării? d) ce cantitate de căldură se degajă prin amortizarea oscilațiilor resortului? (Neglijăm masa resortului).

L. Schwartz

VII. 49. Într-un vagonet de mină atîrna un pendul matenatic de lungime l. Vagonetul este ridicat pe o galerie verticală cu un ascensor la înălțimea h. La pornire ascensorul se mișcă uniform accelerat cu accelerația a pe distanța $\frac{h}{8}$; apoi uniform pînă la distanța $\frac{h}{8}$ de oprire, mergînd în continuare uniform încetinit cu accelerația: $-a$. De la gura minei, unde s-a oprit ascensorul vagonetul coboară o pantă de unghi α, și lungimea d, fără frecare, după care merge orizontal uniform încetinit datorită frecării (μ). Dacă înaintea pornirii ascensorului, pendulul oscilează cu amplitudinea unghiulară α_0, neglijînd frecările și considerînd oscilațiile izocrone, să se determine: a) perioadele pendulului pentru cele 5 porțiuni distincte ale drumului parcurs de vagonet;

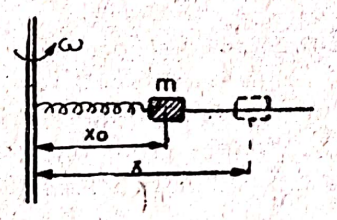
b) tensiunea maximă din fir pe prima porțiune; c) numărul de oscilații efectuate de pendul pe fiecare din cele 5 porțiuni ale drumului parcurs de vagonet.

C. F. 1975

VII. 50. Să ne imaginăm un tunel care ar străbate în întregime Pământul după unul din diametrii săi. Ce fel de mișcare ar efectua un corp oarecare lăsat să cadă liber de la suprafața Pământului în acest tunel?

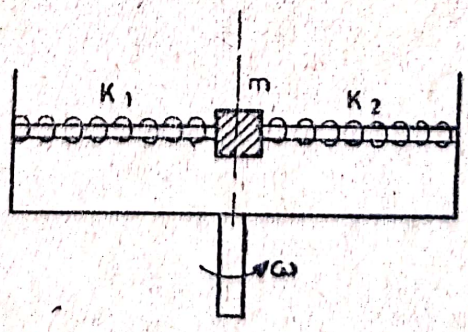
D. Văcaru

VII. 51. Un resort electric cu lungimea inițială x_0 și cu pulsația proprie de oscilație ω_0 are un capăt fixat pe un ax și de celălalt atașat un corp cu masa m, ca în fig. VII. 51. Acest oscilator este rotit uniform cu viteza unghiulară ω. 1) Determinați poziția de echilibru a oscilatorului pentru viteza unghiulară ω. 2) Ce se întîmplă în cazul în care $\omega_0=\omega$; 3) egalarea pulsației ω_0 cu viteza unghiulară ω este o condiție de rezonanță?



Iunian Chelu

VII. 52. Într-un vas cilindric este fixată orizontal o tijă pe care alunecă fără frecare un corp de masă m, legat prin două resorturi de capetele tijei, ca în fig. VII. 52. Resorturile au constantele elastice k_1 și k_2, și la echilibru corpul se află la mijlocul tijei, pe axa verticală de simetrie a vasului; a) care este perioada oscilațiilor corpului în jurul poziției sale de echilibru? b) vasul se pune în rotație uniformă cu viteza unghiulară ω în jurul axei verticale de simetrie. Care este perioada oscilațiilor în acest caz? Discuție în funcție de valorile lui ω.



C. F. 1977

VII. 53. Un fir este trecut peste un scripete de masă neglijabilă, și raza $r=0{,}1$ m. Un capăt al firului este fixat vertical printr-un resort cu coeficientul

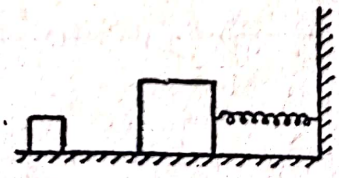
de elasticitate $k=100$ N/m, iar celălalt capăt se suspendă o bilă cu masa de 10^{-2}kg. Întindem resortul prin coborîrea bilei efectuînd un lucru mecanic de 0,5 J, apoi lăsăm sistemul liber. Care este perioada de oscilaţie şi amplitudinea unghiulară a unui punct de pe periferia scripetelui? Care este viteza liniară şi unghiulară maximă a acestui punct?

I. L.

VII. 54. De capetele unui fir ce trece peste un scripete fix de maxă neglijabilă sînt legate două corpuri de mase egale M. Unul din corpuri este fixat de un suport orizontal prin intermediul unui resort elastic. Dacă peste celălalt corp se aşează masa m a cărei valoare este necunoscută, resortul se alungeşte cu y_0 cm. Pus în mişcare de oscilaţie, sistemul are perioada T. Să se calculeze valoarea masei m şi să se scrie ecuaţia mişcării sistemului.

Dorin Morariu

VII. 55. Un corp se află în repaus pe un plan orizontal fixat la unul din capetele unui resort elastic, celălalt capăt al resortului este fixat la un perete vertical. Spre capul în repaus este aruncat, în direcţie orizontală, un alt corp cu masa de n ori mai mică. Între cele două corpuri are loc o ciocnire perfect plastică şi corpul format începe să oscileze după legea $y=A\sin\omega t$ (mişcarea pe planul orizontal este fără frecare). Care ar fi fost legea de oscilaţie a corpului fixat de resortul elastic dacă ciocnirea ar fi fost perfect elastică?



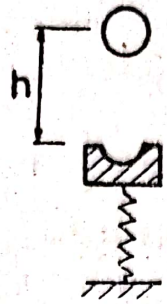
Maria Dumitru

II. 56. Un corp se află pe o scîndură care execută oscilaţii armonice orizontale. Coeficientul de frecare dintre corp şi scîndură are valoarea 0,18. Corpul începe să alunece de pe scîndură cînd amplitudinea oscilaţiilor este de 0,5 m. Cu ce frecvenţă oscilează scîndura? Dar dacă scîndura ar efectua oscilaţii verticale cu aceeaşi amplitudine, la ce frecvenţă a oscilaţiilor corpul s-ar desprinde de scîndură? Se va lua $\pi^2=g$.

I. Ciocaneli

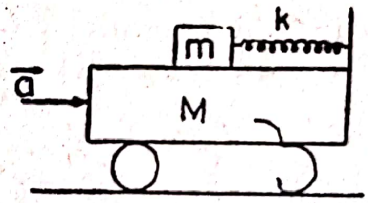
VII. 57. Un resort fixat la partea inferioară are montat la partea superioară un corp de masă m_1, fasonat cu un locaş sferic. Deasupra corpului la înălţimea h se lasă în cădere liberă o bilă cu masa m_2 astfel încît să se producă o ciocnire plastică. Ştiind că în urma ciocnirii deformarea maximă a resortului este y_0 iar deformarea iniţială este practic nulă, să se determine: a) pulsaţia sistemului

oscilant după ciocnirea plastică; b) legea de mișcare a oscilatorului astfel format; c) intervalul de timp între momentul inițial și final deformării resortului. *Numeric*: $m_1=0{,}5$ kg; $m_2=1$ kg; $h=2$ m; $y_0=10^{-2}$ m.



Bratu Polidor

VII. 58. Un cărucior de masă M poate aluneca fără frecare pe un plan orizontal. Pe suprafața căruciorului, prins cu un arc de marginea lui superioară se află un corp de masă m. Constanta de elasticitate a arcului este k. Corpul m poate aluneca fără frecare pe cărucior. Să se scrie ecuația de mișcare a lui m în raport cu căruciorul și ecuația față de cărucior, dacă căruciorul începe să se deplaseze cu accelerația $\vec{a}$ pe direcția resortului.



Tiberiu Tugui

VII. 59. Un resort de 50 spire cu lungimea de 50 cm și constanta de elasticitate $k=10$ N/m e fixat vertical la un capăt. De capătul liber se suspendă o masă m de 100 g, care imprimă resortului (de masă neglijabilă) o mișcare oscilatorie, considerată neamortizată. Să se reprezinte variația intensității cîmpului magnetic din interiorul resortului în funcție de timp, dacă prin resort se trece un curent de 2A.

Ludovic Schwartz

CAPITOLUL VIII

Oscilații electrice

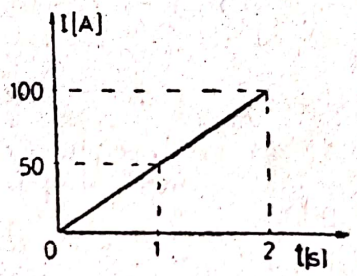
VIII. 1. O ruptură a unui conductor dintr-un circuit de curent alternativ întrerupe circuitul. Pentru ce introducerea unui condensator într-un circuit de curent alternativ nu are același rezultat?

C. F. 1972

VIII. 2. S-a observat că la descărcarea unei butelii de Leyda, printr-un conductor bobinat în jurul unei tije de oțel, acesta se magnetiza. Cu toate că la repetate experiențe, butelia prezintă de fiecare dată aceeași polaritate, același capăt al tijei de oțel se magnetiza odată nord, iar altă dată sud. Cum se explică acest fenomen?

Ștefan Grigorescu

VIII. 3. Intensitatea curentului electric ce trece printr-o bobină variază în timp așa cum se arată în figura VIII. 3, între bornele bobinei apare o tensiune indusă 2V. Se cere: a) inductanța solenoidului; b) frecvența de rezonanță a unui circuit format din bobina de mai sus, legată în paralel cu un condensator plan avînd suprafața unei armături de 1 dm^2 și distanța dintre armături de 1,5 mm, plasat în vid ($\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ F/m); c) numărul de spire pe unitatea de lungime a bobinei știind că fiind parcursă de un curent de 100 A, intensitatea cîmpului magnetic în centrul ei este de $6 \cdot 10^4$ A/m. *Obs.:* Rezistența ohmică a bobinei este neglijabilă.



C. A., Timișoara, 1976

VIII. 4. O bobină are caracteristicile: $l = 10$ cm, $S = 5$ cm^2, $N = 100$ spire și $R = 5\ \Omega$. Prin ea trece un curent de 10 A. Se introduce în bobină un miez de fier cu $\mu_r = 500$, în tinp de 1/20 s. Să se calculeze: 1) Valorile atinse de curent cînd: a) este continuu; b) este alternativ; 2) Capacitatea unui condensator care legat în paralel cu bobina cu miez de fier face ca curentul total să nu se schimbe.

D. Tănase

VIII. 5. Într-un circuit de curent alternativ de 50 Hz se introduce un rezistor cu $R_1 = 20\ \Omega$ și o bobină cu $R_2 = 10\Omega$ și cu $L = 0{,}1\sqrt{3}\pi^{-1}$H. Tensiunea de alimentare fiind de 60 V se cere: 1) defazajul dintre curent și tensiune la bornele circuitului; 2) defazajul de la bornele bobinei; 3) valoarea curentului la momentul $t = 0{,}01$ s; 4) puterea activă a circuitului; 5) să se construiască triunghiul tensiunilor și să se indice cele două unghiuri de defazaj.

S. Ciocaneli

VIII. 6. Într-un circuit de curent alternativ cu frecvența de 50 Hz se află o bobină cu inductanța de $\sqrt{3}$ H. Valorile instantanee ale intensității și tensiunii curentului sînt date de relațiile: $i = I_m \cdot \sin \omega t$; $e = E_m \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$. Să

se calculeze: 1) după cît timp de la începerea producerii curentului alternativ valoarea instantanee a intensității curentului este jumătate din valoarea maximă; 2) rezistența activă a bobinei; 3) intensitatea curentului din circuit cunoscînd valoarea maximă a tensiunii egală cu 157 volți.

D. Mezinu

VIII. 7. O rezistență ohmică de 173 Ω se leagă în serie cu o bobină. La capetele circuitului se aplică o tensiune alternativă de 220 V și frecvența de 50 Hz. Știind că unghiul de defazaj dintre tensiune și intensitate este 30°, să se determine: a) impedanța circuitului; b) intensitatea curentului din circuit și c) inductanța bobinei.

I. Frujina

VIII. 8. O bobină are miezul cu permeabilitatea relativă față de aer $\mu_r = 1\,000$. Înfășurarea bobinei are rezistența 12 Ω. Cîte spire are bobina, știind că la tensiunea de 220 V și frecvența de 50 Hz, este parcursă de 11 A și că are secțiunea $S = 5{,}1$ cm² și lungimea 4π cm?

Gh. Bătătorescu

VIII. 9. La o priză de curent alternativ cu frecvența de 50 Hz se conectează o impedanță de 6 Ω, formată dintr-o rezistență și o bobină de 0,01 H legate în serie. Să se calculeze tensiunea la borne și factorul de putere, dacă puterea activă consumată este de 20 W.

V. Castraveli

VIII. 10. O bobină cilindrică, fără miez de fier cu lungimea 12,56 cm și diametrul 4 cm, conține 500 spire din fir de cupru cu diametrul 0,5 mm, lungimea totală a firului fiind 70 m. Să se determine puterea consumată în bobină și factorul de putere al circuitului, dacă tensiunea aplicată are valoare efectivă 208 V și frecvența 50 Hz.

VIII. 11. Într-un circuit de curent alternativ intensitatea eficace a curentului este 0,1 A și frecvența 50 Hz. Se intercalează în circuit o bobină cu rezistența ohmică de 10 ohmi și inductanța de $0{,}1\pi^{-1}$/H. Să se calculeze: a) tensiunea eficace; b) decalajul dintre curent și tensiune.

C. F. 1963

VIII. 12. La tensiunea alternativă de 50 Hz se leagă în serie o bobină $L = \frac{100}{\pi}$ mH și un reostat cu rezistența R, $R \in [0, \infty)$. Pentru care valoare a lui R, căldura degajată pe secundă în circuit va fi maximă? Cît este intensitatea curentului și defazajul în acest caz dacă: $U_{max} = 100$ V?

Ludovic Schwartz

VIII. 13. Este posibil să se înlocuiască într-un circuit serie R, L, C, bobina și condensatorul printr-o bobină echivalentă?

C. F., 1977

Scanned with OKEN Scanner

VIII. 14. Un circuit electric de curent alternativ este alcătuit dintr-o rezistență montată în serie cu un condensator de capacitatea $C=\frac{1}{\pi\cdot 10^3}$ F. Știind că tensiunea repartizată pe rezistență este de două ori mai mică decît cea repartizată pe condensator, se cere să se determine valoarea rezistenței luînd în considerare frecvența curentului din circuit de 50 Hz.

S. R.

VIII. 15. Să se arate că, dacă în cazul unui circuit serie format dintr-un rezistor cu rezistența R și un condensator cu capacitatea C factorul de putere al circuitului este cunoscut, atunci factorul de putere al circuitului ce conține aceleași elemente în paralel poate fi determinat. *Aplicație:* $\cos\varphi=0{,}6$.

C. F., 1976

VIII. 16. Un bec de 100 W este conectat la rețeaua industrială de 220 V. În paralel cu becul se leagă o bobină cu inductanța de 0,01 Hz și un rezistor cu rezistența de 2 Ω. 1) Să se determine intensitatea în circuitul principal; 2) Care este tensiunea la bornele becului cînd este legat în serie cu bobina și rezistorul?

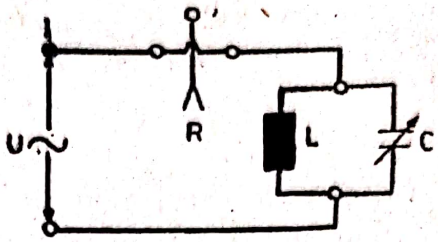
I. Fagadar

VIII. 17. Într-un circuit de curent alternativ cu frecvența de 50 Hz se află legate în serie o rezistență de 20 Ω, o bobină a cărei rezistență este neglijabilă cu inductanța de $\frac{\sqrt{5}\,10^{-1}}{2\pi}$ H și un condensator. Reactanța capacitivă este de 3 ori mai mare decît reactanța inductivă. Știind că dacă reactanța capacitivă ar fi egală cu reactanța inductivă curentul din circuit ar fi de 3 A, să se calculeze: a) tensiunea la bornele circuitului; b) tensiunea la bornele rezistenței active și a inductanței; c) capacitatea condensatorului.

V. Săseanu

VIII. 18. Un om este intercalat într-un circuit electric de curent alternativ ca în figura VIII. 18. Cunoscînd că valoarea eficace maximă a curentului alternativ inofensiv pentru organismul uman este $I_{max}=10$ mA (omul se consideră un rezistor ideal), să se determine capacitatea electrică a condensatorului variabil C, astfel încît organismul omului să nu fie traversat de un curent mai mare ca I_{max}. Circuitul este alimentat la o tensiune sinusoidală de frecvență $f=50$ Hz și valoarea eficace $U=220$ V. Organismul omului

este caracterizat prin rezistența electrică $R=1000\ \Omega$, iar inductanța L din circuit este de $\frac{5}{\pi^2}$ H. În ce situație curentul care trece prin organismul omului este nul?



S. R.

VIII. 19. Un circuit electric în serie, alcătuit din trei elemente ideale: un rezistor, o bobină de inductanță L și un condensator de capacitate C, este conectat la o tensiune alternativă sinusoidală. Să se determine rezistența electrică R a rezistorului, în condiția în care tensiunile repartizate pe cele trei elemente ale circuitului sînt egale. Discuție.

Romulus Sfichi

VIII. 20. Antena unui post de radiorecepție posedă un circuit oscilant cu o capacitate de $\frac{232}{9}\cdot 10^{-11}$ F, asociată în paralel cu capacitatea proprie a antenei a cărei valoare este de $\frac{200}{9}\cdot 10^{-11}$F. Să se afle inductanța circuitului astfel ca el să poată recepționa undele emise de antena postului de radioemisie care este alimentat de la un generator electric de curent alternativ cu o pulsație de $794{,}42\cdot 10^4$ rad/s.

P. Lipcan

VIII. 21. Bobina de la un circuit oscilant are 300 spire pe 90 mm lungime. Știind că diametrul mediu al ei este de 3,57 cm, să se calculeze frecvența și perioada de oscilație, dacă capacitatea din circuit este dată de un condensator plan cu suprafața armăturilor de 0,9 m², separate prin hîrtie parafinată cu grosimea de 0,2 mm (se dă permitivitatea relativă $\varepsilon_r=2$).

A. Vlase

VIII. 22. Un circuit oscilant este format dintr-o inductanță L și un condensator variabil a cărui capacitate maximă este de 500 pF. Știind că atunci cînd condensatorul este complet închis, adică capacitatea sa este de 500 pF, frecvența de rezonanță a circuitului este 500 kHz și că la o rotire a axului condensatorului cu un grad capacitatea condensatorului scade cu 2 pF să se calculeze: a) cu cîte grade trebuie rotit axul condensatorului pentru ca frecvența de rezonanță a circuitului să fie 800 kHz; b) valoarea inductanței L.

N. Lupșa

VIII. 23. ● bobină reală prezintă fenomenul de rezonanță la frecvența de $\frac{100}{2\pi}$ kHz. La această frecvență impedanța bobinei este de 100 kΩ. Dacă paralel cu bobina se leagă un condensator de 30 nF, frecvența de rezonanță va fi $\frac{100}{4\pi}$ kHz. Să se calculeze valorile elementelor ideale din circuitul echivalent al bobinei.

Pal Balogh

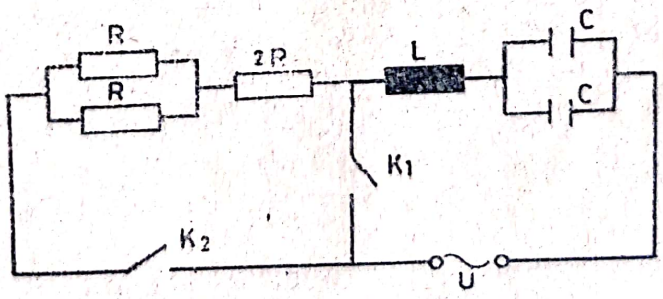
VIII. 24. Un circuit oscilant are confecționate miezul bobinei și dielectricul condensatorului din același material. În această situație perioada oscilațiilor electrice este T. Dacă se scoate dielectricul dintre plăcile condensatorului perioada devine T_1. Dacă ar fi scos miezul bobinei perioada ar fi devenit T_2. Să se determine permitivitatea relativă și permeabilitatea relativă a materialului și perioada oscilațiilor dacă se va scoate atît miezul cît și dielectricul din interiorul bobinei, respectiv din interiorul condensatorului.

Pal Balogh

VIII. 25. Un circuit oscilant conține un condensator plan ale cărui armături avînd o suprafață S sînt așezate la distanța d și o bobină cu $L=10^{-4}$ H. În acest caz circuitul generează oscilații cu perioada $T=10^{-6}$ s. Dacă se micșorează distanța dintre armături cu $d_1=99\cdot10^{-4}$ m, atunci perioada de oscilație devine de 10^{-5} s. Să se afle distanța d dintre armături precum și mărimea suprafeței unei armături în cazul micșorării distanței d cu $d_1=99\cdot10^{-4}$ m, pentru ca circuitul să oscileze din nou cu $T=10^{-6}$ s?

Dumitru Th. Văcaru

VIII. 26. Se dă circuitul din fig. VIII. 26. 1) Să se figureze diagramele fazoriale ale montajului cînd: a) K_1 — deschis, K_2 — închis; b) K_1 — închis, K_2 — deschis; 2) în aceste cazuri folosind datele: $R=1{,}6$ Ω; $L=20$ mH; $C=10^3$ μF; $\omega=100$ rad/s; $U=100$ V, să se calculeze: a) impedanța circuitului; b) care este caracterul montajului; c) intensitatea curentului principal; d) condiția de rezonanță pentru cazul 1b.



Florin Malfeev

VIII. 27. La o rețea de curent alternativ cu tensiunea U 120 V și frecvența $f=50$ Hz, este legată o bobină cu rezistența $R=6$ Ω și reactanța inductivă

Scanned with OKEN Scanner

$X=\omega L=8\Omega$. Să se determine capacitatea care trebuie montată în paralel cu bobina, pentru a obține pentru întregul curent: a) factorul de putere 1 (cazul rezonanței de curent); b) factorul de putere 0,9 ($\cos\varphi=0,9$).

Vasile Mihai

VIII. 28. La o priză monofazată de 20 V, 50 Hz, se leagă în serie o rezistență de 22 Ω, o bobină de 1 henry și un condensator de $1/314^2$ farad. Să se determine curentul din circuit, factorul de putere și tensiunile de la bornele rezistenței, bobinei și condensatorului.

Gh. Bătătorescu

VIII. 29. Un circuit este format dintr-un solenoid cu rezistența de 50 Ω legat în serie cu un condensator. Solenoidul are un diametru $D=2$ cm și e format din 100 spire pe o lungime de 5 cm, avînd un miez de fier cu $\mu_r=500$. Circuitul fiind alimentat la un curent alternativ cu frecvența $f=50$ Hz și tensiunea $U=220$ V. Să se afle: 1) valoarea capacității condensatorului, dacă tensiunea la borne este defazată în urma curentului cu $\pi/3$; 2) capacitatea ce trebuie dată condensatorului presupus variabil, pentru a realiza rezonanța; 3) valorile intensităților în cazurile (1) și (2). Se va lua $\pi=3,14$; $\pi^2=10$ și $\sqrt{3}=1,73$.

Gh. Lazea

VIII. 30. Un circuit serie compus dintr-o inductanță, o capacitate și o rezistență, este conectat la tensiunea alternativă de 200 V (frecvența este cea industrială). a) dîndu-se inductanța circuitului $L=10^{-2}$ H, capacitatea $C=10^{-3}$ F și rezistența $R=300$ Ω, se cere puterea activă, aparentă și reactivă consumată în circuit; b) care este frecvența circuitului adus la rezonanță?

V. Savin

VIII. 31. O bobină cu miez de fier este alcătuită dintr-un fir de cupru bobinat spiră lîngă spiră într-un singur strat. a) Ce intensitate are curentul electric care parcurge bobina, dacă bobina se conectează pe rînd la o tensiune continuă și apoi alternativă de 110 V cu frecvența 50 H; b) ce condensator trebuie legat în serie cu bobina în curent alternativ pentru ca bobina să fie străbătută de curentul care o străbate în curent continuu la aceeași tensiune? Se cunoaște: numărul de spire al bobinei 500, lungimea bobinei 10 cm, diametrul bobinei 2 cm, permeabilitatea magnetică a miezului $\mu_r=800$, $\rho_{Cu}=0,0172\ \Omega\ mm^2/m$.

V. Turdășan

VIII. 32. La bornele unui circuit electric compus dintr-o rezistență $R=10$ Ω în serie cu o bobină de inductanță $L=0,4$ H se aplică o tensiune alternativă sinusoidală de valoare eficace $U=220$ V și frecvența $f=50$ Hz. Să se determine: a) valoarea capacității electrice ce trebuie montată în serie cu rezistența și bobina spre a se putea obține condiția de rezonanță a tensiunilor în circuit; b) intensitatea curentului electric în cazul rezonanței ten-

siunilor; c) valoarea pe care trebuie să o aibă rezistența R, astfel încît tensiunea la bornele inductanței să fie de 100 de ori mai mare ca tensiunea aplicată circuitului.

Romulus Sfichi

VIII. 33. Un circuit este compus dintr-o bobină de inductanță $L=0{,}1$ H, un condensator cu capacitatea $C=1$ μF și un rezistor cu rezistența $R=10$ Ω legate în serie. a) Care este frecvența curentului alternativ astfel ca intensitatea să fie maximă; b) dacă sistemul este alimentat cu tensiunea $U=120$ V, care este intensitatea curentului pentru această frecvență? dar pentru o frecvență dublă?

C. F. 1971

VIII. 34. a) Un circuit cuprinde în serie un generator de tensiune alternativă, un reostat cu rezistența $R_1=20$ Ω și o bobină cu rezistența R și inductanța L, necunoscute. Tensiunea la bornele reostatului este $U_1=50$ V, la bornele bobinei $U_2=70$ V, la bornele generatorului $U=87$ V. Să se determine: 1) intensitatea curentului din circuit; 2) rezistența R a bobinei; 3) inductanța L a bobinei; 4) puterea absorbită de reostat; 5) puterea absorbită de bobină; 6) puterea activă a generatorului; 7) factorul de putere. (Frecvența curentului $f=50$ Hz).

C. A. Cluj, 1970

VIII. 35. Un circuit de curent alternativ format dintr-o bobină cu rezistența activă și un condensator legate în serie, este alimentat la o tensiune de 282 V. Știind că circuitul este parcurs de un curent de 10 A, să se calculeze: 1) tensiunea la bornele bobinei cunoscîndu-se defazajul între curent și tensiunea de alimentare a circuitului $\varphi_1=\frac{\pi}{4}$ și defazajul între curent și tensiunea de la bornele bobinei $\varphi_2=\frac{\pi}{3}$; 2) inductanța bobinei; 3) costul energiei consumate de circuit în timp de 30 de minute dacă 1 KWh costă 0,30 lei. Frecvența curentului $\nu=50$ Hz.

C. A., Brașov, 1971

VIII. 36. Un circuit de curent alternativ alimentat de un generator cu frecvența $\nu=5\,000$ Hz și tensiunea efectivă $U_{ef}=100$ V conține un condensator cu capacitatea $C=\frac{200}{\pi}$nF și un rezistor cu rezistența $R=200$ Ω, montate în serie. Se cere: 1) reactanța capacitivă: 2) valoarea maximă a tensiunii generatorului; 3) valoarea efectivă a intensității curentului; 4) puterea aparentă absorbită de circuit; 5) inductanța, care înlocuind rezistența, nu modifică curentul în circuit.

C. A., Brașov 1971

VIII. 37. Un circuit de curent alternativ este format dintr-o bobină, un condensator variabil și o rezistență fixă $R=316$ Ω. Alimentarea circuitului se face de la un generator care poate debita curenți cu frecvențe variabile,

dar cu o intensitate efectivă constantă $I=0{,}3$ A. Atunci cînd $C_1=150$ μF, iar frecvența este ν intensitatea curentului din bobină este $I_1=0{,}3$ A. Menținînd frecvența constantă dar modificînd capacitatea condensatorului, se constată că pentru $C_2=100$ μF intensitatea curentului din rezistența R atinge o valoare maximă. Să se determine: a) relația dintre capacitatea C_1 și frecvența ν atunci cînd $I=I_1$; b) inductanța bobinei; c) frecvența ν; d) tensiunea efectivă la bornele generatorului în primul caz (cînd $C_1=150$ μF).

C. F. 1975

VIII. 38. Conectată la o tensiune continuă de 100 V, o bobină este parcursă de un curent cu intensitatea de 2,5 A. Conectată la o tensiune alternativă de 100 V, cu frecvența de 50 Hz, aceeași bobină este parcursă de un curent cu intensitatea de 2 A. Se montează în serie cu bobina un condensator de $\frac{500}{3\pi}$ μF, iar circuitul format se conectează la aceeași tensiune alternativă de 100 V. Se cer: a) rezistența și inductanța bobinei; b) intensitatea curentului prin circuitul cu bobină și capacitate; c) tensiunea la bornele bobinei și diagrama tensiunilor în cazul „*b*"; d) defazajul între intensitatea și tensiunea la bornele bobinei, apoi la bornele circuitului, tot în cazul „b"; e) valoarea capacității unui condensator care fiind conectat în serie cu bobina, ar produce rezonanța; valoarea curentului în acest caz; f) puterea activă în cazul „b".

Lidia Panaiotu

VIII. 39. Printr-o bobină trece un curent electric descris de ecuația: $u=314 \sin 100\,\pi t$; $i=5 \sin\left(100\,\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$. Se cere: a) valorile lui R și L ale bobinei; b) ce curent și ce defazaj față de tensiunea la borne, s-au stabilit printr-un condensator cu capacitatea de $50\sqrt{3}$ μF, legat în paralel cu bobina la aceeași sursă; c) idem, în serie; d) ce ar indica un voltmetru conectat pe rînd la bornele bobinei și condensatorului legate în serie; e) ce capacitate ar fi trebuit să aibe condensatorul pentru a se realiza rezonanța de tensiune în circuitul serie?

C. F. 1970

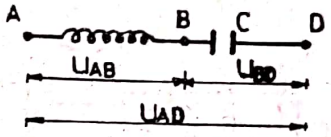
VIII. 40. Pentru măsurarea capacității unui condensator, în practică se folosește un montaj alimentat cu curent alternativ de 50 Hz și format din condensator, un ampermetru și un voltmetru. Precizia se poate mări dacă după prima măsurare, se înlocuiește condensatorul cu o rezistență variabilă, care se reglează astfel încît ampermetrul și voltmetrul să indice aceleași valori ca în primul caz. Știind că într-o astfel de măsurare rezistența variabilă a avut valoarea $R=40\ \Omega$, rezistența ampermetrului $R_A=60\ \Omega$, iar rezistența voltmetrului a fost foarte mare, se cere: a) să se calculeze capacitatea condensatorului; b) să se explice de ce este mai precisă această metodă.

C. F. 1975

VIII. 41. Pentru a măsura caracteristicile unei bobine și ale unui condensator se fac următoarele determinări: Se dispune bobina și condensatorul

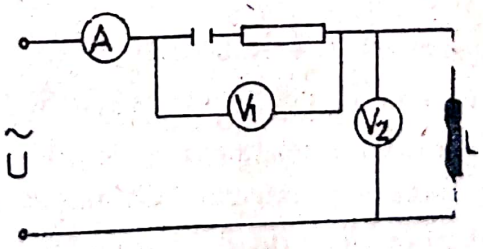
Scanned with OKEN Scanner

în serie și se stabilește la bornele AD ale ansamblului o tensiune sinusoidală de frecvență ν_1: Măsurînd tensiunile cu voltmetrul termic de rezistență foarte mare, se găsesc valorile $U_{AB}=35$ V, $U_{BD}=100$ V și $U_{AD}=75$ V. a) Să se arate din simplul examen al acestor date că rezistența bobinei nu este neglijabilă: b) intensitatea curentului măsurată cu ampermetrul termic ($r_A=0$) este $I=0{,}1$ A. Să se afle impedanța și rezistența bobinei cum și reactanța capacitivă a condensatorului: c) se alimentează ansamblul de mai sus la o frecvență variabilă (U rămînînd aceeași) și se află că intensitatea curentului trece printr-o valoare maximă cînd $\nu_0=330$ Hz. Să se afle L și C precum și frecvența ν_1 utilizată la punctul b).



C. F. 1970

VIII. 42. Un circuit electric de curent alternativ monofazat a cărui schemă este dată în figura VIII. 42 se aduce la rezonanță cu ajutorul condensatorului C. În situația de rezonanță, voltmetrul V, indică tensiunea $U_1=100$ V, voltmetrul V_2 indică $U_2=60$ V, iar ampermetrul A curentul $i_0=10$ A. Neglijînd consumurile proprii ale aparatelor și cunoscînd că, dacă se ia separat condensatorul de capacitate C_0 (valoarea capacității C care aduce circuitul la rezonanță) și se supune la o tensiune sinusoidală de frecvență $f_1=50$ Hz și valoarea eficace $U'=120$V, curentul ce se obține este $i_1=0{,}3$ A să se determine R, L, C_0, valoarea eficace a tensiunii aplicate circuitului precum și frecvența sa.



Romulus Sfichi

VIII. 43. O rezistență $R=20\ \Omega$, o inductanță $L=0{,}01$ H și o capacitate $C=100\ \mu$F legate în paralel, sînt supuse unei tensiuni alternative (sinusoidale) $U=220$ V cu frecvența $f=50$ Hz. Se cere: a) valoarea curenților efectivi prin fiecare din cele trei elemente ale circuitului; b) curentul rezultat (care trece prin sursa de curent alternativ); c) puterea activă absorbită de circuit.

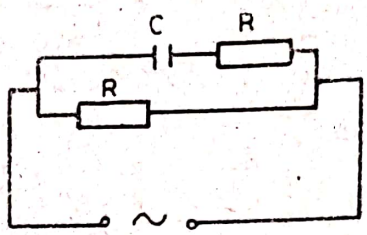
E. Tenitschi

Scanned with OKEN Scanner

VIII. 44. Alimentăm de la o priză de curent alternativ cu frecvenţe de 50 Hz şi tensiunea efectivă de 110 V un montaj format dintr-o rezistenţă, o inductanţă şi o capacitate legate în paralel. La bornele elementelor ampermetrul arată, 11 amperi, 5 amperi şi respectiv 10 amperi. Care sînt valorile rezistenţei active, a inductanţei şi capacităţii? Să se calculeze impedanţa şi curentul rezultat al circuitului. Cîţi kW măsoară puterea activă a circuitului?

Leontin Domide

VIII. 45. Fie montajul din figura VIII.45. Este posibil ca defazajul dintre curentul total şi tensiune să fie de 45°?



T. Ţugui

VIII. 46. La bornele unei surse de t.e.m. alternativă U, se conectează în serie o bobină ci inductanţa L şi un rezistor cu rezistenţa R. Paralel cu acestea se montează un condensator variabil, înseriat cu un întrerupător K. Să se exprime valoarea capacităţii C în funcţie de R, L şi ω, pentru ca intensitatea totală I să nu se modifice prin închiderea sau deschiderea întrerupătorului.

C. F. 1971

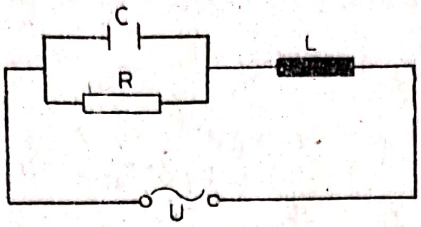
VIII. 47. Un circuit serie RLC este format dintr-un condensator de 0,1 μF şi o bobină cu inductanţa de 1 m H şi rezistenţa de 100 Ω. Circuitul este alimentat de la un generator de frecvenţă care produce o tensiune efectivă de 2V. Căderea de tensiune pe bobină se măsoară cu un voltmetru cu $R_v = 1\,000$ Ω. Să se calculeze: a) tensiunea indicată de voltmetru dacă iniţial se realizează rezonanţa şi pe urmă se conectează voltmetrul; b) frecvenţa de rezonanţă a circuitului format din circuitul serie şi voltmetru.

Pal Balogh

VIII. 48. Se consideră circuitul electric din fig. VIII. 48, alimentat de un generator de curent alternativ monofazat. Să se calculeze pulsaţia curentului pentru care curentul din circuitul principal va fi în fază cu tensiunea la bor-

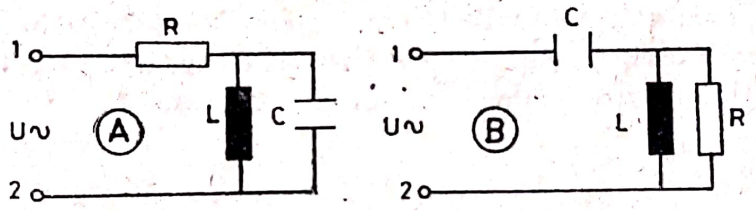
Scanned with OKEN Scanner

nele generatorului (valorile R, L, C sînt cunoscute). Care este impedanţa circuitului în acest caz.



Şt. Varga

VIII. 49. Se consideră următoarele două circuite A, B, fig. VIII. 50, în care $R=40\ \Omega$, $L=\frac{300}{\pi}$ mH, $C=\frac{2000}{3\pi}\mu$F, iar tensiunea de alimentare are valoarea $U=100$ V şi frecvenţa $\nu=50$ Hz. Să se calculeze pentru fiecare circuit: a) impedanţele echivalente între bornele 1—2; b) valorile eficace ale intensităţilor curenţilor I_R, I_L şi I_C; c) factorii de putere; d) valorile puterilor active reactive şi aparente.

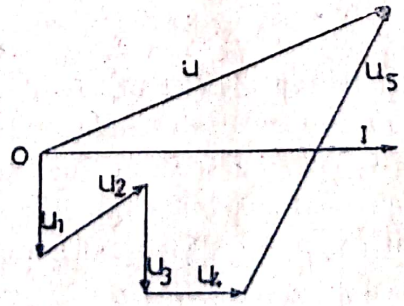


C. F., 1974

VIII. 50. Se consideră două circuite distincte: primul constă dintr-o sursă de t.e.m. cu o frecvenţă oarecare, o bobină cu inductanţa L şi o rezistenţă oarecare R în serie, al doilea cuprinde aceeaşi sursă, aceeaşi rezistenţă şi un condensator C legate în serie. Care trebuie să fie relaţia dintre R, L, C pentru ca defazajele în cele două circuite să fie egale în valoare absolută?

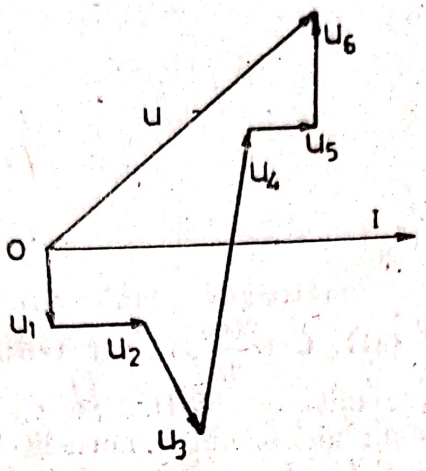
C. F. 1975

VIII. 51. Să se determine schema electrică a circuitului pentru care a fost ridicată diagrama fazorilor din fig. VIII. 51.



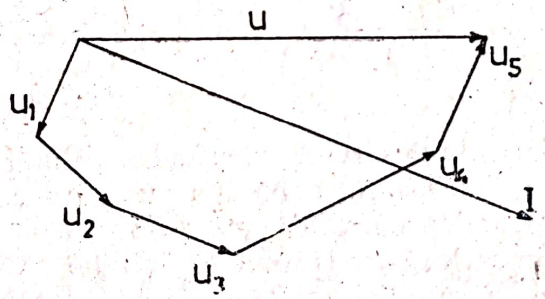
C. F. 1972

VIII. 52. a) Să se determine schema electrică echivalentă a circuitului pentru care a fost ridicată diagrama fazelor din fig. VIII. 52; b) să se scrie expresia intensității curentului I din circuit, funcție de R, L, C, U, ω.



C. F. 1973

VIII. 53. Se dă diagrama fazorilor din figura VIII. 53. a) Să se reprezinte schema electrică a circuitului de curent alternativ pentru care a fost trasată diagrama; b) să se scrie expresia intensității din circuit.



C. F. 1976

VIII. 54. Calculați inductanța echivalentă a unui sistem de două inductanțe în cazul cînd sînt legate în serie și cînd sînt legate în paralel.

C. F. 1972

VIII. 55. O bobină de inductanță L, legată în serie cu un condensator de capacitate C se leagă în paralel cu o altă bobină de inductanță L și cu un condensator de capacitate C. Să se determine analitic intensitatea curentului ce trece prin fiecare ramură a circuitului și intensitatea totală, dacă circuitul este legat la bornele unui generator de curent alternativ cu tensiunea $u = U \sin \omega t$.

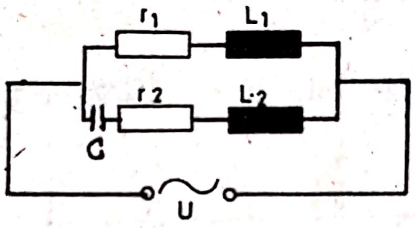
S. Vlase

Scanned with OKEN Scanner

VIII. 56. Defazajul dintre tensiunea şi intensitatea la bornele unei bobine reale este $\frac{\pi}{6}$. Folosind integral conductorul de la această bobină realizăm n bobine mai mici, utilizînd carcase obţinute prin tăierea carcasei iniţiale. Toate bobinele au fost realizate prin bobinarea spiră lîngă spiră şi într-un singur strat. Să se calculeze defazajul produs la bornele circuitului obţinut prin legarea în paralel a celor n bobine.

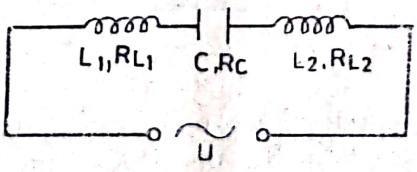
Pal Balogh

VIII. 57. Se dă circuitul din figura VIII. 57, la care se cunosc: $r_1=40\ \Omega$, $r_2=60\ \Omega$, $L_1=20$ mH; $L_2=50$ mH. Se cere să se determine capacitatea condensatorului C, dacă ecuaţiile tensiunii şi curentului în ramura principală sînt: $u=56{,}58 \sin\left(3\,140\,t+\frac{\pi}{4}\right)$, $i=1{,}42 \sin 3\,140\,t$.



C. A. Bucureşti 1973

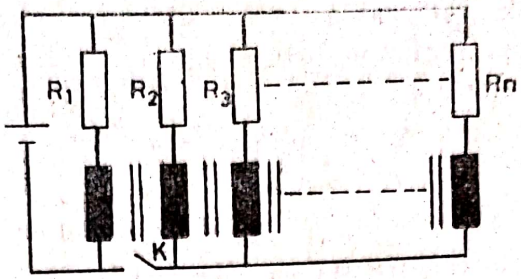
VIII. 58. Se dă circuitul din figura VIII. 58, format din trei elemente de circuit montate în serie, caracterizate de parametrii: $L=0{,}05$ H, $R_1=5\ \Omega$; $C=1\,000\ \mu$F; $R_c=10\ \Omega$; $L_2=0{,}025$ H; $R_2=15\ \Omega$, alimentate cu tensiune aplicată la bornele circuitului de 380 V la 50 Hz. Se cere: a) valoarea efectivă a curentului din circuit; b) defazajul dintre tensiunea aplicată şi curent; c) căderile de tensiune de la bornele bobinelor; d) defazajul corespunzător dintre curent şi aceste căderi de tensiune.



C. Alexandrescu

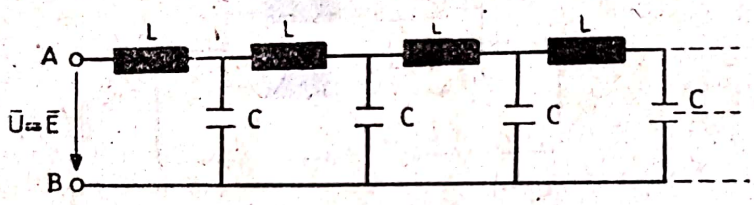
VIII. 59. În montajul din fig. VIII. 59, sursa are t.e.m. E şi rezistenţa interioară zero, bobinele sînt identice şi sînt înfăşurate pe acelaşi miez de fier. Rezistenţele sînt cunoscute: R_1; R_2; ...; R_n. a) Să se afle valorile curenţilor din ramuri la cîteva microsecunde după închiderea comutatorului K. b) După

un timp mai lung se desface contactul, să se afle acum, după cîteva microsecunde, valoarea curentului şi a tensiunii autoinduse.



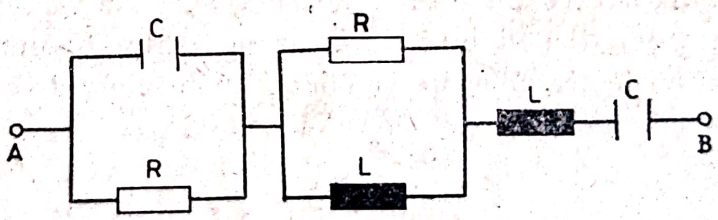
Zoltan Vereş

VIII. 60. La bornele reţelei infinite din fig. VIII. 60 se aplică o tensiune electrică sinusoidală de forma $e=E\sin\omega t$. Se cere valoarea pulsaţiei pentru care curentul total este defazat cu 90° în urma tensiunii de la borne, elementele L, C ale reţelei fiind identice.



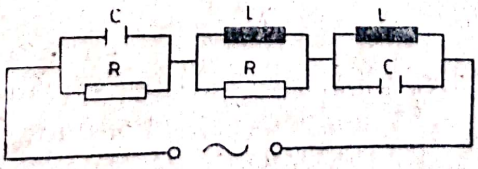
Andrei Ludu

VIII. 61. La bornele A şi B ale circuitului din fig. VIII. 61, se aplică o tensiune alternativă U (R, L, C, cunoscute). Să se afle: a) frecvenţa de rezonanţă; b) curentul din circuit la rezonanţă.



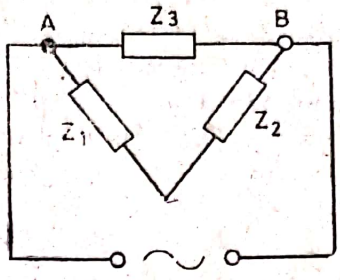
Cristian Pavelescu

VIII. 62. Să se pună condiţia de rezonanţă pentru următorul circuit de curent alternativ. Se cunoaşte R, X_L şi X_c (fig. VIII. 62).



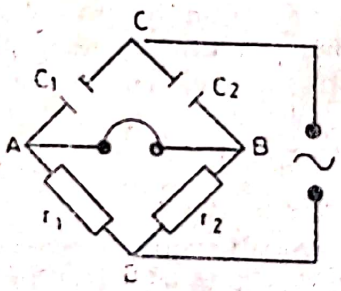
Tiberiu Ţugui

VIII. 63. Notînd cu R_K, X_K rezistenţă, respectiv reactanţa elementului de circuit Z_K, şi dîndu-se $X_1+X_2>0$; $R_1+R_2>0$, să se afle Z_3 astfel încît să fie satisfăcută relaţia: $i_{1,2}=i_3$ (fig. VIII.63).



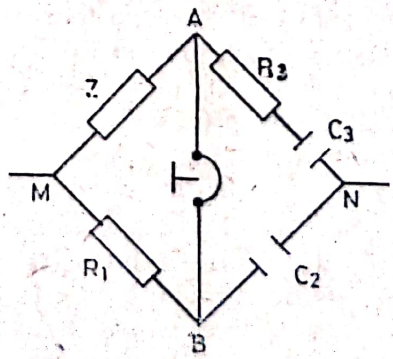
Dan Nicolescu

VIII. 64. Considerînd montajul în punte din fig. VIII. 64. Să se calculeze valoarea capacităţii C_1, ştiind că puntea este alimentată de la un generator electronic de audiofrecvenţă şi că în casca telefonică T nu se aud zgomote pentru valorile $C_2=1$ μF şi $\frac{r_1}{r_2}=2{,}5$.



Florin Grămadă

VIII. 65. Puntea de curent alternativ din fig. VIII. 65, este echilibrată dacă elementele au următoarele valori: $R_1=10\ \Omega$; $R_2=80\ \Omega$; $C_2=2$μF; $C_3=2{,}5$ μF. Ce putem spune despre elementul necunoscut Z ştiind că este format dintr-un singur element real de circuit?



Pal Balogh

VIII. 66. Se dă un circuit electric de curent alternativ monofazat prin care se alimentează la o anumită tensiune de pulsație ω un receptor inductiv cu rezistența R și factorul de putere cos φ. Rezistența electrică echivalentă a conductoarelor circuitului este r. În paralel cu receptorul se conectează apoi un condensator electric de capacitate C, menținîndu-se aceeași tensiune la bornele ansamblului receptor-condesator. Ce efect are asupra randamentului circuitului introducerea condensatorului cunoscînd că mărimea capacității C menține ansamblul receptor-condensator în regim inductiv? Să se calculeze valoarea randamentului circuitului după introducerea condensatorului.

Romulus Sfichi

VIII. 67. Un circuit oscilant paralel format din $L=0{,}01$ H și $C=1\ \mu$F este conectat la un generator de curent alternativ. Generatorul are rezistența internă $r=100\ \Omega$. În circuitul oscilant se stabilește un regim de rezonanță. În serie cu bobina intercalăm o rezistență R. Să se determine valoarea rezistenței R astfel ca puterea consumată de ea să fie maximă.

Pal Balogh

VIII. 68. O instalație monofazată cu puterea de 5 kW, funcționează la o rețea de 220 V, 50 Hz cu un factor de putere inductiv cos $\varphi_1=0{,}500$. Ce putere și ce capacitate trebuie să aibă condensatoarele ce urmează a se instala, pentru a îmbunătăți factorul de putere la valoarea cos $\alpha_2=0{,}866$, menținîndu-se aceeași putere activă.

Gh. Bălătorescu

VIII. 69. Un motor de curent alternativ monofazat alimentat la tensiunea de 220 V și frecvența 50 Hz, are factorul de putere 0,7. Pentru a-l mări la 0,8 se leagă la borne un condensator. Ce valoare trebuie să aibă capacitatea condensatorului, dacă curentul absorbit de motor este 3 A?

I. Frujina

VIII. 70. Un atelier de tîmplărie consumă o putere activă $P=200$ kW, la un factor de putere natural cos $\varphi_0=0{,}6$, fiind alimentat de la o linie de curent alternativ cu tensiunea $U=380$ V și rezistența $R=0{,}05\ \Omega$. Ce putere reactivă și capacitate trebuie să aibă bateria de condensatoare statice, care montată în paralel cu instalația consumatoare de energie electrică a atelierului, ridică factorul de putere la cos $\varphi=0{,}8$? Ce efect are această măsură de ridicare artificială a factorului de putere? Frecvența curentului alternativ $f=50$ Hz.

S. R.

VIII. 71. Un circuit serie de curent alternativ monofazat are parametrii R, L și C constanți, fiind alimentat la o tensiune alternativă sinusoidală de valoare eficace constantă U și frecvență variabilă $f_0 \in (0, \infty)$. Să se determine maximele valorilor eficace ale tensiunilor parțiale repartizate pe rezistență (U_R), pe inductanță (U_L) și pe capacitate (U_C) în funcție de frec-

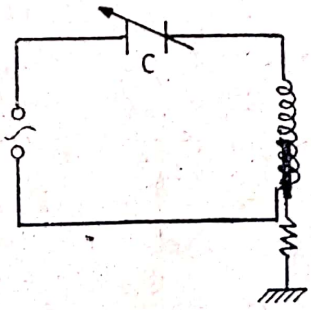
venţă. Să se discute rezultatele obţinute şi să se reprezinte grafic variaţiile procentuale $\frac{U_R}{U}\%$, $\frac{U_L}{U}\%$, şi $\frac{U_0}{U}\%$ în funcţie de frecvenţă.

Romulus Sfichi

VIII. 72. Un resort este suspendat în poziţia verticală la capătul liber fiind suspendată o mică bară magnetică cu masa de 10 g. Sub polul barei magnetice se găseşte bobina unui circuit oscilant ce conţine un condensator variabil. Inductanţa bobinei este 1H, iar coeficientul iar coeficientul de elasticitate al resortului 10^3N/m. În circuit menţinem oscilaţii electromagnetice şi modificăm valoarea capacităţii condensatorului pînă cînd oscilaţiile resortului prezintă amplitudine maximă. Cît este în acest caz valoarea capacităţii.

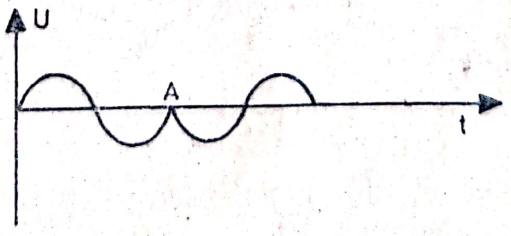
L. Schwartz

VIII. 73. Circuitul oscilant din figură se compune dintr-un condensator variabil şi o bobină cu inductanţe L în interiorul căreia se află un miez de fier suspendat pe un resort (figura VIII. 73). Ştiind că sub greutatea proprie a miezului de fier resortul capătă o deformare egală cu y_0, să se determine capacitatea condensatorului variabil astfel încît oscilatorul mecanic să atingă amplitudinea maximă. *Numeric:* $L=1$H; $y_0=0{,}1$ m; $g=10$m/s^2.



Bratu Polidor

VIII. 74. Graficul tensiunii alternative de-a lungul unui circuit, la un moment dat, are forma din figura VIII. 74. Ce aparat este intercalat în A?



Gheorghe Petroianu

Scanned with OKEN Scanner

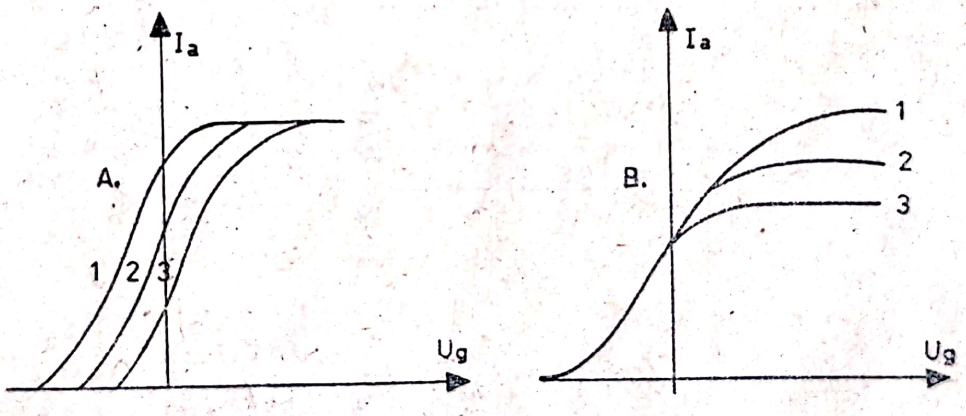
VIII. 75. La bornele unei bobine cu $R=5\Omega$ se aplică o tensiune alternativă exprimată prin ecuația $u=141 \sin(\omega t+\varphi_1)$, iar curentul este $i=10\sqrt{2} \sin \omega t$. Generatorul are 12 poli și rotorul are turația de 500 rot/min. În paralel cu bobina se leagă un condensator. Să se calculeze: a) defazajul dintre curent și tensiune în bobină (fără condensator); b) capacitatea condensatorului dacă curentul prin circuitul nou, cu bobină și condensator are valoarea efectivă 5 A; c) impedanța circuitului realizat și exprimarea ei în funcție de elementele circuitului.

D. Tănase

VIII. 76. Un atelier care reprezintă un receptor de curent alternativ trifazat echilibrat, este alimentat cu tensiuni simetrice printr-o linie trifazată, cu tensiunea de linie $U=380$ V. Curentul absorbit de atelier $I=175$ A este curentul maxim admis de conductoarele liniei. Factorul de putere inductiv al atelierului este $\cos \Phi=0{,}6$. Să se determine puterea și capacitatea unei baterii de condensatoare, care conectată în paralel cu receptorul reprezentat de atelierul respectiv, face posibilă instalarea suplimentară în atelier a unui motor electric trifazat de putere activă $P_1=14$ kW și de factor de putere inductiv $\cos \Phi_1=0{,}8$ fără a se schimba conductoarele liniei. Frecvența curentului alternativ este $f=50$ Hz.

Romulus Sfichi

VIII. 77. Să se interpreteze următoarele familii de caracteristici ale unei triode electronice, din fig. VIII. 77.



Mihail Sandu

VIII. 78. Ce influență are asupra amplificării unei triode electronice apropierea respectiv depărtarea grilei de anod în ipoteză că distanța dintre anod și catod rămîne constantă.

Daniel Cata

VIII. 79. În catalogul de tuburi electronice este indicat pentru trioda 6 C2 π următoarele date: panta triodei $S=12$ mA/V, factorul de amplificare $\mu=65$ și tensiunea anodică optimă 150 V. Să se calculeze: a) valoarea rezis-

Scanned with OKEN Scanner

tenţei ohmice de sarcină, cînd $U_g=0$, pentru curentul anodic de 15 mA; b) valoarea inductanţei primarului transformatorului de cuplaj cu tubul următor, pentru frecvenţa de 1000 Hz; c) puterea dată de triodă în ambele cazuri.

V. Turdăşanu

VIII. 80. O triodă cu randamentul de 50% are $\mu=50$ şi $S=5$ mA/V, iar $U_g=2$V. Ştiind că în circuitul anodic se află o rezistenţă R_s, se cere: a) amplitudinea componentei alternative a curentului anodic; b) puterea utilă a triodei; c) valoarea rezistenţei de sarcină R_s.

Dumitru Th. Văcaru

VIII. 81. Să se determine parametrii unei triode ştiind că pe panta liniară (pentru $U_a=200$ V) la variaţia tensiunii de grilă de la -2 V la -1 V curentul anodic variază de la 4 mA la 9 mA. Pentru tensiunea anodică $U_a=250$ V şi tensiunea de grilă $U_g=-2$V curentul anodic este 9 mA.

Florin Malfeev

VIII. 82. Considerînd că o triodă cu rezistenţa interioară $R_i=8\cdot10^3\ \Omega$ şi panta $S=2{,}5\cdot10^{-3}$ A/V este folosită în domeniul în care caracteristicile de grilă sînt liniare şi cunoscînd unul din punctele de funcţionare pentru care $U_{a1}=250$ V; $U_{g1}=-4$V; $I_{a1}=10^{-2}$A, să se calculeze: a) valoarea tensiunii anodice U_{a2} în punctul $U_{g2}=-6$V şi $I_{a2}=1{,}5\cdot10^{-2}$A; b) valoarea tensiunii de grilă, corespunzătoare lui U_{a2} pentru care $I_a=0$.

C. F., 1974

VIII. 83. Să se calculeze valorile mărimilor caracteristice pentru triodă dacă: a) pentru o variaţie cu 3,0 V a tensiunii aplicate grilei, intensitatea curentului anodic se modifică cu 4,5 mA, tensiunea anodică rămînînd aceeaşi; b) pentru o tensiune constantă de grilă o variaţie de 40 V a tensiunii anodice dă $\Delta I_a=4$ mA. c) pentru o tensiune constantă de grilă de exemplu $U_g=0$, scăderea tensiunii anodice de la 200 V la 150 V, provoacă o micşorare a intensităţii curentului anodic de la 20 mA la 16 mA. Dacă tensiunea anodică rămîne constantă, egală cu 200 V, se poate obţine aceeaşi micşorare cu 4,0 mA a intensităţii curentului anodic, variind tensiunea de negativare a grilei de la 0 la -2 V.

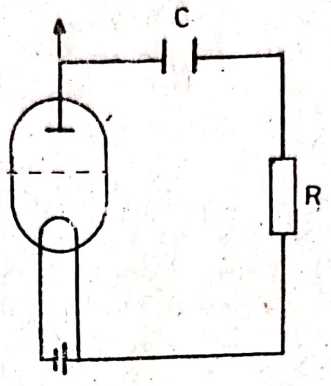
C. F., 1977

VIII. 84. O triodă şi o rezistenţă $R=10^4\ \Omega$ sînt conectate în serie în circuitul unei baterii cu t.e.m. $E=250$ V. În circuitul grilei este legată cu polul negativ la grilă o altă baterie cu t.e.m. $E_1=3$ V. În aceste condiţii, căderea de tensiune pe rezistenţa R are valoarea $U_1=95$ V. Dacă în circuitul grilei se include o baterie cu t.e.m. $E_2=6$ V, căderea de tensiune pe rezistenţa R va fi $U_2=60$V. Să se reprezinte schema circuitului. Se consideră caracteristica de grilă a triodei o linie dreaptă în domeniul în care se produc modificările potenţialului grilei. Care va fi diferenţa de potenţial dintre anodul şi catodul triodei dacă grila şi catodul se scurtcircuitează?

C. F., 1975

Scanned with OKEN Scanner

VIII. 85. Un etaj de amplificare de audio-frecvență cu triodă este cuplat cu tubul următor după schema din fig. VIII. 85. Condensatorul C oprește tensiunea anodică continuă să cadă pe grila tubului următor și prin rezistența R la bornele căruia se aplică tensiunea amplificată. Să se calculeze capacitatea minimă a condensatorului C, ca pierderile de tensiune la bornele lui să nu depășească 0,1 %. Se dă $R=1\ M\Omega$ și intervalul de frecvență 20—400 Hz.



V. Turdășan

VIII. 86. Să se arate că amplificarea unui etaj este mai mică decît factorul de amplificare al unui tub electronic.

Mihai Nichita

VIII. 87. Un difuzor cu impedanța de 4Ω trebuie montat în circuitul anodic al tubului EL 84 care care panta $S=10$ mA/V și factorul de amplificare $\mu=400$. Ce raport de transformare trebuie să aibă transformatorul de cuplaj pentru a se obține în difuzor o putere maximă?

Dorin Ungureanu

VIII. 88. Un tub electronic are $\mu=50$ și panta caracteristicii $S=10$ mA/V. Știind că potențialul anodic este de 200 V și că semnalul ce se aplică grilei este alternativ și simetric, avînd valoarea maximă de 4 V, se cere: a) valoarea curentului anodic de repaos; b) limitele de variație a curentului anodic.

A. Burciu

CAPITOLUL IX

Unda elastică

IX.1. Să se calculeze în cît timp se va întoarce ecoul sonor de pe Lună dacă știm că ecoul radiofonic se întoarce în aproximativ 2 secunde (viteza sunetului=1 200 km/h, viteza luminii=300 000 km/s).

Mircea Rusu

Scanned with OKEN Scanner

IX.2. Ce am auzi dacă ne-am depărta de o sursă sonoră cu viteza sunetului?

C. F. 1973

IX.3. Dispunem de un vibrator care emite un sunet a cărui frecvenţă vrem s-o determinăm. În acest scop, vibratorul funcţionează în acelaşi timp cu o sirenă compusă dintr-un disc metalic mobil în jurul unui ax trecînd prin centrul său şi avînd 20 de orificii situate la distanţă egală de ax şi distanţate regulat. La aceeaşi distanţă de ax este plasat un ajutaj fix, normal pe suprafaţa discului, care debitează aer comprimat. Discul se roteşte uniform şi se reglează viteza lui unghiulară pentru a se obţine unisonul. Acest rezultat este obţinut atunci cînd viteza de rotaţie a discului este de 3 000 rotaţii pe minut. Să se deducă din această experienţă frecvenţa sunetului emis de vibrator.

Bac. Paris 1965

IX.4. Să se afle timpul în care sunetul ajunge la un scafandru care se află la o distanţă de 15 km de ţărm.

L. S. G.

IX.5. Un glonte trece cu viteza de 500 m/s la 5 m de un om. La ce distanţă a ajuns glontele cînd omul i-a auzit şuieratul?

IX.6. Cum poate un observator să afle viteza cu care zboară orizontal un avion supersonic pe deasupra sa, dacă stabileşte doar mărimea unghiului pe care îl face cu orizontala direcţia în care se vede avionul, în momentul în care aude sunetul motorului.

C. F. 1975

IX.7. De ce cercurile care se depărtează de locul unde a căzut o piatră nu sînt alungite de curentul apei şi rămîn mereu circulare?

IX.8. Două unde se propagă pe aceeaşi direcţie cu viteza de 100 m/s. Care este frecvenţa oscilaţiilor dacă distanţa minimă între punctele care oscilează în opoziţie de fază este egală cu 1 cm?

O. Constantinescu

IX.9. Legea de propagare a undei plane într-un mediu elastic, omogen şi izotrop este $y=A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$. 1) Cum se reflectă planeitatea undei în această expresie; 2) ce condiţie trebuie pusă intervalului de timp t pentru ca expresia matematică a legii să aibă un sens fizic; 3) pe ce se întemeiază ideea că legea de oscilaţie a oricărui punct din mediul elastic este de acelaşi tip cu legea de oscilaţie a punctelor izvorului de undă; 4) determinaţi viteza cu care se propagă prima suprafaţă de undă (frontul de undă) pe baza legii de mai sus.

Iunian Chelu

Scanned with OKEN Scanner

IX.10. Se dau 3 puncte coliniare A; B; C. În punctul B se găseşte un izvor sonor punctiform. Raportul amplitudinilor undelor sonore recepţionate în A şi C este n_1. Dacă bate un vînt avînd orientarea $\vec{CA}$, acest raport va fi n_2. Să se determine viteza vîntului şi raportul dintre intensităţile undelor sonore recepţionate în punctele A şi C, în prezenţa vîntului. *Aplicaţie numerică:* $n_1=2{,}49$; $n_2=2{,}61$, $v=340$ m/s.

Pal Balogh

IX.11. Este justificat din punct de vedere fizic faptul că pisicile şi cîinii, de pildă, cînd sînt goniţi ciulesc urechile către înapoi?

D. Văcaru

IX.12. De ce un clopot crăpat produce sunete neplăcute?

D. Văcaru

IX.13. Tunetul, aceea bubuitură produsă de o scînteie enormă, care e fulgerul sau trăsnetul, durează o fracţiune de secundă. De ce auzim zgomotul tunetului un timp mai îndelungat?

Al. Petrescu

IX.14. Dacă producem un sunet vom auzi ecou simplu sau multiplu, dacă avem în faţă două obstacole la distanţele de: a) 51 m şi 60 m de noi; b) 51 m şi 85 m de noi?

A. Petrescu.

IX.15. O lamă elastică execută 200 vibraţii în timp de 10 s. Vibraţiile lamei produc sunet?

Al. Petrescu

IX.16. Să aşezăm pe masă alături două pahare identice umplute pînă la un sfert cu apă. Pe marginea unuia din pahare aşezăm o sîrmuliţă subţire îndoită. Din ce cauză, dacă lovim cu un ciocan celălalt pahar, paharul cu sîrma începe să vibreze, fapt care se observă uşor privind sîrma de fier?

IX.17. Trăgînd uşor cu arcuşul pe mijlocul corzii unei viori, cu lungimea de 0,26 m, se emite sunetul fundamental cu frecvenţa de 261 Hz. Să se afle viteza, lungimea de undă, frecvenţa şi perioada primelor trei armonice.

Leontin Domide

IX.18. Viteza cu care o undă se propagă într-o coardă de densitate ρ şi lungime l, întinsă sub acţiunea unei forţe F, este v. Se cer: a) raza secţiunii corzii; b) frecvenţa sunetului fundamental şi a primelor sale două armonice.

P. Vasiloiu

IX.19. Ecuaţia mişcării ondulatorii produsă de sursa S este $y=B\sin\omega t+\cos\omega t$. Una se propagă în mediul unul cu viteza u_1, pe distanţa l_1, pă-

trunde normal pe fața de separație în mediul al doilea pe distanța l_2 cu viteza u_2. Să se scrie ecuația mișcării unui punct atins de undă la distanța (l_1+l_2).

Panaite Forțu

IX.20. De capetele unui resort elastic din oțel cu lungimea de 1 metru plasat în condiții de imponderabilitate se fixează cîte o sferă de fier de cîte un kilogram fiecare. Resortul se comprimă sub acțiunea unei forțe de 10,36 N pînă cînd lungimea lui devine 84 cm. Să se calculeze: 1) perioada și frecvența oscilațiilor longitudinale; 2) în cît timp resortul comprimat revine la poziția inițială; 3) accelerația și viteza maximă a mișcării oscilatorii; 4) lucrul mecanic efectuat de forțele elastice la comprimarea resortului.

Vochița Dragu

IX.21. Un corp cu masa 5 kg execută o mișcare oscilatorie armonică a cărei ecuație este: $y=(0{,}1 \sin 31{,}4\, t)$m. Să se afle: 1) elongația mișcării la momentul $\frac{1}{40}$ secunde de la începutul mișcării; 2) accelerația mișcării după un sfert de perioadă de la începerea mișcării; 3) energia cinetică maximă a corpului; 4) lungimea de undă în cazul propagării oscilației cu viteza de 400 m/s; 5) Forța centrifugă în cazul în care corpul s-ar roti cu aceeași frecvență pe o traiectorie cu raza 10 m.

C. A. Brașov, 1971

IX.22. La un atelier de reparații dintr-o gară loviturile unui ciocan se succed la un interval de timp T. Ce interval T' de repetiție a loviturilor ciocanului înregistrează un om aflat într-un tren care se depărtează (sau se apropie) de gară cu viteza v? Semnalele sonore se propagă în aer rectiliniu uniform cu viteza c. Să se prezinte în diagrama spațiu-timp propagarea semnalelor și mișcarea trenului, dîndu-se și o variantă, grafică de rezolvare a problemei. *Aplicație numerică:* $T=1$ s, $v=108$ km/h, $c=340$ m/s. Dacă în locul loviturilor unui ciocan, în gară se emite un sunet de perioadă T, se poate folosi relația obținută pentru a calcula perioada T' a sunetului înregistrat de observatorul din tren?

C. F. 1973

IX.23. Distanța dintre crestele succesive ale valurilor unei unde pe mare este $L=5{,}0$ m. O șalupă mergînd împotriva undei este lovită de valuri cu frecvența de $\nu=4{,}0$ Hz, iar mergînd în sensul de propagare a undei este lovită de valuri cu frecvența $\nu=2{,}0$ Hz. Să se calculeze viteza șalupei v și viteza de propagare c a undei pe mare.

C. F. 1977.

IX.24. Un mobil se mișcă rectiliniu și uniform spre o sursă care emite simultan semnale vizuale și auditive cîte n pe minut. De la perceperea semnalului vizual pînă la perceperea celui auditiv, mobilul parcurge un spațiu S. Cunoscînd că raportul dintre viteza sunetului și cea a mobilului este

K, să se afle: a) distanța la care se află mobilul de sursă în momentul percepерii semnalului vizual; b) numărul de semnale auditive percepute de mobil pe minut.

Carol Brek

IX.25. Un automobil avînd o viteză de 108 km/h se apropie de o sirenă care emite un sunet căruia îi corespunde frecvența de 435 Hz. Ce înălțime are sunetul pe care îl percepe conducătorul autovehiculului: a) cînd vehiculul se apropie de sirenă?; b) cînd se depărtează de ea?

Lia Onețiu

IX.26. Fie două submarine S_1 și S_2, care se mișcă pe aceeași direcție cu vitezele 54 km/h și respectiv 64,8 km/h în următoarele feluri: a) în sensuri opuse apropiindu-se; b) în sensuri opuse depărtîndu-se; c) în același sens. Pe S_1 se emite un sunet cu frecvența de 1 044 Hz. Ce înălțime are sunetul recepționat pe S_2 știind că viteza lui în apă este de 1 503 m/s?

Leontin Domide

IX.27. Un observator aflat la 500 m de o sursă sonoră începe să se miște uniform accelerat spre sursă cu $a=1{,}7$ m/s^2. După cît timp frecvența percepută de observator este cu 10% mai mare ca cea emisă? La ce distanță se află în acest moment observatorul de sursă? Să se exprime frecvența percepută în funcție de timp (viteza sunetului: 340 m/s).

Ludovic Schwartz

IX.28. Fie o sursă de oscilație mobilă și un observator fix (0). Să se arate că frecvența oscilațiilor care ajung în 0 cînd sursa stă pe loc este media armonică între frecvențele oscilațiilor care ajung în 0, cînd sursa se apropie și se depărtează de 0.

M. Metler

IX.29. Două tuburi sonore de lungimi egale, unul închis la un capăt și celălalt deschis la ambele capete, produc simultan sunete fundamentale. Un automobilist se apropie de cele două instrumente cu viteza $v_1=80$ km/h. Cunoscînd viteza sunetului în aer $v_2=340$ m/s, să se determine lungimea tuburilor știind că frecvența bătăilor sunetului perceput de automobilist este $f=100$ Hz.

Romulus Sfichi

IX.30. Pentru a determina vitezele trenului cînd el se apropie și se depărtează, un experimentator a instalat într-o stație C.F.R. rezonatori de tip Helmholtz. La apropierea trenului de stație, cu sunetul produs de sirena locomotivei intră în rezonanță rezonatorul de 540 Hz, cînd trenul stă în stație cel de 520 Hz, iar cînd se îndepărtează cel de 500 Hz. Să se afle cele două viteze.

M. Metler

Scanned with OKEN Scanner

IX.31. Două trenuri se deplasează unul spre celălalt cu vitezele constante: v_1 și respectiv v_2. Pe primul tren se găsește o sirenă, iar pe cel de al doilea un observator care poate determina printr-un anumit procedeu frecvența sunetelor care provin de la primul tren. Să se afle vitezele v_1 și v_2 ale celor două trenuri, dacă atunci cînd ambele sînt în repaus frecvența sunetului auzit de observator este de 768 Hz; atunci cînd se apropie unul de celălalt cu vitezele v_1 și respectiv v_2 frecvența sunetului auzit este de 840 Hz, iar cînd se depărtează cu vitezele v_1 și respectiv v_2 frecvența sunetului auzit este de 704 Hz.

Gh. Drăgănescu

IX.32. Un tren pleacă din gară. După 10 secunde emite un șuierat, iar după 30 secunde de la plecare, altul. Dacă raportul frecvențelor recepționate de un pasager, care a stat imobil pe peron este 20/19, iar accelerația de pornire menținută pînă în momentul primului șuierat este 0,2 m/s², să se afle spațiul parcurs în timpul dintre șuierături (Mișcarea trenului în intervalul dintre șuierături se consideră uniform accelerată, iar sunetele emise identice).

L. Diamandescu

IX.33. Un tren și o mașină merg în direcții paralele și sensuri contrare, cu vitezele respective v_t și v_m. La un moment dat, locomotiva începe să emită un semnal sonor continuu de frecvență ν_0. Cu cît va varia frecvența sunetului înregistrat de un observator din mașină, cînd mașina și trenul trec unul pe lîngă celălalt? $v_t = 72$ km=h; $v_m = 90$ km/h; $\nu_0 = 500$ Hz.

I. Cartianu

IX.34. Din întîlnirea a două unde sonore poate să rezulte liniște?

C. F. 1972

IX.35. Pe scena unei săli de spectacol este emis sunetul fundamental al unei corzi sonore de 0,5 m. Acest sunet căzînd sub un unghi de 45° pe pereții sălii se va reflecta de 3 ori pînă ajunge înapoi la sursă. Să se afle adîncimea sălii știind că între sunetul reflectat de cei trei pereți și cel reflectat de fundul sălii există o diferență de timp de 0,05 s. Care va fi rezultatul fenomenului de interferență? ($v_{aer} = 340$ m/s).

Justin Stoian

IX.36. Să se arate că într-un corp elastic, care oscilează cu o extremitate fixă și cealaltă liberă, condiția de formare a maximelor și minimelor de interferență este ca diferența de drum între unda reflectată și cea incidentă să fie un număr par de $\lambda/2$ la ventru și impar de $\lambda/2$ la nod.

Leontin Domide

IX.37. Într-o coardă AB fixată la ambele capete, într-un punct situat la 40 cm de centrul oscilației A, diferența de drum dintre unda reflectată în B și unda incidentă este un număr întreg egal cu $13\,\lambda/2$. Lungimea corzii fiind de 100 cm să se afle: a) lungimea de undă a oscilației și numărul de no-

duri și de ventre care se formează în coardă; b) cum oscilează punctul P, dacă capătul B este lăsat liber și λ este cel aflat la punctul a).

V. Săseanu

IX.38. În două puncte S_1 și S_2 situate pe suprafața apei la distanța l unul de altul se produc două mișcări oscilatorii armonice în fază, cu frecvența ν și amplitudinea A. Din cele două puncte se propagă pe suprafața apei, în toate direcțiile, unde transversale cu lungimea de undă λ. a) Să se calculeze elongația mișcării oscilatorii pe care o efectuează un punct M situat pe dreapta care unește punctele S_1 și S_2, între cele 2 puncte, la distanța r_1 față de S_1 și r_2 față de S_2; b) să se determine pozițiile nodurilor și ventrelor pe dreapta care unește punctele S_1 și S_2; c) să se precizeze punctele situate pe mediatoarea segmentului S_1S_2 și care oscilează în fază cu punctul 0 situat la mijlocul acestui segment.

C. F. 1974

IX.39. O lamă elastică execută 100 vibrații pe secundă. Această lamă e orizontală și are la capăt o bifurcare, ale cărei două brațe verticale și de lungimi egale sînt distanțate cu 50 mm. Vîrfurile bifurcației determină în două puncte S_1 și S_2 de pe suprafața unei băi de mercur, două perturbații sinusoidale transversale, de aceeași perioadă, în fază și de amplitudine egală cu 2 mm. Să se scrie ecuația de mișcare a unui punct M de pe distanțele $d_1=45$ mm și $d_2=17$ mm față de S_1 și S_2 folosindu-vă de reprezentarea fazorială și considerînd $\lambda=8$ mm (lungimea de undă) și stabiliți valoarea lui y.

I. Popa

IX.40. O undă longitudinală se propagă pe direcția Ox într-un mediu elastic de densitate $\rho=2{,}6\cdot10^3$ kg/m^3, după legea $y_1=1{,}2\sin\left(1000\pi t-\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$ cm (1). Diferența de fază între două puncte pe axa Ox la distanța $\Delta x=3{,}2$ m este $\Delta\varphi=\frac{4\pi}{5}$. Se cere să se calculeze: a) dependența de timp a energiei cinetice, a energiei potențiale și a energiei totale a unui punct material de masă $m=1$ g care oscilează după legea (1) în punctul de abscisă $x=0$; b) lungimea de undă, frecvența și viteza de propagare a undei longitudinale; c) modulul de elasticitate al mediului elastic în care se propagă unda (1); d) amplitudinea și defazajul oscilației rezultante, prin compunerea în punctul A de abscisă $x=1$ m a oscilației y_1 și a oscilației y_2 care, în punctul A, are forma $y_2=1{,}2\sin\left(1000\cdot\pi\cdot t-\frac{\pi}{4}\right)$ cm.

C. A. București 1974

IX.41. Două surse punctiforme S_1 și S_2, aflate în același mediu elastic oscilează conform ecuațiilor:

$$(S_1):\ y_1=4\text{ cm}\sin\left(100\pi s^{-1}t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$(S_2):\ y_2=3\text{ cm}\sin 100\pi s^{-1}t$$

Scanned with OKEN Scanner

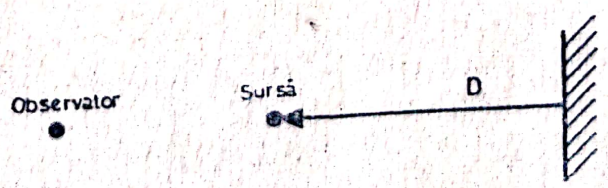
Oscilaţiile acestor surse se propagă în acelaşi mediu cu viteza $v=4$ m/s şi interferă într-un punct I, situat la distanţele $d_1=4$ m de sursa S_1 şi $d_2=2$ m de sursa S_2. Se cere: 1) lungimea de undă a undelor ce se formează; 2) poziţia oscilatorului S_1 la momentul $t=\frac{T}{2}$; 3) la ce momente elongaţia sursei S_2 este minimă; 4) care este prima valoare a fazei oscilatorului S_1, pentru care elongaţia este minimă; 5) graficul vitezei oscilatorului S_1 pe un interval de o perioadă şi reprezentarea fazorială a vitezei; 6) expresia analitică a acceleraţiei oscilatorului S_1; 7) defazajul undelor ce interferă în I; 8) amplitudinea rezultantă a punctului de interferenţă I; 9) oscilaţiile sursei S_2 se transmit printr-un fir cu capetele fixe, în care se formează unde staţionare sub forma a 5 fuse, cu ce viteză se propagă oscilaţiile prin fir, dacă lungimea lui este $l=2{,}5$ m.

Adalbert Konez

IX.42. De la înălţimea H se lasă să cadă liber o sursă sonoră S_1. În acelaşi moment se aruncă de jos în sus o altă sursă sonoră S_2 identică cu prima cu viteza v_0 ce ar urca sursa S_2 cel puţin pînă în H. Ştiind că lungimea de undă a surselor este λ să se calculeze timpii după care se aud maxime interferenţă la un observator de pe sol. Să se exprime viteza v cu care ar merge acelaşi observator sonor pentru a auzi tot timpul maxim de interferenţă ştiind că a plecat odată cu S_2. Ce mişcare execută el?

Iosif Legrand

IX.43. La o anumită distanţă de un perete reflectător plan vertical se află o sursă de unde plane. La o altă distanţă de acelaşi perete se află un receptor ce primeşte atît undele provenite direct de la sursă cît şi undele (reflectătoare) reflectate pe perete. Cunoscînd că a treia frecvenţă a sursei pentru care în receptor se produce un minim de oscilaţie în urma interferenţei celor două unde este $f_3=127{,}5$ Hz, să se determine distanţa dintre sursa de unde şi perete. Viteza sunetului în aer se consideră $v=340$ m/s. (Fig. IX. 43).



Romulus Sfichi

CAPITOLUL X

Unda electromagnetică

X.1. Arătaţi că c, viteza luminii din formula lui Maxwell $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$, se măsoară în m/s.

Gheorghe Petroianu.

X.2. Să se calculeze viteza undei electromagnetice într-un mediu cu permitivitatea electrică relativă 4 şi permeabilitatea magnetică relativă 0,5.

V. Castraveti

X.3. Cine percepe mai repede o bucată dintr-un concert radiodifuzat: un ascultător din sală aflat la 10 m de orchestră, sau un ascultător aflat la 300 km de sală, în faţa aparatului de radio?

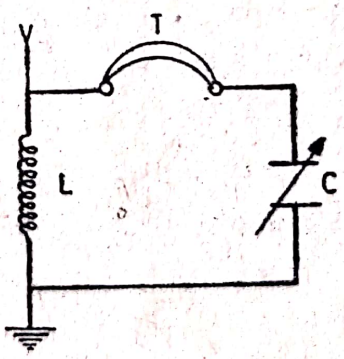
X.4. Un radar emite impulsuri cu durata de 1 μs, iar pe 499 μs lucrează ca receptor. Să se determine: a) bătaia maximă a radarului; b) distanţa minimă dintre două obiecte aşezate în direcţia razei care pot fi detectate separat.

Al. Pavai

X.5. Ce diferenţă minimă de lungime de undă există între două posturi de radio, în banda de 30 m din gama undelor scurte? Diferenţa de frecvenţă între două posturi este un multiplu de 9 kHz.

Dorin Ungureanu

X.6. Se dă schema unei staţii de radiorecepţie (fig. X.6.). Este corectă schema? Se pot recepţiona emisiunile unui post de radio emisie?



C. F., 1972

X.7. Postul de radio emisie Bucureşti funcţionează pe lungimea de undă $\lambda=1935$ m. Cunoscînd inductanţa circuitului oscilant $L=3$ H, să se calculeze: a) capacitatea circuitului oscilant; b) perioada şi frecvenţa undelor electromagnetice emise.

L. Ionescu

Scanned with OKEN Scanner

X.8. Să se calculeze numărul de spire necesar unei bobine dintr-un circuit oscilant cu capacitatea de 9nF pentru ca să poată recepționa unda electromagnetică cu lungimea de 2512 m, știind că bobina are un miez cu permeabilitatea magnetică $4\pi \cdot 10^{-5} \frac{H}{m}$, o lungime de 4 cm și raza secțiunii transversale de 1 cm.

Leontin Domide

X.9. Vrem să construim un post de radio-emisiune pe lungimea de undă de 30 m. Pentru circuitul oscilant dispunem de un condensator de 0,625 pF, iar pentru confecționarea bobinei dispunem de un cilindru cu lungimea de 4 cm și diametrul de 2 cm. Să se calculeze lungimea firului utilizat pentru spirele bobinei.

V. Castraveți

X.10. Un circuit oscilant de emisie avînd o capacitate de 250 pF și o inductanță de 0,0006 H este prevăzut cu o antenă a cărei capacitate proprie este 350 pF; antena este legată în paralel cu capacitatea circuitului. Să se afle lungimea de undă pe care emite circuitul, perioada și frecvența oscilațiilor emise.

V. Săseanu

X.11. Circuitul oscilant al unui post de emisie este format dintr-un condensator care, încărcat de la o baterie de 100 V, acumulează 10^{-7} C, și o bobină cu diametrul de $0{,}15/\pi^2$ m, lungimea de 0,09 m și 100 de spire. Ce suprafață comună trebuie să aibă plăcile unui condensator variabil de la un post de recepție, pentru a se acorda cu circuitul oscilant de la acest post de emisie, dacă distanța dintre plăci este de 1 mm, iar la trecerea unui curent de 106,272 mA prin bobină se produce un flux de $\frac{10^{-5}}{\pi^2}$ Wb?

P. Stansiu

X.12. Circuitul oscilant al unui aparat de recepție are capacitatea de $c_1 = 1$ nF. Să se afle: 1) inductanța circuitului oscilant pentru a fi acordat pe lungimea de undă $\lambda_1 = 600$ m; 2) cum trebuie legat și ce capacitate trebuie să aibă un alt condensator care, legat la primul, circuitul oscilant să fie acordat pe lungimea de undă $\lambda = 6$ km (se aproximează π^2 cu 10).

M. Melnic

X.13. Unul din posturile noastre de radio-emisie lucrează pe lungimea de undă de 210 m. Pentru a emite oscilații ce se propagă pe lungimea de undă de 540 m, în serie cu antena se leagă o inductanță. Cît trebuie să fie această inductanță din valoarea inductanței proprii a antenei?

I. Frujină

X.14. Avem o antenă de emisie izolată de pămînt. La fiecare metru are o capacitate de 10 pF. Lungimea de undă fundamentală are valoarea λ_1.

Scanned with OKEN Scanner

Introducînd un condensator în serie de capacitate $1{,}5 \cdot 10^{-10}$ F, obținem o lungime de undă $\lambda_2 = \lambda_1/2$. Ne interesează care este lungimea în metri a antenei?

P. Forțu

X.15. Un circuit oscilant cu $L_1 = 0{,}001$ henry și $C_1 = 1$ nF are rol de excitator pentru un al doilea circuit oscilant în repaus cu rol de rezonator și care are $L_2 = 0{,}004$ henry. Ce capacitate trebuie să aibă al doilea circuit spre a fi în rezonanță cu circuitul excitator? Pe ce lungime de undă se vor acorda cele două circuite, considerînd primul circuit emițător, iar al doilea receptor?

S. R

X.16. Un radioreceptor este acordat pe lungimea de undă de 562,2 m. Circuitul său oscilant are inductanța de 1,8 mH și capacitateade $4{,}88 \cdot 10^{-11}$ F și i s-a atașat în paralel o antenă cu inductanța neglijabilă. Se cere: a) capacitatea totală folosită la recepție; b) capacitatea totală a antenei; c) capacitatea condensatorului aflat pe antenă, știind că antena are o capacitate proprie de $2 \cdot 10^{-6}$ μF.

E. Boia

X.17. Un circuit oscilant de recepție este prevăzut cu o antenă care are capacitatea proprie de $C = 0{,}05 \cdot 10^{-9}$ F, asociată în paralel cu cea a circuitului oscilant. Bobina folosită pentru recepția undelor lungi are următoarele caracteristici: $l = 90$ cm, $N = 300$ spire, $d = 10$ cm. Să se calculeze: 1) capacitatea maximă și minimă a condensatorului variabil corespunzătoare lungimilor de undă $\lambda_1 = 2000$ m și $\lambda_2 = 600$ m; 2) valoarea inductanței pentru recepționarea undelor medii, știind că frecvența limitei superioare a acestor lungimi de undă este $\nu_1 = 5 \cdot 10^5$ Hz; 3) valoarea superioară și inferioară a lungimilor de undă medii recepționate de acest post. Se consideră $\pi^2 = 10$.

L. Weisenberg

X.18. Un circuit oscilant de recepție este prevăzut cu o antenă cu capacitatea proprie $C_1 = \frac{40}{3}$ nF, asociată în paralel cu un condensator de capacitate variabilă, cu armături în formă de semicoroane circulare. Știind că bobina circuitului are inductanța $L = 4 \cdot 10^{-4}$ H, iar capacitatea maximă a condensatorului este $C_m = 314$ pF, se cere a se determina unghiul cu care trebuie rotite armăturile mobile față de cele fixe, astfel încît circuitul să se acorde pe lungimea de undă $\lambda = 628$ m.

Sfichi Romulus

X.19. Un condensator variabil este format din partu lame fixate între ele și din trei lame mobile semicirculare avînd raza de $6 \cdot 10^{-2}$ m. Distanța dintre o lamă fixă și una mobilă fiind $5 \cdot 10^{-4}$ m, iar unghiul sub care se rotesc lamele se înregistrează de către un cadran gradat de la 0—180. Acest condensator împreună cu o bobină de inductanță $L = 2 \cdot 10^{-4}$ H formează circuitul oscilant al unui receptor. 1) Care este diviziunea de pe cadranul indi-

Scanned with OKEN Scanner

cator cînd circuitul este acordat pe lungimea de undă 280 m şi 560 m? Presupunem capacitatea condensatorului proporţională cu indicaţiile cadranului. 2) Presupunem să staţia emiţătoare este reglată pe 560 m şi produce în circuitul receptor o tensiune eficace de 10^{-6} V. Care este intensitatea din circuitul presupus (reglat) acordat pe această lungime de undă dacă rezistenţa ohmică este 2Ω?

Ioan Popa

X.20. Circuitul oscilant al unui emiţător este format dintr-un condensator cu aer şi dintr-o bobină fără miez. Antena emiţătorului este o antenă dipol de lungime minimă. Capacitatea condensatorului se poate regla prin schimbarea distanţei dintre plăcile condensatorului. Dacă circuitul oscilant este plasat într-un mediu dielectric lichid (iar antena în aer) emiţătorul emite în condiţii bune, dacă distanţa dintre plăcile condensatorului este de 2 mm. Dacă antena este în lichid şi circuitul oscilant în aer, distanţa dintre plăci trebuie să fie 0,5 mm. Să se calculeze indicele de refracţie al dielectricului şi distanţa dintre plăcile condensatorului în cazul în care şi antena şi circuitul oscilant sînt plasate în aer. (În fiecare caz emiţătorul va funcţiona în condiţii optime).

Pal Balogh

X.21. Un post de radio recepţionează un apel S.O.S. pe lungimea de undă de 600 m. Cunoscînd că circuitul său oscilant are o bobină cu inductanţa de 100/986 H, rezistenţa totală a circuitului este 30 Ω şi că tensiunea folosită este 6 V se cere: 1) frecvenţa emisiei în kHz; 2) capacitatea condensatorului în pF; 3) intensitatea curentului în aparat în mA; 4) factorul de putere; 5) puterea activă a aparatului; 6) puterea reactivă.

Sc. Popescu

X.22. Pătratul distanţei maxime de recepţie, măsurată în km, a undelor emise de o antenă, e direct proporţional cu înălţimea antenei măsurată în m. La 9 m, înălţimea antenei, această distanţă este de 10,68 km. Semnalele emise de antenă sînt recepţionate pînă la 53,4 km. Se cere: a) înălţimea antenei; b) frecvenţa undelor emise de antenă; c) inductanţa unui circuit oscilant de recepţie, pentru aceste unde, ştiind că el are capacitatea de 1 pF.

Alexandru Burcin

X.23. Receptorul unui radioamator are reactanţa inductivă de 16 kΩ şi se acordă pe lungimea de undă de 1884 m. Se cere: a) să se calculeze capacitatea circuitului oscilant de recepţie; b) să se afle ce se întîmplă, dacă între unda recepţionată direct de la sursă şi o altă undă care vine prin reflexie în acelaşi moment există o diferenţă totală de drum de 48,042 km; c) la ce diferenţă de fază corespunde această diferenţă de drum.

X.24. Ce capacitate trebuie să aibă un circuit oscilant, care legat în serie cu antena unui aparat de recepţie, să elimine armonica a doua a oscilaţiilor emise de postul de radio difuziune ce lucrează pe 397 m, dacă bobina circuitului oscilant are inductanţa $2{,}2 \cdot 10^{-5}$ H?

I. Frujină

Scanned with OKEN Scanner

X.25. Un generator piezolelectric de ultrasunete funcţionează cu ajutorul unui circuit ce conţine un condensator cu capacitatea de 1 pF şi o bobină avînd 200 spire, lungimea de 20 cm, diamtrul 10 cm, şi un miez de fier cu $\mu_r = 500$. Cunoscînd că cuarţul vibrator oscilează întreţinut, să se determine: a) frecvenţa ultrasunetelor emise cît şi lungimea lor de undă, dacă pentru viteza lor de propagare în aer se consideră valoarea de $\frac{900}{\pi}$ m/s (se ia $\pi^2 = 10$); b) la distanţa de 6,3 m de cuarţul emiţător se află un perete aşezat normal pe direcţia de propagare a ultrasunetelor. Ce fenomen se produce în mediul dintre cristal şi perete?

L. Schwartz

X.26. În vid, radiaţiile electromagnetice ca: undele radio, lunionase, razele X, razele γ au aceeaşi: 1) lungime de undă; 2) frecvenţă; 3) perioadă; 4) viteză; 5) amplitudine?

X.27. Cum se difractă undele sonore de radio şi cele luminoase faţă de o clădire situată în drumul fasciculului?

C. F. 1972

X.28. De ce posturile de unde mijlocii se aud mai bine seara?

X.29. De ce nu ne putem bronza în spatele unui geam de sticlă?

Mircea Rusu

X.30. Pe ce proprietate a sticlei se bazează construcţia serelor?

X.31. De ce noaptea „ochiul de pisică" parcă emite lumină?

Mircea Rusu

X.32. Există lămpi care iluminează dar nu dau umbră?

Mircea Rusu

X.33. Cum arată o rază de lumină din profil?

Mircea Rusu

X.34. Lungimea de undă a unei radiaţii luminoase se micşorează de n ori în apă, n fiind indicele de refracţie al apei. Aceasta înseamnă că un scafandru nu poate vedea obiectele înconjurătoare în culorile lor naturale?

C. F. 1973

X.35. O rază incidentă de lumină face cu suprafaţa uleiului pe care cade un unghi de 20°. Ce fenomene optice au loc? Ştiind că mediul din care provine raza de lumină este vidul, să se afle unghiul de deviaţie al razei de lumină (se dă indice de refracţie relativ al uleiului $n = 1{,}60$).

Şerban Calciu

X.36. O rază de lumină ce cade pe o oglindă plană se reflectă astfel încît raza reflectată trece printr-un perete de sticlă fără a-şi schimba direcţia.

Scanned with OKEN Scanner

Știind că unghiul format de oglindă și suprafața de sticlă este de 30°, să se afle unghiul format de raza incidentă și raza reflectată.

Rodica Negulescu

X.37. O rază de lumină R intră într-un sistem format din două oglinzi plane (m) și (n) ce fac între ele unghiul α. După ce se reflectă alternativ în oglinzile (m) și (n), de două ori în fiecare, raza reflectată face cu raza R unghiul β. Să se arate că $\beta=4\alpha$. (Toate razele reflectate se găsesc în același plan, perpendicular pe cele două oglinzi).

Sorin Vlase

X.38. Un om cu înălțimea H își privește imaginea într-o oglindă plană. Care trebuie să fie înălțimea minimă a oglinzii, pentru ca omul să-și vadă imaginea întreagă? Unde trebuie așezată oglinda știind că înălțimea ochilor deasupra solului este h? La ce depărtare de oglindă trebuie să stea în acest caz omul?

Mihail Sandu

X.39. Pe o placă de sticlă ($n=1,5$) cade o rază incidentă. La ce unghi de incidență raza reflectată este perpendiculară pe raza refractată?

X.40. O rază monocromatică de lumină cade sub un unghi de incidență i pe un geam special (securit), cu fețe plane paralele, alcătuit din trei substanțe transparente diferite, care formează straturi distincte egale și perfect suprapuse. Ce valoare va avea unghiul de refracție al razei emergente?

C. F. 1972

X.41. De ce după apusul soarelui, cerul este cîtva timp încă luminat?

Mircea Rusu.

X.42. O rază luminoasă incidentă SI se reflectă în I la suprafața între aer și apă: unghiul de incidență este de 60°. În apă, raza refractată II', întîlnește o oglindă plană, ce face un unghi α cu suprafața dioptrului aer-apă. Raza se reflectă (I'I'') și întîlnește în I'' dioptrul aer-apă. Să se calculeze unghiul α, astfel ca raza I'II'' să sufere o reflexie totală în I'' $\left(n_{apă}=\frac{3}{4}\right)$.

Bac. Paris 1965.

X.43. Un fascicul filiform de lumină monocromatică cade pe o lamă transparentă plan paralelă, astfel încît fasciculul reflectant este perpendicular pe fasciculul refractat. Să se determine indicele de refracție al materialului lamei cunoscînd că deplasarea fasciculului emergent față de cel incident este $1/K$ ($K>1$) din grosimea lemei. *Aplicație numerică:* $K=2$; 3.

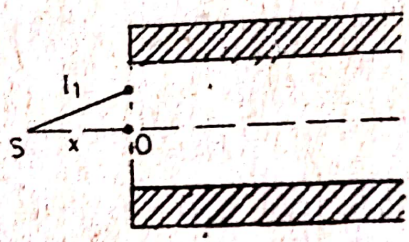
Romulus Sfichi

X.44. La ce distanță de diametrul orizontal al unei sfere de sticlă $\left(n=\frac{3}{2}\right)$ trebuie să trimitem o rază de lumină paralelă cu acest diametru pentru ca

ea să se refracte prin extremitatea cealaltă a diametrului. Să se dea o metodă geometrică de construcție a razei emergente în acest caz.

M. Martin

X.45. O sursă punctiformă (S) de lumină monocromatică se află în aer ($n_0=1{,}00$) pe axul unui cilindru transparent la distanța x de baza acestuia. Indicele de refracție al materialului din care este confecționat cilindrul este $n_1=1{,}60$. Cilindrul este acoperit cu o peliculă transparentă al cărui indice de refracție este $n_2=1{,}40$. Să se afle distanța x la care trebuie plasată sursa S pentru ca raza incidentă în I_1, la distanța y de 0 să fie reflectată total la limita de separație cilindru-peliculă.



I. Druică — Zeletin

X.46. Pilotul unui avion care zboară orizontal deasupra mării cu viteza v, la înălțimea h_1, față de nivelul apei, observă o epavă la adîncimea h_2. Cunoscînd indicele de refracție al apei (n) și presupunînd că în momentul reperării, avionul și epava se găseau pe aceeași verticală, să se calculeze: a) adîncimea reală h la care se află epava; b) cît timp vede pilotul epava.

Romulus Pop

X.47. Știind că indicele de refracție relativ al mediului din care este construită o prismă, este funcție de lungimea de undă a radiației luminoase conform relației: $n=a+\frac{b}{\lambda^2}$, să se demonstreze că radiația violetă este abătută cel mai mult de la direcția inițială, atunci cînd raza de lumină albă este dispersată de o prismă optică. ($a>0$; $b>0$).

Mihail Sandu

X.48. Sub ce unghi de incidență trebuie să cadă raza de lumină pe suprafața unei prisme ce are unghiul la vîrf egal cu α astfel ca la ieșirea din prismă raza să aibă aceeași direcție ca în prismă. Indicele de refracție al prismei este m, iar al aerului 1. *Aplicație:* $\alpha=30°$, $n=\sqrt{2}$.

Sorin Vlase

X.49. O rază de lumină se propagă aproximativ tangențial la fața unei prisme optice, avînd sensul de la bază spre vîrful acesteia, încît o străbate sub un unghi de emergență de 60°. Știind că se îndeplinește condiția: $\operatorname{tg}^2 r_1=$

$=1{,}6\ \mathrm{tg}^2 r_2$, unde r_1 este unghiul de refracție pe prima față a prismei, iar r_2 unghiul de incidență pe fața a doua, să se afle: a) indicele de refracție n al prismei; b) unghiurile r_1 și r_2.

D. Dumitru

X.50. O rază de lumină se refractă într-o prismă (indice de refracție n) într-un plan perpendicular pe muchia A a prismei. Luînd în considerare că unghiul de incidență i al razei pe fața prismei este constant și bineînțeles $n>1$, să se determine valoarea minimă a unghiului prismei pentru care raza suferă fenomenele reflexiei totale la ieșirea din prismă: *Aplicație numerică:* $n=1{,}8$ și $i=60°$.

Romulus Sfichi

X.51. O prismă cu unghiul la vîrf de 60° are indicele de refracție de $\sqrt{2}=1{,}414$, pentru lumina galbenă. 1) Să se determine unghiul de incidență corespunzător deviației minime cît și valoarea acestei deviații, pentru lumina galbenă; 2) care trebuie să fie valoarea unghiului de incidență pentru ca raza să sufere o reflexie totală pe a doua față a prismei?

Saint-Maur, 1970

X.52. Se dă o prismă optică avînd secțiunea dreaptă ABC în formă de triunghi dreptunghic isoscel cu unghiul drept în A. În această secțiune cade pe fața AB sub unghiul de incidență i o rază de lumină SI care se refractă în I după direcția IT, se reflectă pe fața argintată BC în T după direcția TE și se refractă în E pe fața AC după direcția ES_1. Să se determine unghiul pe care îl face raza incidentă SI cu raza emergentă ES_1.

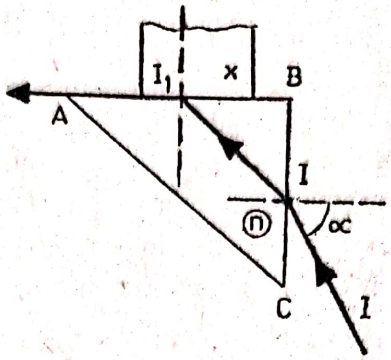
Romulus Sfichi

X.53. Se dă o prismă optică avînd secțiunea dreaptă ABC în formă de triunghi dreptunghic isoscel cu unghiul drept în A. În această secțiune cade pe fața AB în I o rază de lumină care se reflectă total pe fața AC după direcțiile ID și respectiv DF. În F pe fața BC care este argintată, raza se reflectă pe direcția FE și iese din prismă prin E pe fața AC. Să se determine unghiul pe care-l face raza incidentă cu raza emergentă.

Romulus Sfichi

X.54. Pe o față a unei prisme optice dreptunghiulare de indice de refracție n aflată în aer se așează un eșantion dintr-un material transparent al cărui indice de refracție este necunoscut. Un fascicul de lumină monocromatică incident pe fața BC a prismei sub unghiul α, se refractă și iese din

prismă razant la suprafaţa de separaţie dintre prismă şi eşantion. Să se determine indicele de refracţie al eşantionului în funcţie de n şi α (fig. X.54.).



Romulus Sfichi

X.55. Se dau două prisme astfel încît să aibă o faţă comună şi un vîrf comun, cunoscînd unghiurile celor două prisme, la vîrful comun α_1, şi α_2, indicii de refracţie ai prismelor n_1 şi n_2, indicele de refracţie al aerului 1, să se determine sub ce unghi de incidenţă trebuie să intre o rază de lumină în sistemul format din cele două prisme, astfel ca la ieşire raza să aibă direcţia avută în ultima prismă.

Sorin Vlase

X.56. O rază luminoasă SI situată în planul secţiunii principale a unei prisme echilaterale ABC, traversează prisma sub unghiul minim de deviaţie, apoi se reflectă pe o oglindă plană M al cărei plan este situat în prelungirea feţei BC a prismei. 1) Să se traseze mersul razelor; 2) să se demonstreze că după reflexia în oglinda M, raza emergentă este paralelă cu raza incidentă (SI); 3) se duce o perpendiculară OH (0 mijlocul lui BC) pe raza incidentă SI. Această perpendiculară OH formează un unghi de 20° cu bisectoarea OA a unghiului A al prismei. Să se determine indicele de refracţie al prismei în cazul deviaţiei minime.

Ioan Popa

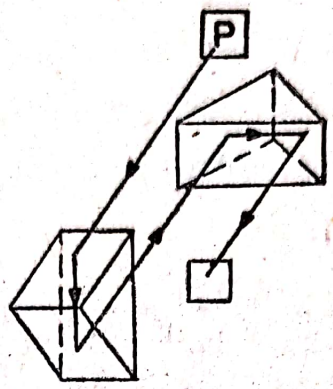
X.57. Ştiind că la trecerea unei raze de lumină albă printr-o prismă optică se obţine un fascicul emergent cu deschiderea unghiulară α, tangent la faţa prismei, să se determine unghiul prismei şi unghiul de incidenţă. Se cunosc indicii de refracţie pentru radiaţia violetă şi roşie.

Mihail Sandu

X.58. Două prisme optice, de reflexie totală, sînt aşezate ca în fig. X.58. În faţa celei verticale este aşezat un cartonaş pe care s-a scris litera „P". 1) Construiţi imaginea acestei litere în pătratul gol aşezat în faţa prismei orizontale; 2) stabiliţi transformarea geometrică la care trebuie supus obi-

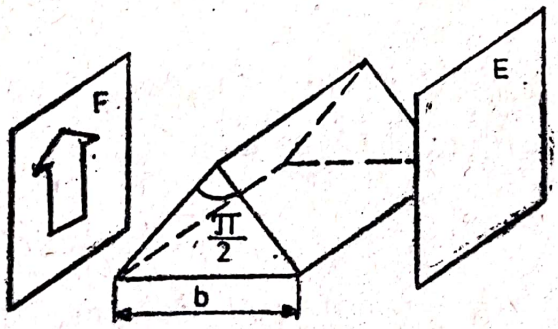
Scanned with OKEN Scanner

ectul pentru a fi adus peste imagine; 3) o lentilă convergentă este echivalentă, cu acest sistem de prisme (se poate obține aceeași imagine a acestui obiect și cu o lentilă)?



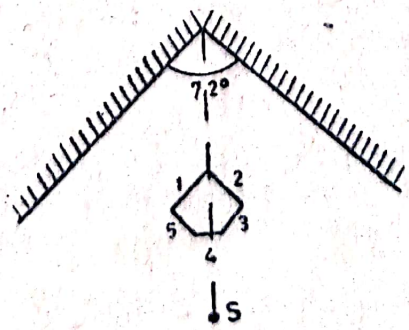
Iunian Chelu

X.59. Un fascicul de lumină, paralel cu baza unei prisme de reflexie totală, trece printr-o fantă de forma unei săgeți situată în planul F, ca în fig. X.59. Construiți imaginea care se obține în ecranul E. Determinați înălțimea maximă, la care se mai poate afla vîrful săgeții pentru a obține imaginea acesteia pe ecranul E, știind că indicele de refracție al sticlei în raport cu aerul este $n=1{,}5$ și baza prismei are valoarea b.



Iunian Chelu

X.60. O prismă cu baza un pentagon regulat este așezată între două plane care fac un unghi de 72°, ca în fig. X.60. Pe cele 5 fețe ale prismei sînt inscripționate cifrele de la 1 la 5. Prisma este fotografiată dintr-un punct



(s) situat în planul bisector al oglinzilor. Cîte imagini se obţin? Cum va arăta fotografia (desenaţi)? Încercaţi să faceţi fotografia unei persoane în aceste condiţii?

Iunian Chelu

X.61. O prismă optică are indicele de refracţie $n_2=\sqrt{3}$ iar unghiul prismei este $A=45°$. Raza incidentă vine dintr-un mediu cu $n_1=\sqrt{\frac{3}{2}}$, iar raza emergentă se propagă într-un mediu cu $n_3=\sqrt{2}$. Să se calculeze valoarea unghiului de deviaţie minimă.

Pal Balogh

X.62. Un tetraedru din sticlă cu indicele de refracţie n şi latura a este suspendat de un fir prin unul din vîrfurile sale. Pe el cade vertical un fascicul paralel de lumină monocromatică. Să se deducă ce se observă pe un ecran orizontal aşezat la distanţa a de baza tetraedrului. Se vor neglija eventualele reflexii ale luminii. *Aplicaţie:* $a=10$ cm, $n=2$.

C. F. 1971

X.63. În faţa unei oglinzi sferice concave cu raza de curbură 20 cm se aşează un corp ce are forma unui triunghi dreptunghic ABC, astfel, încît cateta AC să se situeze de-a lungul axului optic. La ce distanţă de vîrful V al oglinzii se va forma imaginea şi care sînt dimensiunile ei, dacă $VA=60$ cm, $VC=110$ cm şi $AB=10$ cm?

C. F. Iaşi, 1963

X.64. Un semnal radio trimis spre Lună este recepţionat pe Pămînt în urma reflexiei după 2,54 s. Ştiind că imaginea Lunii în oglinda concavă a unui telescop cu distanţa focală de 19,05 m, are diametrul de 17,5 cm, să se afle diametrul Lunii.

Gh. Moise

X.65. Un avion zboară la înălţimea H deasupra mării, Luna aflîndu-se la zenit, Pămîntul are raza R, iar distanţa Pămînt-Lună este D. Pilotul avionului vede mai mare Luna de pe cer decît Luna din apă; de cîte ori?

C. F. 1970

X.66. O oglindă sferică reflectă o rază de lumină paralelă cu axa optică principală. Raza reflectată intersectează axa optică la o distanţă de 10 cm de centrul sferei. Ştiind că distanţa dintre raza incidentă şi axa optică este de 8 cm, să se calculeze raza sferei din care a fost tăiată oglinda.

V. A. Balaş

X.67. Pe o reţetă de ochelari este scris: ...distanţa dintre centrele optice ale lentilelor pentru vedere la depărtare este 63 mm, iar pentru vederea de aproape 61 mm. Explicaţi de ce este necesară această diferenţă pentru aceiaşi ochi

Iunian Chelu

Scanned with OKEN Scanner

X.68. În faţa unei lentile convergente se aşează un obiect cu înălţimea de 10 cm, care formează pe un ecran imaginea sa înaltă de 40 cm. Dacă depărtăm obiectul cu 10 cm de lentilă înălţimea imaginii se micşorează de două ori. Să se calculeze distanţa focală a lentilei.

Leontin Domide

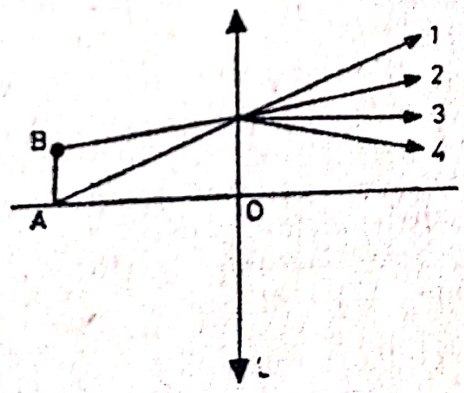
X.69. Dacă aţi încercat vreodată să citiţi ţinînd cartea foarte aproape de ochi, aţi constatat că este necesar un efort deosebit de acomodare, iar literele vă apar mai mari decît în mod normal. Puteţi explica acest rezultat?

Mihail Sandu

X.70. Un om în vîrstă, cînd citeşte trebuie să ţină cartea la distanţa de 40 cm de ochi. Să se calculeze ce convergenţă trebuie să aibă lentila cu care se poate corija această deformaţie şi care este distanţa ei focală?

I. Frujină

X.71. I Unde trebuie situat obiectul AB faţă de focarul lentilei convergente, pentru ca raza ce pleacă din punctul A să aibă una din cele patru direcţii indicate în fig. X.71. În ce poziţie imaginea obţinută ar fi virtuală? Schiţaţi imaginea. II. Ce condiţii trebuie să se îndeplinească în cazul poziţiei 4 din desen pentru ca dispozitivul realizat să funcţioneze ca un diascop sau ca un aparat de fotografiat. Faceţi în fiecare caz schiţa şi daţi explicaţiile necesare.



X.72. Pe o lentilă biconvexă cade un fascicul paralel de lumină albă. Ştiind că razele de curbură ale feţelor lentilei sînt $R_1 = 50$ cm şi $R_2 = 1$ m, să se calculeze distanţa care separă focarul razelor roşii pentru care $n_r = 1{,}510$ de focarul razelor violete pentru care $n_v = 1{,}525$.

C. A. Bucureşti, 1973

X.73. Convergenţa unei lentile este egală cu 4 dioptrii. Să se calculeze: a) la ce distanţă se va forma imaginea unui obiect aşezat la 50 de cm depărtare de lentilă; b) care este mărirea liniară ce se obţine în aceste caz.

X.74. În faţa unei lentile convergente se află un obiect aşezat perpendicular pe axul optic al lentilei la distanţa de 20 cm de lentilă. Să se afle:

Scanned with OKEN Scanner

a) la ce distanță de lentilă se formează imaginea; b) dacă lungimea obiectului este de 8 cm, ce lungime va avea imaginea; c) se cere construcția grafică. Distanța focală a lentilei este de 15 cm.

X.75. Să se arate că distanța minimă dintre obiectul și imaginea reală a acestuia într-o lentilă convergentă, este egală cu de 4 ori distanța focală.

X.76. Să se arate că pentru o lentilă convergentă subțire există relația: $\pm\frac{y_1}{y_2}+\frac{z_1}{f}=\pm\frac{y_2}{y_1}+\frac{z_2}{f}=2$ unde y_1 este lungimea obiectului, y_2 — lungimea imaginii, z_1 — distanța de la obiect la focarul — imagine, z_2 — distanța de la imagine la focarul — obiect, iar f — distanța focală (semnul „+" are loc simultan în primii doi membrii ai relației cînd obiectul se află între lentilă și focarul — obiect, iar „—" cînd se află după focarul — obiect).

Șerban Calciu

X.77. O lentilă convergentă cu distanța focală „f" formează imaginea unui obiect de lungime „a", așezat perpendicular pe axa principală. Să se studieze și să se reprezinte grafic variația mărimii acestei imagini în funcție de poziția obiectului.

L. Schwartz

X.78. Două lentile ($f_1=50$ cm, $f_2=75$ cm) se găsesc la 3 m distanță. În ce punct al axei comune, între cele două lentile, trebuie să așezăm un obiect ca cele două imagini formate să aibă aceeași mărime?

L. Schwartz

X.79. O lentilă biconvexă din sticlă cu indicele de refracție $n=1{,}5$ are fețe cu aceeași rază de curbură $R=12$ cm. Lentila se așează între un obiect luminos și un paravan. Distanța dintre obiect și paravan este de $d=60$ cm. Să se determine: a) pozițiile lentilei, în care se formează imagini reale și clare pe paravan; b) raportul dintre mărimea imaginii și a obiectului, corespunzător pozițiilor de la punctul a).

C. A. Timișoara, 1971

X.80. Imaginea reală a unui obiect de 3 cm înălțime, trebuie să se formeze pe un ecran situat la distanța de 1 m de obiect. Se folosește o lentilă subțire plan convexă, avînd raza de curbură a feței convexe egală cu 10 cm. Există două poziții posibile ale lentilei, distanța dintre ele fiind de 50 cm. Să se afle: a) mărimile imaginilor în cele 2 cazuri; b) distanța focală a lentilei; c) indicele de refracție al materialului lentilei.

C. A. Timișoara 1973

X.81. În ce caz o lentilă biconvexă, confecționată dintr-un material de indice de refracție $n>1$, plasată în aer va funcționa ca o lamă cu fețe plan paralele?

Scanned with OKEN Scanner

X.82. O lentilă convergentă formează imaginea unui obiect pe un ecran, înălțimea imaginii este i. Lăsînd în același loc ecranul și obiectul, se deplasează lentila înspre ecran și se obține o a doua imagine a obiectului cu înălțimea i_1. Să se calculeze înălțimea obiectului O.

C. F. 1973

X.83. Un mobil se află la distanța $2f$ în stînga unei lentile convergente cu distanța focală f. Mobilul execută o mișcare oscilatorie armonică perpendicular pe axul optic cu amplitudinea $A=2f$ și pulsația ω. Să se exprime și să se reprezinte grafic poziția y a imaginii față de axul optic în funcție de timp. Care este expresia vitezei punctului imagine.

L. Schwartz

X.84. Se dă o lentilă de convergență 10 dioptrii. Un obiect virtual situat între focarul F și lentilă dă o imagine reală situată la 5 cm de obiect, încît aceasta se vede din focarul F′ sub un unghi de 45°. Se cere: a) să se construiască imaginea obiectului în lentilă; b) să se afle mărimea obiectului și imaginii.

D. Văcaru

X.85. O lentilă plan convexă are raza de 10 cm și $n=1{,}5$. La 15 cm în fața ei se așează un obiect înalt de 5 cm. Să se determine: 1) poziția, natura și mărimea imaginii; 2) obiectul rămînînd la aceeași distanță față de lentila așezată cu fața convexă spre el, dar avînd argintată față plană, să se afle poziția, natura și mărimea imaginii finale în acest caz; 3) să se arate mersul razelor în ambele cazuri.

N. Stănescu

X.86. Să se demonstreze relația: $\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$.

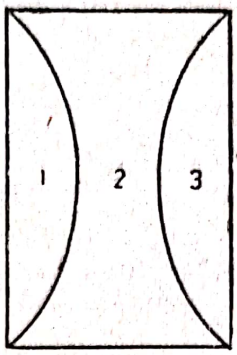
C. F. 1972

X.87. O lentilă compusă este formată dintr-o lentilă biconcavă și o lentilă biconvexă. Lentila biconcavă este confecționată din sticlă de crown ($n=1{,}5$) cu razele de curbură de $2\cdot10^{-1}$m și $4\cdot10^{-2}$m. Lentila biconvexă, fiind folosită ca lupă de un om cu vedere normală, mărește de 5 ori. Să se afle: a) distanța focală a lentilei biconvexe; b) distanța focală a lentilei biconcave; c) convergența lentilei, compuse; d) unde trebuie așezată lentila compusă pentru a da o imagine reală pe un ecran așezat la distanța de $9\cdot10^{-1}$m de obiect.

E. Huniar

X.88. Dintr-o placă de sticlă cu fețele paralele s-au confecționat trei lenlentile. Distanța focală a sistemului format din lentilele 1 și 2 este F', iar

distanţa focală a sistemului format din lentilele 2 şi 3 este F''. Să se determine distanţa focală a fiecărei lentile.



P. L. Kapiţa

X.89. O lentilă plan concavă are raza de curbură de 10 cm şi indicele de refracţie $n_1=1{,}5$. La 20 cm în faţa ei se află un obiect înalt de 8 cm. 1) Să se determine poziţia, natura şi mărimea imaginii; 2) de lentila dată se alătură axial o altă lentilă identică avînd concavităţile faţă în faţă, iar golul format se umple cu apă ($n=4/3$). Obiectul rămînînd tot la 20 cm în faţa lentilei formate, să se determine poziţia, natura şi mărimea imaginii în acest caz; 3) să se arate mersul razelor în ambele cazuri.

C. F. 1964

X.90. La capetele unui tub de carton lung de $10\,R$ se aşează două lentile identice, fiecare obţinută prin lipirea a două lentile divergente identice de curburi „$-R$“ şi „$+\frac{4R}{3}$“; golul format între acestea este umplut cu apă. Să se afle poziţia imaginii soarelui cînd razele trec prin instrumentul optic astfel obţinut ştiind că lentilele ce se lipesc sînt făcute din crown uşor de $n_1=1{,}5$, iar apa de $n_2=1{,}33$.

Stoicescu C

X.91. Două lentile subţiri, biconvexe şi identice sînt puse în contact coaxial. Intervalul dintre ele rămas liber se umple cu un lichid de indice de refracţie $n_1=\frac{4}{3}$ care formează o lentilă divergentă. Lentilele convergente au razele de curbură de 20 cm şi indicele de refracţie $n_2=3/2$.

La 60 cm distanţă de sistemul optic astfel format se aşează un obiect cu înălţimea de 3 cm. Să se afle mărimea imaginii şi distanţa la care se află faţă de sistemul optic.

V. Damian

X.92. Un obiect este aşezat în aşa fel faţă de o lentilă biconvexă cu razele de curbură egale între ele şi egale cu „R“ ($r_1=r_2=R$), încît distanţele de la centrul optic la obiect şi imagine să fie egale. Acolînd lentilei L_1 o altă lentilă L_2 aşa încît faţa concavă a celei de a doua să se suprapună perfect

pe fața convexă a primei, se observă că imaginea obiectului, care și-a păstrat aceeași poziție față de lentilă, se depărtează la dublul distanței inițiale. Să se afle cea de-a doua rază de curbură a lentilei L_2 în funcție de „R" știind că lentilele sînt confecționate din același materiale.

C. Stoicescu

X.93. Pe un banc optic, la distanța d una de alta, se găsesc două lentile: prima convergentă cu distanța focală $f_1 \geq d$ iar a doua divergentă cu distanța focală $f_2 \leq f_1$. Pe lentila convergentă cade un fascicul cilindric de raze paralele, îndreptat în lungul axului optic principal, comun celor două lentile. a) Să se calculeze în raport cu f_1, f_2 și d, distanța D cu care se deplasează punctul de convergență al fasciculului ce iese din lentila convergentă, datorită prezenței lentilei divergente; b) dacă diametrul fasciculului incident este de 8 cm, iar $f_1 = 16$ cm, ce valori trebuie să aibă d și f_2, pentru ca fasciculul ce iese din lentila divergentă să fie tot paralel și cilindric, dar cu diametrul de 2 cm.

M. Leoveanu

X.94. Fie un ansamblu de două lentile convergente identice cu distanța focală de 6 cm, centrate pe același ax, la distanța de 6 cm una de alta. 1) Să se studieze mersul unei raze incidente, paralelă cu axul lentilelor. Care este punctul F în care raza convergentă corespunzătoare taie axul principal? Să se determine poziția lui. 2) Fie un punct F, situat înaintea celor două lentile, pe axul comun. Unde trebuie să fie așezat F, pentru ca orice rază provenită din acest punct să iasă din sistem, paralel cu axul principal?

New York 1964

X.95. O lentilă concav-convexă (menix convergent) din sticlă ($n = 1{,}5$) are razele de curbură de 5 cm și 10 cm. Coaxial și în dreapta se așează o lentilă convergentă cu distanța focală de 1,5 cm. În stînga primei lentile la distanța de 30 cm se așează un obiect de 3 cm. Să se studieze imaginea finală în următoarele situații: a) lentilele sînt în contact; b) lentilele se află la distanța de 70 cm una față de alta.

V. Damian

X.96. O lentilă convergentă are distanța focală de 12 cm. În fața ei se așează un obiect la distanța de 20 cm. Imaginea formată de lentilă servește drept obiect unei alte lentile convergente, care are distanța focală de 10 cm. Distanța dintre lentile este de 60 cm. Să se determine: a) convergențele C_1 și C_2 ale celor două lentile; b) cum este imaginea formată de prima lentilă, unde este plasată și în ce raport, ca mărime, stă cu obiectul; c) la ce distanță față de a doua lentilă se găsește imaginea dată de prima lentilă; d) cum este imaginea formată de a doua lentilă, unde este plasată față de ea și în ce raport, ca mărime, stă cu obiectul inițial.

C. A. București

X.97. Se consideră două lentile plan convexe de 10 dioptrii fiecare, așezate coaxial la 36 cm depărtate una de alta. a) Să se determine distanța fo-

cală f a lentilelor și raza de curbură a feței, știind că indicele de refracție al sticlei din care sînt confecționate este 1,8. În fața primei lentile, la 15 cm depărtare se găsește un obiect luminos liniar de 5 cm, așezat perpendicular pe axa principală. Să se construiască imaginea finală prin sistemul celor două lentile și să se determine la ce depărtare de prima lentilă se formează această imagine; c) care este mărimea imaginii dată de fiecare lentilă.

C. A. Timișoara 1970

X.98. Două lentile convergente avînd distanțele focale $f_1=8$ cm și $f_2=4$ cm se găsesc pe același ax la distanța de 14 cm una de alta. La 24 cm, în fața primei lentile, se găsește un obiect y_1 perpendicular pe ax. Se cere: a) să se construiască imaginea dată de sistemul de lentile și să se arate felul imaginii; b) să se determine depărtarea la care se formează imaginea finală de centrul optic al primei lentile; c) să se calculeze raportul dintre mărimea liniară a imaginii finale y_3 și mărimea obiectului y_1.

L. S.

X.99. O lentilă convergentă ($f_1=100$ cm) și una divergentă ($f_2=90$ cm) se găsesc la 50 cm distanță. Obiectul se află la 11 m în stînga lentilei convergente. La ce distanță de lentila divergentă se va forma imaginea și care va fi caracterul ei? Se cere și construcția grafică.

L. S.

X.100. Două lentile convergente L_1 și L_2 avînd distanțele focale $f_1=20$ cm și $f_2=10$ cm se găsesc la 50 cm distanță. O lentilă L_3 cu $f_3=5$ cm se poate deplasa între cele două lentile. Pentru care poziție a lentilei L_3, imaginea unui obiect așezat la 60 cm de L_1 se va forma la distanța maximă de L_2. Cît e această distanță maximă?

L. Schwartz

X.101. Pe un banc optic se fixează două lentile plan convexe identice cu $r=5$ cm și $n=1,5$ astfel ca un obiect așezat la 20 cm în fața primei lentile să formeze în spatele celei de a doua o imagine reală și dublă ca mărime față de obiect. Să se calculeze distanța imagine finală obiect. La 60 cm în spatele lentilei a doua se fixează o oglindă concavă cu $f=15$ cm. Unde se va forma în acest caz imaginea finală și cum va fi ea față de obiect?

C. V.

X.102. O lentilă e formată din două lentile subțiri convergente acolate, avînd $f_1=6$ cm și $f_2=3$ cm. La 10 cm de ea se găsește o altă lentilă convergentă L_3. Un fascicul de raze paralele cu axul optic principal comun, după ce trece prin întregul sistem, se concentrează într-un punct aflat la 5 cm de L_3. a) Care este convergența lentilei acolate?; b) care este distanța focală a lentilei L_3?; c) la ce distanță ar trebui așezată lentila L_3 pentru ca fasciculul să iasă paralel cu axul optic principal?

S. L.

Scanned with OKEN Scanner

X.103. Se așează un obiect AB la 9 cm față de o lentilă convergentă L cu mărirea 4. Să se afle la ce distanță față de L trebuie să așezăm o lentilă divergentă L_1 cu distanța focală $f=6$ cm, pentru ca imaginea obiectului să se formeze la infinit. Cum este imaginea dacă deplasăm L_1 spre L? Dar dacă o deplasăm în sens invers?

Remus Nițulescu

X.104. Se dă o lentilă convergentă L_1. Imaginea reală $A'B'$ a unui obiect AB se formează la distanța p' de lentilă. Se așează o lentilă L_2 în spatele lentilei L_1 la distanța $d<p'$, astfel ca $A'B'$ să devină un obiect virtual. Se întreabă: imaginea finală $A''B''$ va fi reală sau virtuală? Discuție (se rezolvă grafic).

C. F. 1974

X.105. În fața unei lentile convergente cu distanța focală f_1 se așează un obiect luminos liniar la distanța $p'>f_1$; a) La ce depărtare de prima lentilă trebuie așezată o altă lentilă convergentă cu distanța focală f_2 pentru ca imaginea dată de aceasta să fie în prelungirea obiectului: b) să se afle valoarea minimă a distanței dintre lentile, pentru care depărtarea de la obiect la imaginea finală (reală sau virtuală) este maximă. *Aplicație numerică*: $f_1=1$ m; $f_2=1{,}125$ m; $p_1=2$ m.

Mihail Sandu

X.106. O lentilă plan convexă L_1 cu raza de curbură a feței convexe de 10 cm se așează coaxial cu o lentilă concav-convexă L_2 cu razele de curbură de 15 cm pentru fața convexă și de 30 cm pentru fața concavă; ambele lentile au indicele de refracție 1,5. În fața lentilei L_1 la distanța de 28 cm se așează un obiect. Să se calculeze: 1) distanța dintre cele două lentile pentru ca imaginea definitivă să fie virtuală și de 6 ori mai mare decît obiectul; care va fi distanța dintre obiect și imaginea definitivă?: 2) între ce limite poate varia distanța dintre obiect și lentila L_1 pentru ca imaginea definitivă să fie virtuală (nu se ține seama de mărimea imaginii).

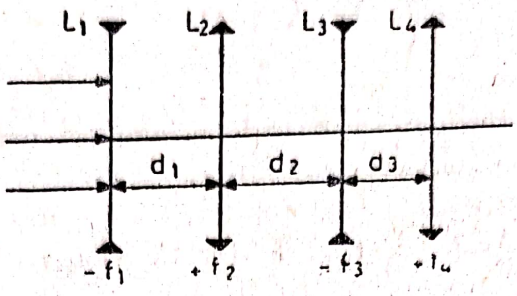
R. Petrăreanu

X.107. Un obiect se găsește la 50 cm în stînga unei lentile cu distanța focală de 25 cm. O altă lentilă cu distanța focală de 20 cm se află în dreapta primei. 1) Să se studieze formarea imaginii în cea de a doua lentilă atunci cînd distanța dintre lentile variază între 0 și ∞; 2) să se reprezinte grafic variația distanței dintre imagine și lentila a doua în funcție de distanța dintre cele două lentile.

Ion Popa

Scanned with OKEN Scanner

X.108. Se consideră sistemul centrat de 4 lentile din figura X.108. Să se scrie condiția necesară pentru ca poziția imaginii dată de sistem (față de L_4) să nu depindă de d_3.



Dan Nicolaescu

X.109. Pe masa de lucru se găsesc pe suporturi, trei lentile diferite, un ecran pe care este desenată o figură geometrică, un fir vertical fixat pe suport, și o bandă divizată pentru măsurat lungimi. Numai cu ajutorul acestor piese să se determine distanțele focale precum și semnul lor.

Concurs Internațional, Moscova 1970

X.110. Obiectivul unui aparat de proiecție este format prin asocierea a două lentile subțiri, una biconvexă din crown cu indicele de refracție $n_1 = 1{,}52$, razele de curbură a celor două fețe ale lentilei fiind egale. Cealaltă lentilă este un menisc divergent din flint cu indicele de refracție $n_2 = 1{,}68$, fața concavă are raza de curbură egală cu a fețelor lentilei biconvexe, iar fața convexă are raza de 3 ori mai mare. Să se afle: a) convergența sistemului, dacă imaginea unui obiect aflat la 20 cm de centrul optic este reală și se formează la 30 cm de obiectiv; b) razele de curbură ale fețelor celor două lentile; c) distanța focală a fiecărei lentile.

F. Cora

X.111. Un obiect este fotografiat de la distanțele d_1 și respectiv d_2 obținându-se mărimile liniare ale imaginii h_1 și h_2. Să se calculeze distanța focală a obiectivului aparatului de fotografiat.

Romulus Sfichi

X.112. Un obiect este fotografiat cu ajutorul unui aparat fotografic folosind timpul de expunere 1/250 s. Diafragma aparatului fotografic are diametru de 1 cm și este așezată la 5 cm de pelicula fotografică. Obiectivul este o lentilă simplă și se găsește la 8 cm de peliculă. Să se calculeze timpul de expunere necesar pentru fotografiere, dacă lentila se va înlocui cu un ecran prin care s-a practicat un orificiu de 1 mm, celelalte condiții menținându-se constante.

Pal Balogh

X.113. În urma fotografierii unei lovituri de la 11 m, mingea în mișcare a produs o dungă de 1 cm lungime pe film. Știind că timpul de expunere

este de 1/20 s, că portarul aflat pe linia porții, la mijlocul ei, are viteza de întracțiune de 10 m/s în orice punct al porții, timpul de reacțiune în urma unei excitații fiind de 0,1699 s, să se afle dacă portarul va apăra această lovitură. Se consideră că mingea șutată spre poartă are viteza constantă, iar `trecerea este rectilinie. Se dau dimensiunile porții de 250 cm și 700 cm. Fotografierea a avut loc de pe o direcție perpendiculară pe traiectoria mingii, la 12 m de aceasta, iar camera obscură are distanța dintre clișeu și obiectiv de 6 cm.

Constantin Angheluță

X.114. Pentru confecționarea unui obiectiv fotografic constructorul a folosit două lentile: una divergentă cu distanța focală $f_1=5$ cm și alta convergentă cu distanța focală $f_2=8$ cm. Lentila divergentă se așează la o distanță $l=45$ cm de pelicula fotografică.Unde trebuie așezată lentila convergentă pentru ca să se obțină pe peliculă imagini clare ale obiectelor îndepărtate?

Concurs de selecție, O. I

CAPITOLUL XI

Probleme de sinteză

XI.1. Un turist pornește la drum la ora „t_0“ dimineața și după mai multe popasuri, pe un traseu stabilit, ajunge sus la cabană la ora „t“ seara. Dimineața următoare se întoarce pe același traseu pornind la „t_0“ și sosește jos la ora „t“ seara, fără popasuri. În timpul coborîrii s-a întors de mai multe ori după obiectele pierdute pe drum: a) să se demonstreze că numărul punctelor în care se află la aceeași oră pe traseu, în același loc, în ambele zile, este impar; b) este adevărată afirmația de mai sus dacă un obiect pierdut se găsește la locul popasului? Viteza turistului de deplasare este constantă.

Zoltan Vereș

XI.2. Într-un punct fixăm două fire de lungimi egale și inextensibile. De capătul fiecărui fir legăm cîte o mică sferă de plumb. Obținem astfel două pendule simple. Față de direcția verticală, simetric, le ducem cu firul întins pînă ce formează un unghi drept. Simultan le dăm drumul și astfel bilele se ciocnesc neelastic. Să se demonstreze că atunci cînd masele celor două bile sînt egale între ele, bilele își variază temperatura cel mai mult.

Panaite Forțu

XI.3. Pe timp de ceață un far emite simultan un semnal sonor aerian viteza sunetului în aer fiind v_1 și un semnal sonor transmis prin apă, viteza sunetului prin apă fiind v_2. O navă care se apropie de far cu o mișcare uniformă rectilinie recepționează cele două semnale sonore la un interval de timp t_1. După ce a trecut un timp t de la recepționarea primului semnal,

Scanned with OKEN Scanner

alte două semnale (subacvatic și aerian) se succed după un timp t_2. Cu ce viteză se apropie nava de far.

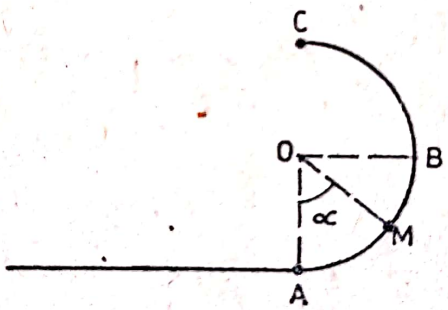
C. F. 1974

XI.4. Legea de dependență a energiei potențiale de distanța față de origine este exprimată prin funcția multiformă (în J):

$$U(x)=\begin{cases} 0 \text{ dacă } x\leq 0 \\ 2x \text{ dacă } 0\leq x\leq 1 \text{ m} \\ 2 \text{ dacă } x\geq 1 \text{ m} \end{cases}$$

În momentul inițial un corp cu masa de 1 kg pleacă din origine ($x=0$) și se mișcă rectiliniu cu viteza v_0 (m/s). a) $v_0=1$ m/s; b) $v_0=1{,}9$ m/s; c) $v_0=2{,}1$ m/s. Cu care dintre aceste viteze corpul poate continua mișcarea un timp nedefinit? În cazurile în care nu se poate, stabiliți poziția punctului în care se oprește? (corpul nu se întoarce).

XI.5. În fig. XI.5 este reprezentat un jgheab semicircular de raza R. Să se găsească: 1) viteza minimă ce trebuie imprimată unui corp în A pentru a parcurge jgheabul circular ABC; 2) viteza corpului într-un punct oarecare M, în funcție de unghiul α; 3) forța de apăsare normală pe șină, într-un punct oarecare (M) și în particular în punctele A.B.C; 4) distanța pe orizontală între punctul A și punctul de incidență a corpului cu planul orizontal (se neglijează frecarea).



T. Perciu

XI.6. De-a lungul unei șosele rectilinii se întinde un zid. Pe șosea se deplasează o mașină. La un moment dat din mașină se aruncă o minge spre perete sub un unghi de 45° față de orizontală. În momentul acesta mașina începe să frîneze cu accelerația de 1,36 m/s². Mingea ciocnind peretele revine în mașină. Să se determine unghiul pe care îl formează traiectoria mingii cu șoseaua într-un sistem de referință care se deplasează cu viteză constantă, egală cu viteza inițială a mașinii.

Pal Balogh

XI.7. Un corp de masă m_1 este aruncat cu viteza inițială v_0, sub un unghi α față de orizontală. În punctul cel mai înalt al traiectoriei el lovește masa m_2 a unui pendul de lungime l (aflat în repaus) făcînd corp comun cu ea. Cunoscînd m_1, v_0, m_2, g să se discute în funcție de l, posibilitatea ca α să

Scanned with OKEN Scanner

fie egal cu unghiul de deviație al pendulului. *Aplicație numerică*: $m_1=1$ kg; $m_2=1$ kg; $v_0=200$ m/s; $l=2{,}5$ m; $g=10$ m/s^2.

L. Popescu

XI.8. Pe un plan înclinat care face cu orizontala un unghi α, astfel că: $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, se lansează de jos în sus un corp de masă $m=5$ kg cu o viteză $v_0=12$ m/s. Accelerația gravitației fiind $g=10$ m/sec^2. Corpul parcurge pe plan distanța $AB=10$ m, se oprește în punctul B și coboară apoi din nou pe planul înclinat pînă în A. a) să se arate că există frecare între corp și planul înclinat și să se determine forța de frecare și coeficientul de frecare; b) care este viteza corpului cînd acesta ajunge din nou în A, după coborîrea planului; c) ce număr de electroni ar trebui accelerați de la viteza 0 sub o tensiune $U=100$ kV, pentru ca prin ciocnirea lor cu o placă metalică să se emită aceeași cantitate de căldură ca și cea rezultată din trecerea corpului după revenirea lui în punctul A ($e=1{,}6\cdot10^{-19}$ C).

XI.9. Pe un plan cu înclinare α față de orizontală, la înălțimea H se află un corp de masă m, încărcat cu o cantitate de electricitate $+q$. Lăsat liber, corpul va efectua o mișcare într-un cîmp electric uniform, de intensitate E, paralel cu planul înclinat. Coeficientul de frecare fiind μ (același și pe planul înclinat și pe orizontală). Să se afle: 1) accelerația mișcării pe planul înclinat; 2) viteza la baza planului; 3) accelerația mișcării pe orizontală; 4) timpul pînă la oprire-calculat de la baza planului (cîmpul electric are aceeași orientare și cînd corpul se mișcă pe orizontală); 5) care sînt condițiile pentru ca mișcarea să se desfășoare în modul subînțeles în textul problemei.

Romulus Sfichi

XI.10. Variind înclinarea unui plan înclinat s-a găsit că un corp așezat pe acest plan rămîne în repaus pînă la un unghi maxim $\chi=30°$. Fixînd înclinarea planului la un unghi $\alpha=45°$, s-a găsit că viteza limită de lunecare liberă a corpului în jos pe planul înclinat atinge valoarea $c=4$ m/s, forța de rezistență a aerului fiind proporțională cu pătratul vitezei corpului. Lansînd corpul cu viteza inițială $v_0=2$ m/s în sus pe planul înclinat, să se afle cu ce viteză se întoarce corpul înapoi la baza planului înclinat.

A. Hristev

XI.11. Un corp de masă mare este suspendat de un fir prins de tavan. De corp este legat un alt fir identic de care se trage în jos. Dacă tragem încet se rupe firul superior. Dacă tragem brusc se rupe firul inferior. De ce?

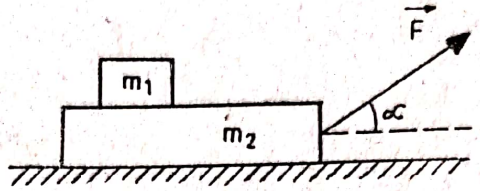
C. F. 1973

XI.12. Avem un inel de fier de lățime L și rază interioară r_1 și în el forțăm un cilindru de aluminiu, de rază r_2 și greutate G. Sistemul orientat pe verticală duce la mișcarea uniformă a cilindrului prin inel. Care e formula coeficientului de frecare?

P. Forțu

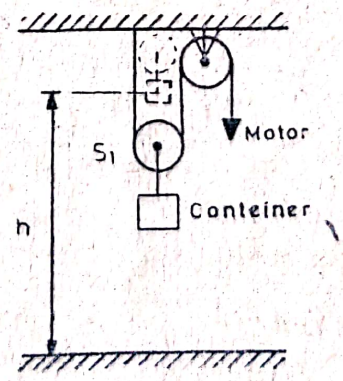
Scanned with OKEN Scanner

XI.13. Un corp prismatic de masă m_1 este aşezat pe o platformă de masă m_2, la rîndul ei aceasta se află pe o masă orizontală. Coeficientul de frecare între corp şi platformă este μ_1, iar între platformă şi masă este μ_2. O forţă F aplicată platformei face un unghi α cu orizontala punctului ei de aplicaţie. Ce valoare maximă poate să aibă această forţă pentru ca corpul să rămînă în echilibru pe platformă (fig. XI.13)?



Ilie Neagoe.

XI.14. Pe un şantier de construcţii se utilizează un scripete mobil S_1, pentru manevrarea unor materiale prin ridicare şi coborîre pe o înălţime $h=20$ m, conform fig. XI.14. Corpul ridicat împreună cu containerul are masa $m_1=750$ kg, iar la coborîre containerul rămas gol are masa $m_2=50$ kg. Se presupune că la coborîre, pînă la jumătate din înălţimea h, masa m_2 are o mişcare uniformă accelerată cu acceleraţia $g=10$ m/s^2. Containerul este legat de scripetele mobil printr-un cablu de oţel care are modulul de elasticitate $E=2\cdot10^{11}$ N/m^2 şi secţiunea $S=0{,}5$ cm^2. Sistemul de scripeţi este acţionat de un motor. Se cere să se calculeze: 1) forţa ce trebuie dezvoltată de motor cînd sarcina de masă m_1 este ridicată uniform şi cînd aceasta este ridicată uniform accelerat cu acceleraţia $a=2$ m/s^2; 2) forţa de frînare dezvoltată de motor pentru ca containerul de masă m_2 să coboare ultima jumătate din înălţimea h, uniform încetinit, astfel încît să atingă solul cu viteza $v=0$; 3) alungirea relativă a cablului la ridicarea uniformă şi la ridicarea uniform accelarată a sarcinii de masă m_1; 4) lucrul mecanic efectuat de motor la ridicarea uniformă şi uniform accelerată a masei m_1; 5) timpul în efectuează ridicarea masei m_1 în mişcarea uniformă, dacă puterea debitată de motor în acest caz este $P=5$ kW.



C. F. 1973

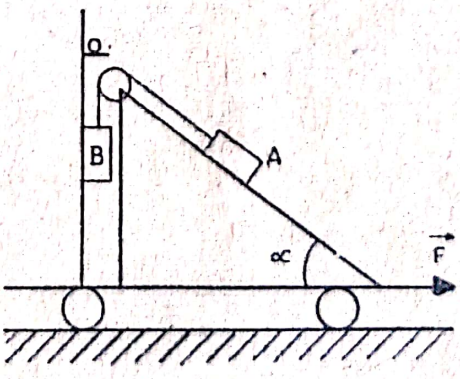
XI.15. Peste un scripete fix este trecut un fir avînd legaţi la capete doi cilindri de mase $M_1=M_2=400$ g. Peste aceşti cilindri se aplică o suprasarcină de mase $m_1=150$ g şi respectiv $m_2=50$ g. Capătul de sus al cilindrului M_1 se află la distanţa $H=20$ cm de capătul de sus al unui resort elicoidal aflat pe aceeaşi verticală şi fixat la partea inferioară. Pe acest capăt al resortului se mai găseşte fixat un inel avînd masa $m=100$ g. Dacă din acest resort am face un pendul elastic cu masa $m_p=1$ kg, el ar avea perioada de oscilaţie: $T_p=\pi/5$ s. Cilindrul M_1 în cădere poate să treacă prin interiorul inelului şi al spirelor fără a se lovi de ceva, dar suprasarcina se loveşte de capătul de sus al resortului fixîndu-se pe inel. Se cere să se determine: a) pe ce distanţă s-a deplasat în jos cilindrul M_1 şi după cît timp de la începerea mişcării va începe să urce?; b) ce tensiuni se produc în fir? c); care este perioada de oscilaţie a pendulului elastic format din resort, inel şi suprasarcina m_1?; d) ce deformare de comprimare suferă resortul după căderea pe el a masei m_1 şi la ce înălţime se ridică capătul resortului faţă de poziţia sa iniţială la destindere? (Se neglijează frecările, iar ciocnirea suprasarcinii m_1 cu resortul se consideră plastică).

M. Tironiac

XI.16. Un vagon lunecă liber în jos pe un plan înclinat care formează un unghi $\alpha=45°$ cu orizontala. În vagon este suspendat un pendul simplu (matematic) de lungime $l=0{,}73$ m şi masă $m=100$ g. În timpul lunecării, pendulul are o poziţie de echilibru relativ deviată cu unghiul $\beta=30°$ faţă de varticală. Să se calculeze: 1) coeficientul de frecare la lunecare dintre vagon şi planul înclinat; 2) tensiunea din firul de suspensie al pendulului în poziţia sa de echilibru relativ; 3) perioada micilor oscilaţii ale pendulului în jurul poziţiei sale de echilibru relativ.

A. Hristev

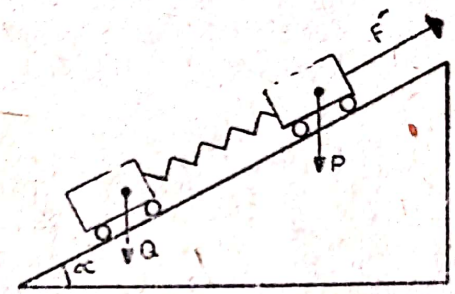
XI.17. Se dă sistemul de masă totală M, din fig. XI.17 care se mişcă uniform accelerat cu acceleraţia $\vec{a}$. Masa corpului A este M_1, iar masa corpului B este M_2, astfel încît B să provoace urcarea lui A pe planul înclinat sub unghiul α, cu acceleraţia a_1. Se mai adaugă condiţia $a\,M_1\cos\alpha<\sin\alpha\cdot G_A$. Cunoscînd că sistemul se deplasează cu frecare neglijabilă, că frecările la axul scripetelui sînt neglijabile, iar coeficientul de frecare de alunecare al lui A pe suport şi al lui B pe scîndura verticală este μ să se afle: a) M_2; b) viteza v a sistemului la ciocnirea cu un obstacol, dacă o bilă aşezată la o înălţime h este catapultată la distanţa l, măsurată pe orizontală?; c) cît timp se mişcă sistemul dacă el porneşte din repaus?



Dan Achihai

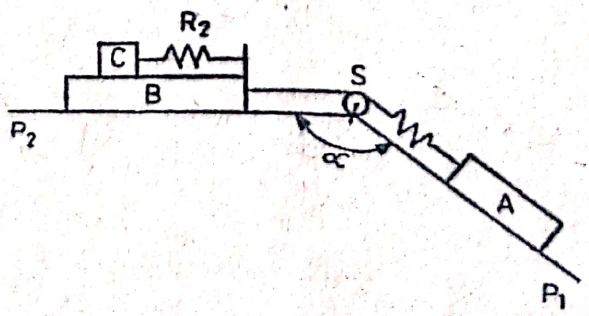
Scanned with OKEN Scanner

XI.18. Un vehicul pentru cale ferată are greutatea P și dezvoltă o forță de tracțiune F. Aceasta tractează un vagonet cu greutatea Q prin intermediul unui grup de arcuri avînd constanta elastică echivalentă K. Depalsarea se produce pe o pantă în sus cu unghiul α față de orizontală (fig. XI.18). Coeficientul de frecare este μ atît pentru vagonet cît și pentru vehicul. Să se determine: 1) accelerația a_1 a celor două corpuri în mișcare; 2) deformația x_1 a grupului de arcuri și sensul deformării; 3) accelerația a_2 și felul mișcării atunci cînd vehiculul își încetează tracțiunea (legătura elastică menținîndu-se între cele două corpuri); 4) deformația x_2 a grupului elastic de arcuri și sensul deformării; 5) pulsația proprie și frecvența proprie ale sistemului oscilant ce a luat naștere prin blocarea pe șină a roților vehiculului. *Valori numerice* pentru: $P=4\cdot10^4$ N; $F=67175$ N; $Q=3\cdot10^4$ N; $k=287{,}85\cdot10^4$ N/m, $\alpha=30°$, $\mu=0{,}3$. Se va considera $g=10$ m/s², $\cos 60°=0{,}865$.



Bratu Polidor

XI.19. Se dă sistemul mecanic din figura XI.19 în care planele P_1 și P_2 fac între ele unghiul α ($90°<\alpha<180°$) iar planul P_2 este orizontal. Corpurile A, B și C au respectiv masele M_1, m și m_0, iar mișcarea corpurilor A și B pe cele două plane ca și mișcarea corpului C pe planul B se face cu frecare, caracterizată prin coeficientul μ. Resorturile R_1 și R_2 sînt identice și de masă neglijabilă, avînd constanta de elasticitate k. Să se determine alungirea resortului R_1. Discuție. Care este condiția ca să se alungească și resortul R_2? În cazul cînd condiția anterioară este îndeplinită să se determine această alungire. Se neglijează frecarea în scripetele S, iar firele de legătură sînt inextensibile.



D-tru. Tulpan

XI.20. Un plan înclinat AB formează unghiul α cu orizontala. Un corp C_1 de masă $M_1=0{,}4$ kg se află pe acest plan. Coeficientul de frecare al suprafeţelor în contact este $\operatorname{tg}\varphi_1=0{,}2$. Un al doilea corp C_2 ($M_2=0{,}3$ kg) se află pe acelaşi plan, dar mai jos decît C_1. Pentru C_2 coeficientul de frecare al suprafeţelor în contact este $\operatorname{tg}\varphi_2=0{,}05$. Cele două corpuri sînt legate printr-un fir inextensibil de masă neglijabilă, paralel cu planul. Se consideră că toate forţele care acţionează asupra lui C_1 şi C_2 admit o rezultantă într-un plan vertical median, conţinînd AB. 1) sistemul C_1, C_2 este în echilibru stabil pentru $\alpha=6°$?; 2) la ce valoare, α_1 a unghiului α începe alunecarea sistemului C_1, C_2?; 3) se înlocuieşte firul inextensibil dintre C_1 şi C_2 printr-un fir elastic capabil să se alungească cu 2 cm pentru o forţă de tracţiune de 0,1 N. Corpurile C_1 şi C_2 sînt aşezate pe plan, care acum este orizontal, astfel că firul este paralel cu planul, fără să sufere tensiuni apreciabile. Lungimea sa este $l_0=15$ cm. Se măreşte încet şi progresiv α ($0\leq\alpha\leq\alpha_1$). Ce se întîmplă atunci cu lungimea firului? Ce valoare are această lungime pentru $\alpha=\alpha_1$? Să se construiască graficul $l=f(\alpha)$, pentru $0\leq\alpha\leq\alpha_1$.

Bac. Paris 1965

XI.21. O masă de 10 g atîrnată de un fir de cauciuc oscilează cu o perioadă de 0,2 s. Din două fire elastice de acest fel se confecţionează o praştie. Ea se întinde lungindu-se cu 40 cm. Să se calculeze la ce înălţime se va ridica piatra de 5 g, aruncată vertical în sus de această praştie, dacă întreaga energie potenţială a firelor elastice se transformă în energie potenţială a pietrei.

M. Müler şi Tr. Penciuc

XI.22. Pe un plan înclinat cu un unghi α şi de lungime l se află un corp de masă m_1 legat printr-un fir extensibil de secţiune S şi lungime $l_0<l$, de vîrful planului. Lăsat liber, corpul parcurge întregul plan cu frecare, ajungînd la bază cu viteza $v=0$. 1) Să se afle modulul de elsticitate al firului; 2) la ce înălţime se va ridica corpul înapoi pe plan. *Aplicaţie numerică*: $\alpha=30°$; $l=5$ m; $l_0=3$ m; $S=5$ cm^2; $m=4$ kg; $\mu=\frac{1}{2\sqrt{3}}$; $g=9{,}8$ m/s^2.

Alexandru Sîntu

XI.23. Un corp greu, legat de un corp elastic, de lungime l, se poate roti într-un plan vertical în jurul unui punct fix. Pentru ce viteză unghiulară raportul alungirilor extreme ale resortului din decursul unei mişcări este n, dacă acceleraţia gravitaţională este g? *Aplicaţie:* $l=80$ m; $n=3$; $g=10$ m/s^2.

I. Druică-Zeletin

XI.24. Un pendul oscilează cu amplitudinea de 30°. În poziţia extremă se transmite un impuls, în urma căruia descrie o mişcare circulară în plan orizontal, cu perioada de 2 s şi cu raza corespunzătoare amplitudinii de 30°. La ce înălţime s-ar fi ridicat bila dacă i se transmitea acelaşi impuls, cînd

Scanned with OKEN Scanner

se află în repaus în poziția de echilibru? Se consideră $g=\pi^2\frac{m}{s^2}$ și se neglijează frecările.

P. Păunescu

XI.25. Un număr de n bile identice sînt suspendate prin fire de lungimea l, egale, de un stativ, astfel încît ele sînt tangente una la alta. Prima bilă este îndepărtată din poziția de echilibru pînă cînd firul ei face cu verticala unghiul α și i se dă drumul. Coeficientul de restituire fiind $:0<k<1$, să se afle viteza pe care o are după ciocnire cea de-a n-a bilă și unghiul de deviație față de verticală a firului ei. Dar dacă $k=1$?

Iancu Adrian

XI.26. Un corp cu masa $3{,}6\cdot10^{-2}$ kg și dimensiuni neglijabile, este suspendat de un fir de mătase și încărcat cu o sarcină electrică de $+6{,}7\cdot10^{-8}$ C. De el se apropie încet pe orizontală o sarcină electrică de $+9{,}87\cdot10^{-6}$ C. La o anumită distanță sub acțiunea forțelor de respingere, direcția firului cu verticala face un unghi de 3°50′. În acest moment, sfera este pusă în legătură cu pămîntul și se neutralizează, iar corpul începe să oscileze cu perioada de o secundă. Să se calculeze la ce depărtare se găsește corpul sferic de poziția inițială a pendului $\left(\text{se ia } g=\pi^2\frac{m}{s^2}\right)$.

I. Frujină

XI.27. Într-o rachetă care pornește pe verticală în sus cu o accelerație constantă a, se află un ceasornic cu pendul. De la înălțimea la care ceasornicul avansează cu un minut față de un ceasornic de pe pămînt, se detașează de rachetă un corp. Să se afle decalajul dintre cele două ceasornice în momentul în care corpul atinge pămîntul (se neglijează frecările cu aerul).

I. Buzu

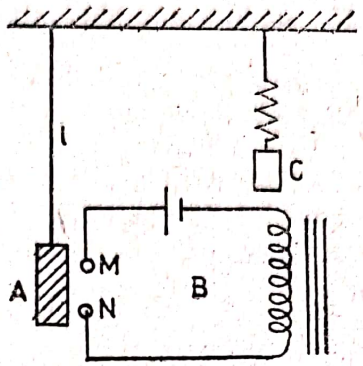
XI.28. Se știe că amplitudinile unui leagăn se măresc prin efectuarea unor mișcări de către persoana din leagăn (ghemuiri și ridicări). Considerînd sistemul leagăn-om un pendul matematic, care oscilează armonic, să se afle amplitudinea cu care va oscila sistemul dat în urma unei ghemuiri a persoanei din leagăn, într-un punct maxim de oscilație, unde $v=0$, care produce o deplasare a centrului de greutate a sistemului cu 40 cm. Se mai cunosc: lungimea leagănului $l=1{,}50$ m, unghiul de deviere inițial $\alpha=30°$.

Dan Drăgulescu

XI.29. Se realizează un dispozitiv ca în figura XI.29: (A) este un pendul de lungime l format dintr-o placă metalică; (B) un circuit de curent continuu deschis în punctele M_1N_1 iar (C) o piesă de fier moale cu masa m suspendată de un resort cu coeficientul de elasticitate k. a) să se descrie fenomenele ce se petrec cînd pendulul oscilează; b) cît să fie lungimea l a pendulului pentru ca în timpul oscilației acestuia, pendulul elastic C să oscileze cu amplitudinea maximă; c) cu cît trebuie să se modifice lungimea pendu-

Scanned with OKEN Scanner

lului dacă dispozitivul este mutat într-un loc unde $g=9{,}7$ m/s² și dorim să menținem situația de la punctul b; *Date numerice:* $m=1$ kg; $k=9{,}8$ N/m; $g=9{,}8$ m/s².



L. Schwartz

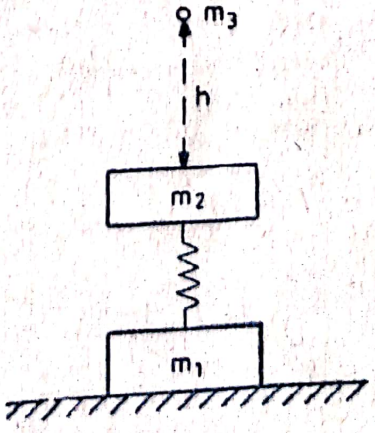
XI.30. Se leagă un corp de masă m de un fir elastic, de greutate neglijabilă, care, neîntins, are lungimea l. Sistemul se suspendă de capătul liber. Să se afle: a) alungirea firului; b) ce viteză unghiulară trebuie să aibe sistemul, în rotație în jurul verticalei punctului de suspensie, pentru ca unghiul dintre fir și verticală să fie α; c) energia înmagazinată în fir în acest ultim caz. Se cunosc secțiunea S și modulul de elasticitate E.

H. Teodorescu

XI.31. O bară cu constanta de elasticitate k se găsește pe un plan orizontal. La unul din capete acționează o forță F_t. Ce energie potențională de deformație se va înmagazina în bară în mișcarea ei uniform variată?

Panaite Forțu

XI.32. Pe o suprafață orizontală se află un sistem de două corpuri de mase m_1 și m_2, legate între ele printr-un resort de constantă elastică k (așezate vertical, ca în fig. XI.32). Pe corpul de masă m_2 cade un corp de masă m_3, avînd loc o ciocnire. Să se determine înălțimea h de la care trebuie să cadă corpul de masă m_3 pentru ca în urma ciocnirii, și comprimării resortului, corpul

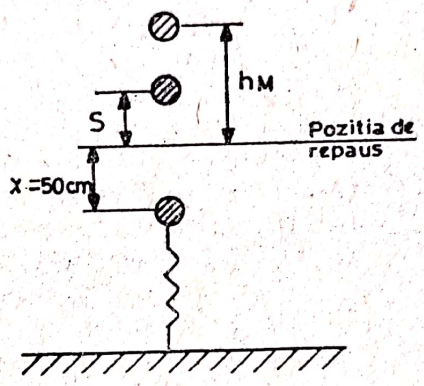


Scanned with OKEN Scanner

de masă m_1, să salte în sus de pe suprafaţa orizontală: a) în cazul ciocnirii perfect elastice între m_3 şi m_2; b) în cazul ciocnirii perfect plastice între m_3 şi m_2.

Maria Dumitru

XI.33. Un resort cu constanta elastică $k=500$ N/m acţionează vertical sub un corp cu masa $m=1$ kg. Resortul fiind deformat cu 50 cm; să se calculeze: a) viteza (v_0) pe care o are corpul în momentul cînd trece prin poziţia de repaus a resortului; b) înălţimea maximă (h) la care este aruncat; c) spaţiul (S) parcurs de corp (măsurat prin poziţia de repaus a resortului) în timp de 1 sec; d) timpul de contact dintre corp şi resort (se neglijează masa resortului şi forţele de frecare; se va lua $g=10$ m/s^2).



I. Demian

XI.34. De capătul liber a unui resort se suspendă un taler de masă m, observîndu-se o alungire h. Resortul fiind în această poziţie, se lasă să cadă liber de la o înălţime $2h$ deasupra talerului, o bucată de plastilină de masă m. În acelaşi moment, se aruncă de sub taler o altă bucată, identică cu prima cu viteza iniţială v_0, astfel că cele două bucăţi ciocnesc neelastic talerul în acelaşi moment. Să se calculeze v_0, astfel ca sistemul să oscileze cu amplitudinea: $A=h\sqrt{5}$.

Gh. Pentiuc

XI.35. La capetele unui fir trecut peste un scripete, se suspendă două bile avînd masele $m_1=20$ g şi $m_2=10$ g. Iniţial porţiunea de fir de care este suspendată bila m_1 are lungimea $l_1=10$ cm. Se scoate porţiunea cu bila m_1 din poziţia verticală, apoi se lasă sistemul liber. Să se exprime în funcţie de timp perioada de oscilaţie a bilei m_1 în timpul mişcării sistemului. Se ia $g=9{,}8$ m/s^2.

L. Schwartz

XI.36. Pe un plan înclinat de unghi $\alpha=0{,}1$ rad este aşezat un corp în repaus. Coeficientul de frecare dintre corp şi plan este $\mu=0{,}28$. Planul este pus într-o mişcare oscilatorie armonică cu amplitudinea $A=4{,}9$ cm după

Scanned with OKEN Scanner

o direcție conținută în planul înclinat. În ce direcție și cu ce frecvență minimă trebuie să oscileze planul pentru ca corpul să înceapă să lunece pe plan?

Concurs de selecție

XI.37. Un platan orizontal de masă M e legat de un resort de constantă k. Un corp sferic de masă m cade liber de la o anumită înălțime ciocnind perfect elastic centrul platanului. De la ce înălțime trebuie să cadă m, pentru ca sistemul platan-resort-bilă să treacă prin poziția inițială după a doua ciocnire consecutivă a bilei cu platanul, frecările fiind nule?

Cristian Pavelescu

XI.38. O bară orizontală de lungime $2a$ și care poartă la capete cîte o masă presupusă punctiformă se poate roti în plan vertical în jurul axului central (0). Masele m sînt încărcate cu sarcinile q fiecare. La distanța r_0 de 0 pe verticala punctului 0, se află sarcina Q. Masa barei fiind m_0, calculați forța ce se exercită în axul central 0 datorită maselor și interacțiilor electrice.

I. Druică-Zeletin

XI.39. Trei bile identice de fier încărcate cu sarcini egale sînt suspendate la capetele a trei fire lungi prinse în același punct. Sub influența forțelor coulombiene bilele se distanțează între ele la o distanță d mică în comparație cu lungimea firelor. Ce se întîmplă: 1) dacă una dintre bile se neutralizează; 2) dacă se neutralizează două bile deodată?

Eva Sandor

XI.40. Dispunem de un resort spiral cu constanta de elsticitate k și de două plăci metalice pătrate de suprafață S. Una din plăci se poate fixa în poziție verticală la orice înălțime. Se agață cealaltă placă, avînd greutatea specifică γ, de capătul liber al resortului, care sub acțiunea greutății plăcii începe să oscileze neamortizat. Cînd sînt față în față plăcile formează un condensator plan cu capacitatea (maximă) C_0. În ce poziție față de capătul liber al resortului (cînd este relaxat) trebuie fixată prima placă, și ce grosime trebuie să aibă a doua placă, pentru ca în timpul unei perioade capacitatea sistemului să varieze continuu între 0 și valoarea maximă?

I. Apostol

XI.41. Două condensatoare plane identice C_1 și C_2, încărcate la aceeași tensiune U, sînt legate în paralel prin intermediul unor conductoare de rezistență R. Dacă se îndepărtează armăturile lui C_1 cu viteza relativă v; iar armăturile lui C_2 se vor apropia cu aceeași viteză relativă, să se determine ecuația curentului ce apare în circuit.

Șerban Ghenu

XI.42. O particulă nerelativistă cu masa m și sarcina $e>0$ se mișcă spre un nucleu fix. Într-un punct în care cîmpul electric al nucleului este E, viteza particulei este v. Particula se apropie de nucleul fix pînă la distanța

Scanned with OKEN Scanner

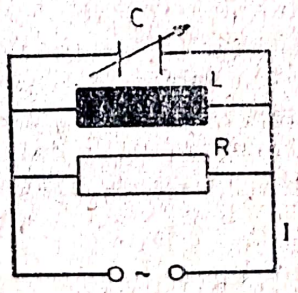
r. Să se afle: 1) sarcina nucleului fix; 2) viteza particulei la distanța $\alpha \cdot r (\alpha > 1)$ de nucleu; 3) depărtarea față de nucleu a punctului în care particula are viteza $\frac{v}{2}$; 4) cîmpul electric în acest punct unde particula are viteza $\frac{v}{2}$.

Petre Vasiloiu

XI.43. Un magnet în formă de U are masa $m = 500$ g, inducția magnetică $B = 0{,}01$ T lățimea polilor $l = 5$ cm. Magnetul este așezat pe o suprafață orizontală unde coeficientul de frecare $\mu = 0{,}001$. Între polii magnetului se introduce un conductor prin care trece un curent $i = 100$ A, timp de $t = 1$ s. Știind că lungimea conductorului este mai mare decît lățimea polilor, să se afle spațiul străbătut de magnet în timpul $t' = 2$ s. Conductorul este astfel așezat, încît se obține o forță electromagnetică maximă ($g = 10$ m/s^2).

Panaite Forțu

XI.44. Un circuit paralel format dintr-un condensator variabil, o inductanță $L = 10^{-4}$ H și o rezistență $R = 10\ \Omega$ este alimentat de un generator de curent alternativ de frecvență $f = 10$ kHz asigurînd o valoare efectivă constantă $I = 20$ mA a intensității totale a curentului (fig. XI.44). Să se deducă: 1) valoarea maximă Pm a puterii disipate pe rezistența R; 2) valoarea C_0 a capacității condensatorului variabil pentru care puterea disipată pe rezistorul R este maximă; 3) valorile C_1, C_2 ale capacității condensatorului variabil pentru care puterea disipată pe rezistorul R este egală cu jumătate din puterea maximă; 4) permitivitatea dielectrică a miezului inductanței, în cazul în care acesta are forma unui solenoid de secțiune $A = 10^{-4}$ m^2, înfășurarea de 100 spire fiind efectuată pe o lungime $l = 0{,}1$ m. Viteza undelor electromagnetice în miezul inductanței este $v = 10^8$ m/s.



C. A. 1976

XI.45. Analizați următoarele experiențe: 1) Un magnet cade liber în vid de la înălțimea h deasupra solului; 2) același magnet cade liber în vid de la înălțimea h deasupra unei plăci supraconductoare de aluminiu; 3) magnetul cade liber în vid de la înălțimea h între două plăci supraconductoare de aluminiu, plane paralele și orizontale. În ce caz distanța h este parcursă mai repede?

Mihail Sandu

Scanned with OKEN Scanner

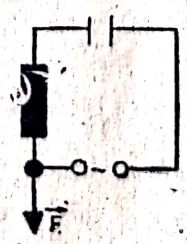
XI.46. De capătul unui resort elastic suspendat de un suport se leagă o greutate metalică, care întinzînd puțin resortul va atinge suprafața mercurului dintr-un vas așezat dedesubt. Se leagă marcurul din vas la un pol al unei baterii, iar celălalt pol se leagă la capătul de sus al spiralei. Închizînd acest circuit prin întrerupător, ce fenomen se observă și de ce?

Monica Iliescu

XI.47. La extremitățile AB ale unui fir de fier moale, întins orizontal cu lungimea de 1 m, cu diametrul de 0,2 mm, cu rezistivitatea de 10^{-7} Ωm, se aplică o diferență de potențial alternativă sinusoidală a cărei valoare maximă este 160 V. a) Care este cantitatea de căldură degajată în fir pe minut?; b) un electromagnet E_m în formă de bară, alimentat cu o tensiune continuă, este plasat în planul vertical care conține firul astfel încît unul din polii săi să fie în vecinătatea regiunii mijlocii a firului. Se constată că firul începe să vibreze și ia forma unui fus. Explicați acest fenomen și calculați frecvența curentului alternativ știind că viteza de propagare a oscilațiilor transversale în fir este de 100 m/s; c) scrieți expresia care permite calcularea valorii momentane a tensiunii utilizate la alimentarea firului; d) se întrerupe tensiunea de alimentare a firului A—B. Se înlocuiește tensiunea continuă de alimentare a electromagnetului, Em cu tensiunea care s-a utilizat la alimentarea firului, apoi se deplasează magnetul spre unul din capete, la o pătrime din lungimea corzii. Descrieți fenomenul care se va petrece, comparați-l cu cel observat la punctul „b"; e) ce aspect va prezenta coarda în cursul experiențelor prezentate la pct. b și d, dacă au loc într-o cameră întunecată și firul este luminat cu un bec de neon alimentat cu aceeași tensiune alternativă utilizată pentru alimentarea firului (b) și a electromagnetului (d)?

C. F. 1972

XI.48. Un circuit oscilant e format dintr-un condensator cu capacitatea de 1 pF și o bobină elastică cu lungimea de 9 cm, diametrul de 2 cm, cu 10 spire și avînd coeficientul de elasticitate $k=1$ N/m. Circuitul final fiind așezat conform fig. XI.48, la capătul bobinei putem atașa greutatea F, pînă la limita de elasticitate a resortului care corespunde unei solicitări de $16 \cdot 10^{-2}$ N; a) care va fi lungimea de undă a oscilațiilor emise de acest circuit (se ia $\pi^2=10$)?: b) să se exprime lungimea de undă în funcție de greutatea F; c) considerînd dispozitivul de mai sus ca o balanță să i se determine sensibilitatea medie, adică raportul $\Delta\lambda/\Delta F$ în domeniul indicat.



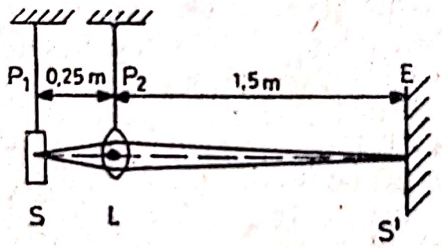
L. Schwartz

Scanned with OKEN Scanner

XI.49. Fie o lentilă convergentă cu distanța focală f. La distanța $p>f$ un corp punctiform efectuează oscilații de o parte și de alta a axei optice a lentilei și de-a lungul unei drepte perpendiculare pe această axă. Oscilațiile se fac după legea: $y=a\cdot\sin\omega t$. Ce fel de oscilații efectuează punctul imagine? Să se scrie ecuația oscilației punctului imagine.

C. F. 1974

XI.50. Se consideră două pendule P_1 și P_2 de aceeași perioadă $T=100$ s ce pot oscila în planuri verticale paralele. Primul pendul este prevăzut cu o sursă luminoasă S, iar al doilea cu o lentilă L convergentă. Cînd pendulele se găsesc în repaus centrul optic al lentilei L se află la 0,25 m de sursă pe perpendiculara dusă la planul de oscialție a celor două pendule. Imaginea sursei dată de lentila L se proiectează pe un ecran E aflat la 1,5 m de centrul optic 0 al lentilei. Se cer: a) ecuațiile mișcării sursei S și a imaginei sale S′ cînd oscilează numai pendulul P_1; b) ecuațiile mișcării sursei S și a imaginei sale S′ cînd oscilează numai pendulul P_2 (L). Ambele pendule avînd amplitudinea de 0,01 m să se studieze mișcarea imaginii S′ cînd ambele pendule oscilează în concordanță de fază și apoi în opoziție de fază.



Ioan Popa

CAPITOLUL XII

Probleme rezolvate

XII.1. Legile mișcării a două mobile sînt: $S_1(t)=t+4\cdot t^2$ și $S_2(t)=2t+3t^2+mt^3$ (unde t — timpul este exprimat în secunde și S — spațiul în metri). Să se determine valoarea lui m în așa fel ca cele două mobile să se întîlnească o singură dată (după pornirea lor). După cît timp și unde are loc această întîlnire?

Soluție:

La momentul inițial, $t=0$, cele două mobile se află în pozițiile:

$$S_1(0)=0 \text{ și } S_2(0)=0.$$

Pentru a se mai întîlni, cele două mobile trebuie să se găsească în același loc la același moment. Deci condiția de întîlnire este:

$$S_1(t)=S_2(t) \qquad (1)$$

Problema ne cere ca ecuația (1) să aibă o singură soluție reală, pozitivă. Eliminînd soluția $t=0$ obținem ecuația:

$$ml^2-t+1=0 \qquad (2)$$

Ecuația (2) are o singură soluție dacă $m_1=0$ (cînd devine ecuația de gradul întîi) și dacă $m_{II}=0{,}25\ \text{ms}^{-3}$ (cînd cele două soluții ale ecuației de gradul doi se confundă).

Rezultă:

$$t_1=1\ \text{s}\ \text{și}\ t_{II}=2\ \text{s}.$$

Întîlnirea are loc la

$$S_1(1)=S_2^{I}(1)=5\ \text{m},\ \text{sau la}$$

$$S_1(2)=S_2^{II}(2)=18\ \text{m}.$$

XII.2. Dintr-un punct pleacă pe aceeași traiectorie dată, în același sens, un mobil cu viteza constantă $v=1\ \text{ms}^{-1}$ și după un anumit timp t_0 un al doilea mobil cu viteza inițială $v_0=4\ \text{ms}^{-1}$ și accelerația tangențială $a=-1\ \text{ms}^{-2}$.

Să se afle condiția pentru t_0 astfel ca timpul de la pornirea primului mobil pînă la cea de-a doua întîlnire a mobilelor să fie independent de t_0 și să se calculeze acest timp de întîlnire presupunînd condiția verificată.

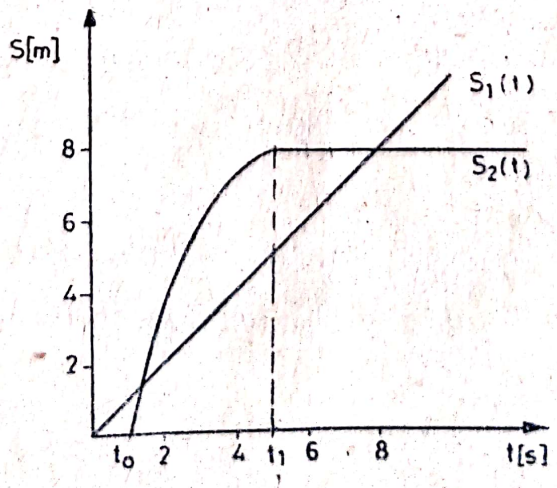
Al doilea corp după oprire rămîne pe loc.

Soluție:

Considerînd momentul inițial al mișcării, momentul plecării primului mobil, legile de mișcare a celor două mobile sînt:

$$S_1(t)=v\cdot t\ \text{și}\ S_2(t)=\begin{cases} v_0(t-t_0)+\dfrac{a}{2}(t-t_0)^2 & \text{pentru } t_0\le t\le t_1 \\ 8\ \text{m} & \text{pentru } t\ge t_1 \end{cases}$$

Cele două funcții sînt reprezentate în fig. XII.2.



Al doilea mobil se oprește după timpul $t_1=t_0-\frac{v_0}{a}=t_0+4$ s, la distanța

$$S=-\frac{v_0^2}{2a}=8 \text{ m}.$$

Grafic observăm că întîlnirea are loc după $t_2=\frac{s}{v'}=8$ s, dacă $t_1\leq t_2$ (cea de-a doua întîlnire să aibă loc după ce al doilea mobil se oprește).

Deci $t_0\in[0;\ 4\text{ s}]$.

XII.3. Un automobil pleacă din punctul A, din repaus, cu o accelerație constantă de 1 ms^{-2}. Peste 15 s trece prin punctul A în aceeași direcție și în același sens un alt automobil cu viteza constantă de 144 kmh^{-1}. a) În cazul de mai sus, automobilele se întîlnesc de două ori. Să se calculeze locurile și timpii după care se întîlnesc, față de momentul și locul de plecare al primului automobil; b) cu ce viteză constantă ar trebui să treacă prin A (după 15 s de la plecarea primului automobil) al doilea automobil pentru ca cele două vehicule să se întîlnească numai o dată?; c) cu ce accelerație constantă trebuie să pornească din A, primul automobil pentru a nu fi ajuns de automobilul ce trece prin A (după 15 s de la plecarea primului) cu viteza constantă de 144 $km\cdot h^{-1}$?

Soluție:

Legile de mișcare ale celor două mobile sînt:

$S_1(t)=\frac{at^2}{2}$ și $S_2(t)=v_0(t-t_0)$ unde

$a=1\ ms^{-2}$, $v_0=144\ km\cdot h^{-1}=40\ ms^{-1}$ și $t_0=15$ s; $t\geq t_0$.

Condiția de întîlnire este: $S_1(t)=S_2(t)$, din care obținem $\frac{at^2}{2}-v_0t+v_0t_0=0$ cu soluțiile

$$t_{1,2}=\frac{v_0\pm\sqrt{v_0^2-2a\cdot v_0t_0}}{a} \qquad (1)$$

a) $t_1=20$ s; $S_1(t_1)=S_2(t_1)=200$ m

$t_2=60$ s ; $S_1(t_2)=S_2(t_2)=1800$ m

b) $t_1=t_2$ implică $v^2{}_0-2av_0t_0=0$

Soluție $v_0=0$ implică $t<t_0$ și deci singura soluție este $v_0=2at_0=30\ ms^{-1}$.

c) Condiția impusă implică $t_{1,2}<t_0$ sau $t_{1,2}$ aparține de mulțimea numerelor complexe. Numai a doua posibilitate poate fi îndeplinită, dacă: $v_0{}^2-2av_0t_0<0$.

Obținem $a>\frac{v_0}{2\cdot t_0}=\frac{3}{4}\ ms^{-1}$.

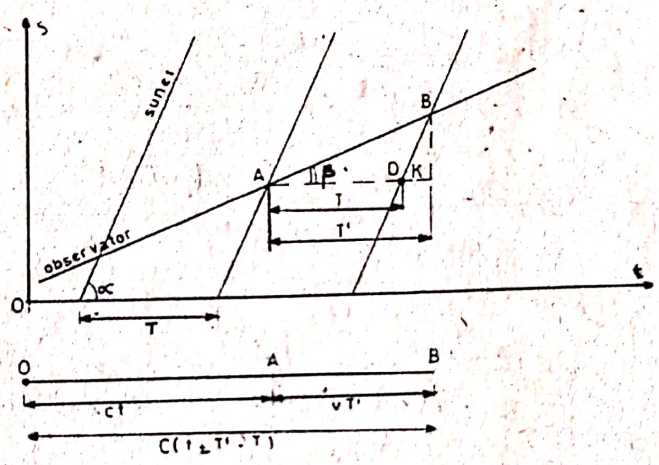
Scanned with OKEN Scanner

XII.4. La un atelier de reparații dintr-o gară loviturile unui ciocan se succed la un interval de timp T. Ce interval T^1 de repetiție a loviturilor ciocanului înregistrează un om aflat într-un tren care se depărtează (sau se apropie) de gară cu viteza v. Semnalele sonore se propagă în aer rectiliniu uniform cu viteza c. Să se reprezinte în diagrama spațiului-timp propagarea semnaleleor și mișcarea trenului, dîndu-se și o variantă grafică de rezolvare a problemei. *Aplicație numerică:* $T=1$ s; $v=108$ km $\cdot$ h^{-1}; $c=340$ m s^{-1}.

Dacă în locul loviturilor unui ciocan, în gară se emite un sunet de perioadă T, se poate folosi relația obținută pentru a calcula perioada T^1 a sunetului înregistrat de observatorul din tren?

Soluție:

Fie A, B pozițiile observatorului atunci cînd înregistrează două lovituri succesive ale cioacnului emise în 0. Atunci conform figurii XII.4:



$$ct+vT'=c(t+T'-T)$$

$$T'=T\frac{c}{c-v}=1{,}1\text{ s.}$$

În diagrama $s-t$, avem $\operatorname{tg}\alpha=c$, $\operatorname{tg}\beta=v$. Din triunghiul ABC, $BC=T^1\cdot\operatorname{tg}\alpha=T'\cdot\operatorname{tg}\alpha=T'\cdot v$, din triunghiul DBC, $BC=DC\cdot\operatorname{tg}\alpha=(T'-T)c$; $T'v=(T'-T)c$; $T'=T\frac{c}{c-v}$.

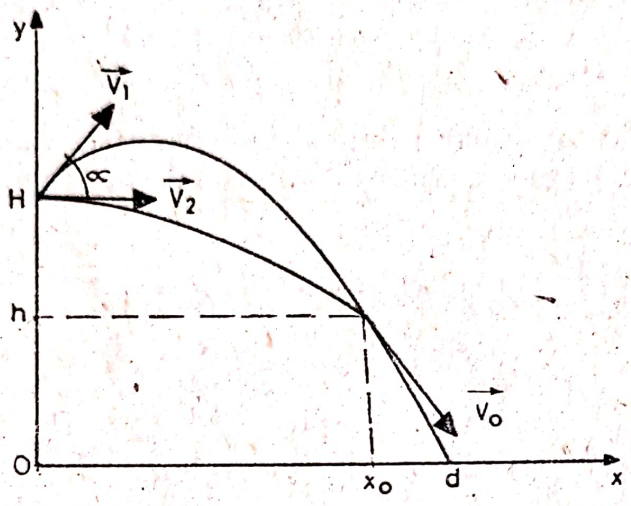
Analog se tratează în cazul apropierii: $T'=T\cdot\frac{c}{c+v}=0{,}92$ s. Formulele se aplică și în cazul sunetului (efectul Doppler), considerînd în locul loviturilor maximele succesive ale elongației particulelor vibrante.

XII.5. Dintr-un punct A aflat la înălțimea H față de sol este lansat un corp de masă m_1 sub un unghi α (față de orizontală) cu viteza v_1. Din același punct se aruncă orizontal cu viteza v_2 un corp de masă m_2. Cele două corpuri se ciocnesc plastic la înălțimea h. La ce interval de timp trebuiesc lansate corpurile astfel ca ciocnirea să se producă? Să se afle distanța

la care ajung corpurile după ciocnire, față de locul aruncării. *Aplicație numerică:* $H=80$ m; $\alpha=60°$; $v_1=2\cdot\sqrt{6}$ ms^{-1}; $v_2=10$ ms^{-1}; $m_1=10$ kg; $m_2=20$ kg; $g=10$ ms^{-2}.

Soluție:

Ecuațiile de mișcare ale celor două corpuri sînt (fig. XII.5):



$$\begin{cases} x_1=v_1 t\cos\alpha; & y_1=H+v_1 t\sin\alpha-\dfrac{gt^2}{2} \\ v_{1x}=v_1\cos\alpha; & v_{1y}=v_1\sin\alpha-g\cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2=v_2(t-\Delta t); & y_2=H-g\dfrac{(t-\Delta t)^2}{2} \\ v_{2x}=v_2; & v_{2y}=-g(t-\Delta t) \end{cases}$$

Condițiile de întîlnire la momentul t_0 de la plecarea primului corp sînt:

$$\begin{cases} x_1(t_0)=x_2(t_0) \\ y_1(t_0)=x_2(t_0) \end{cases}$$

(1), Din condiția (1) rezultă:

$$t_0=\frac{2\cdot v_1 v_2^2\sin\alpha}{g(v_2^2-v_1^2\cos^2\alpha)} \qquad (2)$$

$$\text{și } \Delta t=\frac{2v_1v_2\sin\alpha}{g(v_2+v_1\cos\alpha)} \qquad (3)$$

Problema este posibilă dacă $t_0>\Delta t$, rezultă $v_2>v_1\cos\alpha$ cu $\alpha\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

Vitezele corpurilor în momentul întîlnirii sînt: $v_{1x}(t_0)=v_1\cos\alpha$; $v_{1y}(t_0)=-v_1\sin\alpha\dfrac{v_2^2+v_1^2\cos^2\alpha}{v_2^2-v_1^2\cos^2\alpha}$; $v_{2x}(t_0)=v_2$; $v_{2y}(t_0)=-v_1\sin\alpha\dfrac{2v_1v_2\cos\alpha}{v_2^2-v_1^2\cos^2\alpha}$.

Viteza ansamblului imediat după ciocnire va fi $\vec{v}_0$ cu componentele:

$$v_{0x}=\frac{m_1v_1\cos\alpha+m_2v_2}{m_1+m_2};\quad v_{0y}=-\frac{v_1\sin\alpha}{v_2^2-v_1^2\cos^2\alpha}\cdot\frac{(v_2^2+v_1^2\cos^2\alpha)m_1+2v_1v_2m_2\cos\alpha}{m_1+m_2}$$

Ansamblul se află la înălțimea h și la distanța x_0 de verticala punctului A.

$$h=H-\frac{2v_2^2v_1^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{g(v_2^2-v_1^2\cos^2\alpha)^2},$$ cu condiția ca $h\geq 0$ de unde rezultă

$$H\geq\frac{v_2^2v_1^4\sin^2 2\alpha}{2g(v_2^2-v_1^2\cos^2\alpha)^2}$$

$$x_0=\frac{v_2^2v_1^2\sin 2\alpha}{g(v_2^2-v_1^2\cos^2\alpha)}$$

Ecuațiile de mișcare ale ansamblului sînt:

$$(4)\qquad\begin{cases}x=x_0+v_{0x}(t+t_0)\\ y=h+v_{0y}(t+to)-\dfrac{g(t+t_0)^2}{2}\end{cases}$$

Ansamblul de corpuri ajunge pe sol cînd $y=0$, la distanța d de verticala aruncării. Alegem soluția pentru care $t+t_0>t_0$ și rezultă ($v_{0y}<0$):

$$d=x_0+\frac{v_{ox}}{g}\left(\sqrt{v_{0y}^2+2gh}+v_{0y}\right)$$

Distanța față de locul aruncării va fi $D=\sqrt{H^2+d^2}$. Condițiile în care problema este posibilă sînt:

$$v_2>v_1\cos\alpha\ \text{și}\ H\geq\frac{v_2^2v_1^4\sin^2 2\alpha}{2g(v_2^2-v_1^2\cos^2\alpha)^2}.$$

Aplicație numerică: $\Delta t=1{,}3$ s; $D=86{,}8$ m.

XII.6. Să se determine vitezele, unghiurile și pierderea de energie la ciocnirea elastică cu coeficientul de restituire $k(0<k<1)$ a două bile de mase m_1 și m_2 ale căror viteze înainte de ciocnire sînt $\vec{v}_{0_1}$ și $\vec{v}_{0_2}$, iar α_1 și α_2 sînt unghiurile făcute de aceste viteze cu dreapta ce unește centrele de greutate ale bilelor. Se neglijează frecarea.

Soluție:

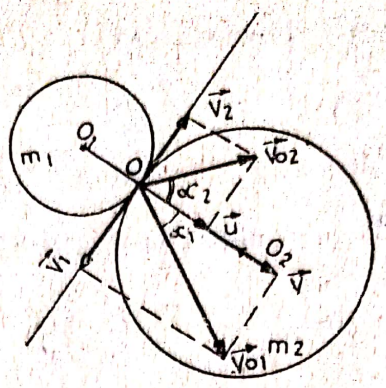
Cele două bile au mișcări de translație, însă vitezele nu sînt dirijate după normala comună în punctul de contact (dreapta ce unește centrele de greutate ale bilelor). Această ciocnire se numește oblică (fig. XII.6).

Se notează cu O_1, O_2 centrele, cu m_1, m_2 masele, cu $\vec{v}_{01}$, $\vec{v}_{02}$ vitezele bilelor înainte de ciocnire și cu O punctul de contact în momentul ciocnirii.

Se descompun vitezele după linia centrelor și după tangente în 0 din planele $(\vec{v}_{01}, \overrightarrow{O_1O_2})$ și $(\vec{v}_{02}, \overrightarrow{O_1O_2})$; $\vec{v}_{01}=\vec{v}+\vec{v}_1$; $\vec{v}_{02}=\vec{u}+\vec{v}_2$, unde $\vec{v}$ și $\vec{u}$ sînt componentele normale, iar $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ componentele tangențiale.

Presupunem că sferele sînt perfect netede (neglijăm frecarea). Componentele tangențiale rămîn deci neschimbate iar componentele normale ale vitezelor devin $\vec{v}'$ și $\vec{u}'$ și deci $\vec{v}_1'=\vec{v}_1+\vec{v}'$, $\vec{v}_2'=\vec{v}_2+\vec{u}'$.

Scanned with OKEN Scanner



Dacă aplicăm legea conservării impulsului:

$$m_1\vec{v}_{01}+m_2\vec{v}_{02}=m_1\vec{v}'_1+m_2\vec{v}'_2 \qquad (1),$$

coeficientul de restituire fiind:

$$k=\frac{v'-u'}{v-u}. \qquad (2)$$

Din (1) și (2) obținem pentru v' și u' expresiile:

$$v^1=\frac{v(m_1-km_2)+u(1+k)m_2}{m_1+m_2}; \quad u^1=\frac{u(m_2-km_1)+v(1+k)m_1}{m_1+m_2},$$

unde $v=v_{01}\cos\alpha_1$ și $u=v_{02}\cos\alpha_2$.

După ciocnire vitezele vor forma cu O_1O_2 unghiurile α'_1 și α'_2:

$$\operatorname{tg}\alpha'_1=\frac{v_{01}\sin\alpha_1}{v'} \text{ și } \operatorname{tg}\alpha'_2=\frac{v_{02}\sin\alpha_2}{u'}$$

$$v_1{}^1=\sqrt{v_{01}{}^2\sin^2\alpha_1+v'^2} \quad \text{și} \quad v'_2=\sqrt{v_{02}{}^2\sin^2\alpha_2+u'^2}$$

$$E=E-E^1=\frac{1}{2}(m_1v_{01}{}^2+m_2v_{02}{}^2)-\frac{1}{2}(m_1v_1{}'^2+m_2v_2{}'^2)$$

$$\Delta E=\frac{m_1m_2(1-k^2)}{2(m_1+m_2)}(v_{01}\cos\alpha_1-v_{02}\cos\alpha_2)^2.$$

XII.7. Se consideră două plane înclinate cu α, respectiv β față de orizontală, de aceeași înălțime, avînd vîrful unghiului de la bază comun. Din vîrful superior al planului α se aruncă pe orizontală o sferă care ciocnește suprafața planului β după o direcție perpendiculară.

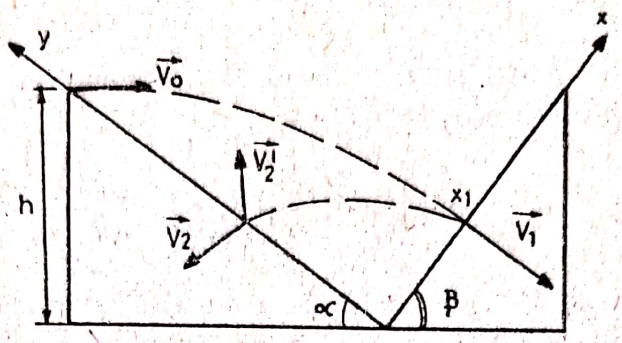
1) a) Să se determine coeficientul de restituire k la ciocnirea sferă-plan (k se consideră a fi același pentru ciocnirea pe ambele plane) pentru ca prima și a doua ciocnire a sferei cu planul α să aibă loc în același punct. Se dă $\alpha+\beta=90°$.

b) Ce condiție trebuie să îndeplinească unghiul α pentru ca problema să fie posibilă.

2. Cunoscînd viteza v_0 cu care a fost lansată sfera să se calculeze timpul de la lansare pînă la prima ciocnire cu planul α și înălțimea celor două plane înclinate.

Soluție:

Rezolvăm problema în sistemul de referință din fig. XII.7. Ecuațiile de mișcare în acest sistem vor fi:



$\alpha + \beta = 90°$

$$\begin{cases} a_x = -g\cos\alpha; \\ a_y = -g\sin\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = v_0\sin\alpha - gt\cos\alpha \\ v_y = -v_0\cos\alpha - gt\sin\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 t\sin - \dfrac{gt^2}{2}\cos\alpha \\ y = \dfrac{h}{\sin\alpha} - v_0 t\cos\alpha - \dfrac{gt^2}{2}\sin\alpha \end{cases}$$

t_1 până la prima ciocnire se obține din condiția $v_{x1}=0$.

Rezultă $t_1 = \dfrac{v_0\,\mathrm{tg}\,\alpha}{g}$, iar $x_1 = x(t_1)$.

$y_1=0$, de unde $\dfrac{h}{\sin\alpha} = v_0 t_1\cos\alpha + \dfrac{gt_1^2}{2}\sin\alpha$, și deci

$$x_1 = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g\cos\alpha};\quad h = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}\cdot\frac{1+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha};\quad v_{y1} = \frac{v_0}{\cos\alpha}.$$

După prima ciocnire cu planul β:

$$v_y = k\frac{v_0}{\cos\alpha} - g(t-t_1)\sin\alpha$$

$$v_x = -g(t-t_1)\cos\alpha$$

$$x = x_1 - \frac{g(t-t_1)^2\cos\alpha}{2},\quad t_1 \le t \le t_2$$

$t = t_1 + t_2$ până la ciocnirea cu planul α, unde t_2 se obține punînd condiția ca $x=0$. Rezultă:

$$\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g\cos\alpha} = \frac{gt_2^2}{2}\cos\alpha \text{ și deci } t_2 = \frac{v_0\cdot\mathrm{tg}\,\alpha}{g} = t_1$$

$$v_{x2} = -v_0\sin\alpha;\quad v_{y2} = \frac{kv_0}{\cos\alpha} - \frac{v_0\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$$

După prima ciocnire cu planul α:

$$v'_{x_2} = -kv_{x2} = kv_0 \sin\alpha$$

$$v'_{y_2} = v_{y2} = \frac{v_0}{\cos\alpha}(k - \sin^2\alpha).$$

Pentru ca a doua ciocnire cu planul α să se petreacă în același loc v_2 trebuie să aibă o direcție verticală:

$$\frac{v'_{y_2}}{v'_{x_2}} = \operatorname{tg}\alpha \text{ sau } \frac{k - \sin^2\alpha}{k \sin\alpha \cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

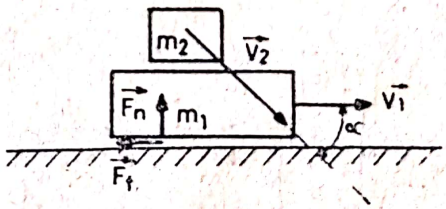
1. a) $k = \operatorname{tg}^2\alpha$; b) $k < 1$ rezultă $\alpha < 45°$.

2. $t_1 = \frac{v_0}{g}\operatorname{tg}\alpha$; $h = \frac{v_0^2}{2g}(\operatorname{tg}^2\alpha + \sin^2\alpha)$.

XII.8. Asupra unui corp de masă m_1 care are la momentul t viteza $\vec{v}_1$, cade sub un unghi α față de $\vec{v}_1$ un corp plastic de masă m_2, de z ori mai mic și viteza de k ori mai mare decît a primului. Primul corp se deplasează pe un plan orizontal coeficientul de frecare dintre corp și plan fiind μ. Să se calculeze cum variază spațiul pînă la oprire în urma ciocnirii.

Soluție:

Vom aplica legea conservării impulsului pe direcție orizontală și verticală. Componenta normală la plan a impulsului corpului doi se pierde în timpul ciocnirii (Δt). În acest caz forța normală dintre m_1 și plan (în timpul ciocnirii) va fi (fig. XII.8):



$$F_n = \frac{\Delta H_n}{\Delta t} + m_1 g = \frac{m_2 v_2 \sin\alpha}{\Delta t} + m_1 g, \text{ iar forța de frecare } F_f = \mu \cdot F_n.$$

Variația de impuls datorată forței de frecare va fi pe direcție orizontală: $\Delta H = F_f \cdot \Delta t = \mu m_2 v_2 \sin\alpha + m_1 g \cdot \Delta t$. Dar Δt este foarte mic și în acest caz:

$$\Delta H = \mu m_2 v_2 \sin\alpha \qquad (1)$$

(deși în alte probleme, în general, ΔH datorat frecării este nul).

În rest pe direcție orizontală ciocnirea este plastică și deci:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 \cos\alpha - \Delta H = (m_1 + m_2)v \qquad (2)$$

Înlocuind (1) în (2) și ținînd cont că $m_1 = z \cdot m_2$ și $v_2 = kv_1$, obținem:

$$v = \frac{z + k(\cos\alpha - \mu \sin\alpha)}{z+1} v_1 \qquad (3).$$

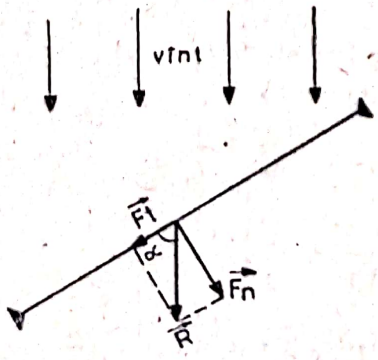
Spaţiul pînă la oprire va fi: $S'=\frac{v^2}{2\mu g}$, iar fără ciocnire ar fi fost $S=\frac{v_1^2}{2\mu g}$

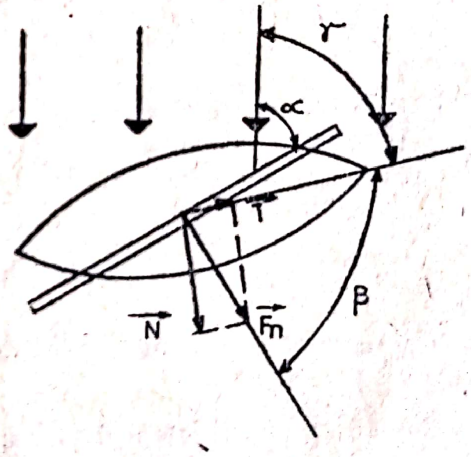
$$\frac{S'}{S}=\left[\frac{z+k(\cos\alpha-\mu\sin\alpha)}{z+1}\right]^2.$$

XII.9. Se ştie că printr-o aşezare judicioasă a planului pînzei, barca poate înainta „contra vîntului". Explicaţi acest fapt cu ajutorul operaţiei de descompunere a forţelor pe două direcţii date. Stabiliţi ce poziţie trebuie să aibă planul pînzei faţă de direcţia vîntului şi cea de înaintare a bărcii, pentru ca forţa care se exefcită asupra ambarcaţiunii să fie maximă.

Soluţie:

Mai întîi trebuie realizată o descompunere a forţei vîntului ($\vec{R}$) în raport cu pînza ca în fig. XII.9.a, apoi a forţei normale la pînză ($\vec{F}n$) în raport cu barca în forţele $\vec{T}$ şi $\vec{N}$ (fig. XII.9.b). Existenţa componentei $\vec{T}$ pe direcţia axului longitudinal al bărcii demonstrează posibilitatea înaintării pe o direcţie care face un unghi ascuţit cu direcţia vîntului, în sens contrar acesteia: $F_n=R\sin\alpha$





$$T=F_n\cos\beta=R\sin\alpha\cdot\cos\beta.$$

Pînza trebuie aşezată astfel încît să facă unghi ascuţit cu normala la barcă pentru ca înaintarea să fie posibilă.

Unghiul γ fiind dat (direcţia de înaintare a bărcii) şi ţinînd cont că R este proporţional cu mărimea suprafeţei perpendiculară pe direcţia vîntului, forţa maximă se obţine cînd funcţia: $\sin^2\alpha\sin(\gamma-\alpha)$ este maximă $\left(\gamma-\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}\right)$.

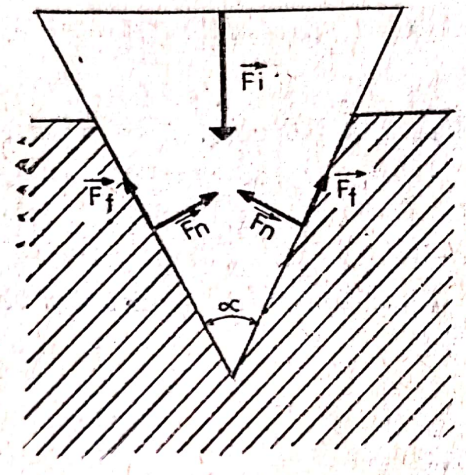
$$\alpha=\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{9+8\operatorname{tg}^2\gamma}-3}{2\operatorname{tg}\gamma};\ \text{pentru}\ \gamma\ \text{mic}\ \alpha=\frac{2}{3}\gamma.$$

Scanned with OKEN Scanner

XII.10. O pană cu secţiunea de forma unui triunghi isoscel este bătută într-un butuc. Cunoscînd coeficientul de frecare μ dintre feţele penei şi materialul butucului, ca şi valoarea k a raportului dintre forţa necesară introducerii şi forţa necesară scoaterii penei din butuc, să se determine unghiul vîrfului penei.

Soluţie:

La introducerea penei forţele care acţionează asupra ei sînt: forţa de introducere $\vec{F}_i$, două forţe normale la feţele penei $\vec{F}_n$ şi două forţe de frecare tangenţiale la suprafeţele penei $\vec{F}_f$ (fig. XII.10).



Acceleraţia penei este nesemnificativă şi vom considera $\Sigma\vec{F}=0$. Datorită simetriei figurii ne interesează doar proiecţiile forţelor pe verticală (pe orizontală suma proiecţiilor este nulă datorită simetriei)

$$F_i - 2F_f \cdot \cos\frac{\alpha}{2} - 2F_n \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = 0 \qquad (1)$$

Dar $F_f=\mu \cdot F_n$ şi obţinem: $\frac{F_i}{F_n}=2\left(\mu\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}\right)$ (1¹)

La scoaterea penei, forţele de frecare $\vec{F}_f$ şi forţa de scoatere $\vec{F}_s$ îşi schimbă sensul. F_n şi F_f au aceeaşi valoare ca în primul caz:

$$2F_f\cos\frac{\alpha}{2} - F_s - 2F_n\sin\frac{\alpha}{2} = 0 \qquad (2)$$

cu $F_f=\mu F_n$, obţinem $\frac{F_s}{F_n}=2\left(\mu\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}\right)$ (2')

Observăm că pana stă în butuc dacă $\mu > \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.

În acest caz cunoaştem $\frac{F_i}{F_s}=k=\frac{\mu\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}}{\mu\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}}=\frac{\mu+\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{\mu-\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$, (3)

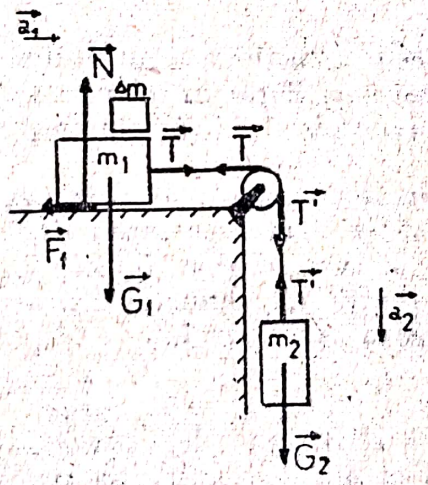
Din ultima relație (3) obținem:

$$\alpha = 2 \operatorname{arc\,tg}\left[\mu \cdot \frac{k-1}{k+1}\right].$$

XII.11. Pe un plan orizontal se află un corp cu masa $m_1 = 4$ kg. Corpul este legat de un fir inextensibil și de greutate neglijabilă care trece peste un scripete fix cu masa zero. De celălalt capăt al firului e legat un corp cu masa $m_2 = 0{,}9$ kg. Știind că între corpul de pe plan și plan coeficientul de frecare este $\mu = 0{,}1$ și că firul nu alunecă pe scripete, să se determine: 1) după cît timp de la începerea mișcării corpul atinge viteza de 4 m s^{-1}; 2) care este tensiunea în fir; 3) care trebuie să fie masa corpului pe care trebuie să-l așezăm peste corpul de masă m_1 astfel încît mișcarea sistemului să devină uniformă?

Soluție:

Sistemul și forțele care acționează sînt reprezentate în fig. XII.11. Proiectînd sistemul de forțe pe direcțiile accelerațiilor obținem:



Pentru corpul de masă m_1: $m_1 a_1 = T - \mu m_1 g$ (1)

Pentru corpul de masă m_2: $m_2 a_2 = m_2 g - T'$ (2)

Dar $a_1 = a_2 = a$, deoarece corpurile sînt legate printr-un fir inextensibil și $T = T'$, deoarece masa scripetelui și a firului este neglijabilă.

Din relațiile (1), (2) și considerațiile făcute, rezultă:

$$a = g\frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} = 1 \text{ ms}^{-2}$$

1) $t = \dfrac{v}{a} = 4$ s

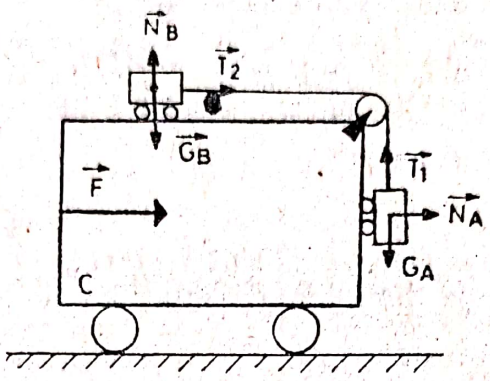
2) $T = m_1 a + \mu m_1 g = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g(1+\mu) = 9{,}92$ N.

3) Mișcarea sistemului ar deveni uniformă dacă:

$$F_f' = G_2, \text{ unde } F_f' = \mu(m_1 + \Delta m)g$$

$$\text{Obținem } \Delta m = \frac{m_2}{\mu} - m_1 = 5 \text{ kg}.$$

XII.12. Fie sistemul mecanic reprezentat în fig. XII.12, care constă din cărucioarele A, B și C avînd masele respective $m_1 = 300$ g, $m_2 = 200$ g, $m_3 = 1500$ g.



1) O forță orizontală este aplicabilă cărucior ului C și are mărimea astfel calculată încît cărucioarele A și B rămîn în repaus relativ față de căruciorul C. a) Să se calculeze tensiunea firului întins între A și B; b) să se determine mărimea forței F.

2) Presupunînd căruciorul C imobil: a) să se calculeze accelerația cărucioarelor A și B; b) să se calculeze tensiunea firului.

În această problemă se vor neglija forțele de rezistență și frecare, se consideră momentele de inerție ale scripetelui și ale roților fiecărui cărucior ca neglijabile. Se neglijează masa firului.

Soluție:

1) Deoarece corpurile A și B nu se deplasează față de corpul C, accelerația celor trei corpuri este egală cu accelerația sistemului. Vom aplica legea a doua a dinamicii pentru corpurile A și B.

$$m_1\vec{a} = \vec{T}_1 + \vec{N}_A + \vec{G}_A \qquad (1)$$

$$m_2\vec{a} = \vec{T}_2 + \vec{N}_B + \vec{G}_B \qquad (2)$$

Proiectînd ecuațiile vectoriale (1) și (2) pe direcțiile orizontală și verticală și ținînd cont că direcția accelerației $\vec{a}$ este orizontală, că direcțiile tensiunii $\vec{T}_2$ și a forței normale $\vec{N}_A$ sînt tot orizontale, iar a tensiunii $\vec{T}_1$ și a forței normale $\vec{N}_B$ sînt verticale obținem următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} m_1 a = N_A \\ 0 = T_1 - G_A \end{cases} \quad (3) \qquad \begin{cases} m_2 a = T_2 \\ 0 = N_B - G_B \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{iar } a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dar firul are masa neglijabilă ca și scripetele deci

$$T_1 = T_2 = T,$$

Din relația (3) rezultă: a) $T = G_A = m_1 g = 2{,}94$ N

Din relația (4) rezultă: b) $a = \frac{T}{m_2} = \frac{m_1 g}{m_2}$

$$F = \frac{m_1}{m_2}(m_1 + m_2 + m_3)g = 29{,}43 \text{ N}.$$

2) Dacă C este imobil dispare forța $\vec{N}_A$.

Accelerația corpului A are direcție verticală, mișcarea corpului A fiind verticală, iar accelerația corpului B este pe direcția și cu sensul forței $\vec{T}_2$ deci orizontală. În aceste condiții relațiile (1) și (2) devin:

$$m_1\vec{a}_1 = \vec{G}_A + \vec{T}_1 \qquad (1^1)$$

$$m_2\vec{a}_2 = \vec{T}_2 + \vec{N}_B + \vec{G}_B \qquad (2^1)$$

Dar $a_1 = a_2 = a'$ și $T_1 = T_2 = T'$

Proiectînd cele două ecuații verticale la fel ca la punctul (1) obținem:

$$\begin{cases} o = o \\ m_1 a' = G_A - T' \end{cases} \qquad (3) \qquad \begin{cases} m_2 a' = T' \\ o = N_B - G_B \end{cases} \qquad (4^1)$$

Din relațiile (3') și (4') obținem

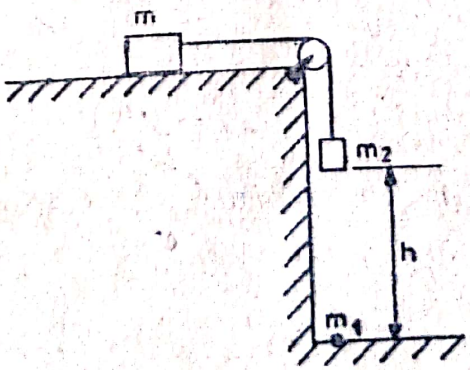
a) $a' = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} = 5{,}88 \text{ ms}^{-2}$ și

b) $T' = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 1{,}18$ N.

XII. 13 Un corp eu masa m, așezat pe un plan orizontal este legat printr-un fir inextensibil trecut peste un scripete, de un corp cu masa m_2 aflat la înălțimea h deasupra solului. În momentul lăsării libere a sistemului, se aruncă de la sol un al treilea corp cu masa m_1 care ciocnește plastic corpul de masă m_2. Știind că ansamblul (m_1 și m_2) obținut prin ciocnire atinge înălțimea maximă în momentul opririi corpului de masă m, să se calculeze cu ce viteză și după cît timp ansamblul lovește pămîntul. Coeficientul de frecare între corpul m și planul orizontal este μ.

Soluție:

Sistemul format de m și m_2 coboară cu accelerația $a_2 = g\frac{m_2 - \mu m}{m_2 + m}$ (v. problema XII.11) iar corpul m_1 are o mișcare ascendentă frînată cu accelerația g (fig. XII.13).



Ecuaţiile de mişcare ale corpurilor m_1 şi m_2 vor fi

$$S_1 = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \text{ şi } S_2 = \frac{a_2 \cdot t^2}{2}.$$

Mobilele se întîlnesc la momentul t_1 cînd

$$S_1(t_1) + S_2(t_1) = h \tag{1}$$

şi cînd

$$v_1 = v_0 - g \cdot t_1 \tag{2}$$

$$v_2 = a_2 t_1 \tag{3}$$

Din condiţia (1) îl determinăm pe t_1 în funcţie de v_0:

$$t_1 = \frac{v_0}{g} \cdot \frac{m+m_2}{m(\mu+1)} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2g \cdot h}{v_0^2} \cdot \frac{m(1+\mu)}{m+m_2}} \right] \tag{4}$$

(s-a ales soluţia mai mică — cînd se întîlnesc prima dată). Corpul m se va opri în timpul t_2:

$t_2 = \frac{v_2}{\mu g}$ (5) (în urma ciocnirii plastice dintre m_1 şi m_2 corpul m are o mişcare încetinită datorită forţei de frecare). Viteza ansamblului (m_1, m_2) va trebui să fie ascendentă $v_{1,2}$ din legea conservării impulsului.

$$v_{1,2} = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} \tag{5}$$

Timpul de urcare al ansamblului va fi $\frac{v_{1,2}}{g} = t_2$ (7)

Din condiţia (7) şi (5) îl determinăm pe v_0:

$$v_0 = \frac{\sqrt{2g \cdot h(1+\mu)} \cdot m_2(m_1+m_2-m)}{\sqrt{\mu m_1(m_2+m)\,[2\,m_2(m_1+m_2-m) - \mu m_1 m]}} \tag{8}$$

Ansamblul (m_1, m_2) urcă pînă la înălţimea H:

$$H = h - a_2 \cdot t_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \tag{9}$$

Timpul de coborîre va fi $t_3 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ (10)

iar viteza la sol va fi $v = \sqrt{2gH}$ (11)

Timpul total de mişcare va fi T:

$$T = t_1 + t_2 + t_3$$

$$T = \frac{\sqrt{2h}}{\sqrt{g[2\,m_2\,(m_1+m_2-m)-\mu m_1 m]\,(m_2+m)}}\left[m_2\sqrt{\frac{m_1(1+\mu)}{\mu}}+\right.$$

$$\left.+\sqrt{[2\,m_2(m_1+m_2-m)-\mu m_1 m]\,(m_2+m)+m_1(m_2-\mu m)\,(m_2-\mu m_2-2\,\mu m)}\right]$$

$$v = \sqrt{2g\cdot h}\cdot\sqrt{1+\frac{m_1(m_2-\mu m)\,(m_2-\mu m_2-2\,\mu m)}{[2\,m_2\,(m_1+m_2-m)-\mu m_1 m]\,(m_2+m)}}.$$

XII.14. Un observator de pe Pămînt a constatat că un satelit artificial care se mişcă la înălţimea $H=200$ km, pe o orbită circulară — în momentul trecerii la zenit — avea aceeaşi viteză unghiulară ca şi un avion ce zbura cu $v=100$ kmh^{-1}. La ce înălţime h se află avionul ($R_{pămînt}=6400$ km; $g_0=10$ ms^{-2}).

Soluţie:

Cele două mobile avînd aceeaşi viteză unghiulară faţă de observator putem scrie:

$$\frac{v}{h}=\frac{v_s}{H} \qquad (1)$$

v_s fiind viteza relativă a satelitului faţă de observator. Deoarece cunoaştem înălţimea la care evoluează satelitul, aflăm mai întîi viteza reală a satelitului v_0. Acceleraţia satelitului (care este o acceleraţie normală) este egală cu intensitatea cîmpului gravitaţional (acceleraţie gravitaţională) de la acea înălţime:

$$\frac{v_0}{R+h}=K\frac{M_{Păm.}}{(R+H)^2} \qquad (2)$$

$$\text{dar } K\frac{M_{Păm.}}{R^2}=g_0 \text{ şi obţinem } v_0=R\sqrt{\frac{g_0}{R+H}} \qquad (3)$$

Viteza relativă a satelitului $v_s=v_0-\omega_{Păm}\,R$ (4) deoarece viteza observatorului $v_1=\omega_{Păm}\cdot R$ (perioada de rotaţie a Pămîntului o considerăm 24 h).

Obţinem din (1), (3), (4): $h=H\dfrac{v}{\sqrt{g_0(R+H)}-\omega_p\cdot R}\simeq 200$ m.

XII.15. Două corpuri punctiforme încărcate cu sarcini electrice pozitive egale $q=\dfrac{1}{30}$ mC se găsesc pe orizontală la distanţa $d=\sqrt{3}$ m. Între ele la jumătate distanţă o bobiţă cu $m=10$ g încărcată electric negativ $q_0=\dfrac{1}{3}\mu$C este menţinută în echilibru de o altă sarcină punctiformă electric pozitivă $q'=0{,}3$ mC.

Să se precizeze poziţia sarcinii q' şi în caz că ea dispare, noua poziţie de echilibru a bobiţei ($\varepsilon_r=1$; $g_0=10$ ms^{-2}).

Scanned with OKEN Scanner

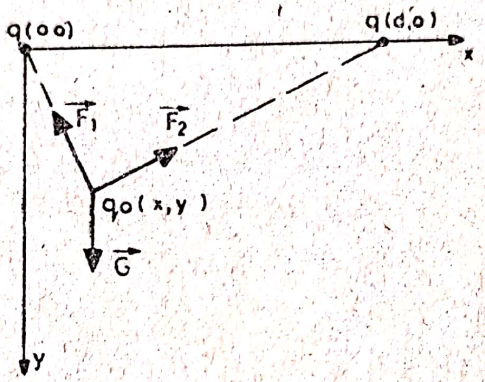
Soluţie:

Din simetria problemei rezultă că q' se află pe verticala lui q_0 la o astfel de distanţă h (deasupra) încît forţa de atracţie electrostatică să egaleze greutatea bobiţei:

$$\frac{q_0 q'}{4\pi\varepsilon_0 h^2} = mg$$

Obţinem $h = 3$ m.

În al doilea caz asupra bobiţei acţionează 3 forţe, greutatea $\vec{G}$ şi forţele de atracţie electrostatică $\vec{F}_1$ şi $\vec{F}_2$ îndreptate spre cele două sarcini q (fig. XII.15).



Pentru ca bobiţa să fie în echilibru $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{G} = 0$ (1) Deoarece cele trei forţe sînt coplanare poziţia de echilibru a bobiţei (dacă există) se află într-un plan vertical ce cuprinde cele două sarcini q.

$$F_1 = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)}; \quad F_2 = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 [(d-x)^2+y^2]}; G = mg. \tag{2}$$

Din relaţia (2) proiectînd pe cele două axe obţinem:

$$F_1 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} = F_2 \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2+y^2}} \tag{3}$$

$$F_1 \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + F_2 \frac{y}{\sqrt{d-x)^2+y^2}} = G \tag{4}$$

Rezultă $x = \frac{d}{2}$ şi $y = 0{,}5$ m, deci într-o poziţie simetrică faţă de cele două sarcini.

XII.16. Pe un plan cu înclinarea α faţă de orizontală, la înălţimea h se află un corp de masă m, încărcat cu o cantitate de sarcină electrică $+q$. Lăsat liber corpul va efectua o mişcare într-un cîmp electric uniform de intensitate E, paralel cu planul înclinat (şi în porţiunea orizontală). Coeficientul de frecare fiind μ (acelaşi pe planul înclinat şi pe planul orizontal)

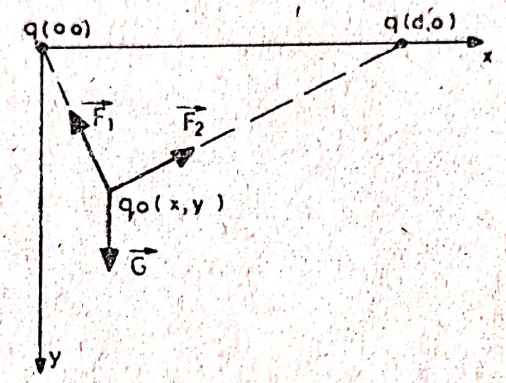
Soluţie:

Din simetria problemei rezultă că q' se află pe verticala lui q_0 la o astfel de distanţă h (deasupra) încît forţa de atracţie electrostatică să egaleze greutatea bobiţei:

$$\frac{q_0 q'}{4\pi\varepsilon_0 h^2} = mg$$

Obţinem $h = 3$ m.

În al doilea caz asupra bobiţei acţionează 3 forţe, greutatea $\vec{G}$ şi forţele de atracţie electrostatică $\vec{F}_1$ şi $\vec{F}_2$ îndreptate spre cele două sarcini q (fig. XII.15).



Pentru ca bobiţa să fie în echilibru $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{G} = 0$ (1) Deoarece cele trei forţe sînt coplanare poziţia de echilibru a bobiţei (dacă există) se află într-un plan vertical ce cuprinde cele două sarcini q.

$$F_1 = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)}; \quad F_2 = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 [(d-x)^2+y^2]}; G = mg. \tag{2}$$

Din relaţia (2) proiectînd pe cele două axe obţinem:

$$F_1 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} = F_2 \frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2+y^2}} \tag{3}$$

$$F_1 \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + F_2 \frac{y}{\sqrt{d-x)^2+y^2}} = G \tag{4}$$

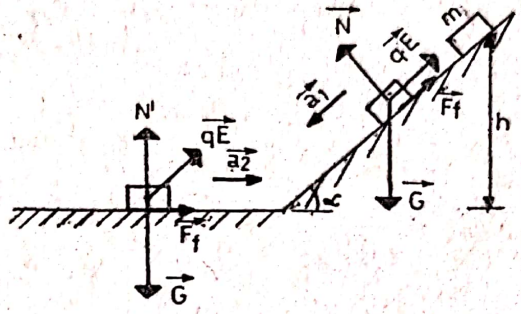
Rezultă $x = \frac{d}{2}$ şi $y = 0{,}5$ m, deci într-o poziţie simetrică faţă de cele două sarcini.

XII.16. Pe un plan cu înclinarea α faţă de orizontală, la înălţimea h se află un corp de masă m, încărcat cu o cantitate de sarcină electrică $+q$. Lăsat liber corpul va efectua o mişcare într-un cîmp electric uniform de intensitate E, paralel cu planul înclinat (şi în porţiunea orizontală). Coeficientul de frecare fiind μ (acelaşi pe planul înclinat şi pe planul orizontal)

să se afle: 1) accelerația mișcării pe planul înclinat; 2) viteza la baza planului; 3) accelerația mișcării pe orizontală; 4) timpul pînă la oprire (calculat de la baza planului).

Soluție:

Cîmpul electric are două orientări posibile: A. $\vec{E}$ îndreptat în sus (fig. XII.16).



1) $\vec{N}+\vec{G}+\vec{F}_f+q\vec{E}=m\vec{a}_1$

$F_f=\mu N$ și a_1 tangent la plan:

$$\begin{cases} N-G\cos\alpha=0 \\ G\sin\alpha-\mu N-qE=a_1 \end{cases}$$

$$a_1=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)-\frac{qE}{m}.$$

2) $v=\sqrt{2\,a_1\frac{h}{\sin\alpha}}$; 3) $\vec{N}'+q\vec{E}+\vec{F}_f+\vec{G}=m\vec{a}_2$

$F_f=\mu\cdot N'$ și a_2 tangent la planul orizontal

$$\begin{cases} N'+2\,qE\sin\alpha-G=0 \\ \mu N'+qE\cos\alpha=ma_2, \end{cases} \quad \text{rezultă} \quad a_2=\mu g+\frac{qE}{m}(\cos\alpha-\mu\sin\alpha).$$

4) $t=\frac{v}{a_2}$.

Mișcarea în jos este posibilă dacă $a_1>0$ deci $\mu<\operatorname{tg}\alpha-\frac{qE}{mg\cdot\cos\alpha}$ și mișcarea pe plan orizontal dacă $N'>0$, există α și μ pentru care mișcarea să se desfășoare astfel dacă $mg>qE$. B. $\vec{E}$ îndreptat în jos. Doar $\vec{E}$ își schimbă sensul:

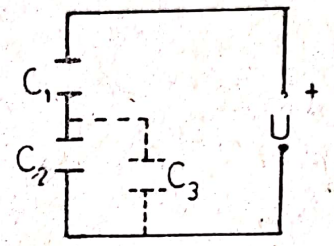
1) $a_1=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)+\frac{qE}{m}$; 2) $v=\sqrt{2\,a_1\frac{h}{\sin\alpha}}$;

3) $a_2=\mu\left(g+\frac{qE}{m}\sin\alpha\right)-\frac{qE}{m}\cos\alpha$; 4) $t=\frac{v}{a_2}$.

$a_1>0$ și $a_2>0$ implică:

$$\frac{1}{\frac{mg}{q\cdot E\cdot\cos\alpha}+\operatorname{tg}\alpha}<\mu<\operatorname{tg}\alpha+\frac{qE}{mg\cdot\cos\alpha}.$$

XII.17. Două condensatoare electrice având capacitățile C_1 și C_2 sînt dispuse în serie. Ansamblului astfel format i se aplică o tensiune U. Între punctele M și N ale circuitului se introduce un al treilea condensator încărcat în prealabil tot sub tensiunea U (fig. XII.17). Capacitatea acestui ultim



condensator este C_3. 1) Să se calculeze sarcina Q_3 pe care o va avea cel de al treilea condensator după conexiunea lui în circuit; 2) să se calculeze sarcina electrică q furnizată de sursă în timpul conexiunii condensatorului C_3. Să se interpreteze rezultatul.

Aplicație numerică: $C_1=2C_2=2C_3=2C=1\ \mu F$, $U=300$ V.

Soluție:

1) Echilibrul electric fiind atins condensatoarele vor avea sarcinile Q_1, Q_2 și Q_3. Fie U_1 tensiunea la bornele lui C_1 și U_2 între M și N. Vom avea:

$$U=U_1+U_2\ ;\ Q_1=Q_2+Q_3\ ;\ U_1'=\frac{Q_1}{C_1};$$

$$U_2=\frac{Q_2}{C_2}=\frac{Q_3}{C_3}=\frac{Q_2+Q_3}{C_2+C_3}\ \text{sau}\ U_2=\frac{Q_1}{C_2+C_3}$$

$$\text{Deci: } Q_1=\frac{C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}\cdot U$$

$$U_2=U-U_1=U\left(1-\frac{C_2+C_3}{C_1+C_2+C_3}\right)\ \text{și deci}$$

$$Q_3=\frac{C_1C_3\cdot U}{C_1+C_2+C_3}$$

2) Înainte de introducerea lui C_3 condensatorii C_1 și C_2 aveau aceeași sarcină Q

$$Q=\frac{U}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}$$

Scanned with OKEN Scanner

C_3 are inițial sarcina $Q'_3 = C_3 U$ deci ansamblul condensatorilor avea inițial sarcina totală:

$$Q'_3 + Q = \left[\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3\right] \cdot U$$

În starea finală, ansamblul condensatoarelor va avea sarcina Q_1 (unde $Q_1 = Q_2 + Q_3$)

$$q = Q_1 - (Q + Q_3') = \left[\frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} - \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} - C_3\right] \cdot U$$

Aplicație numerică: $Q_3 = 75\ \mu C$ și $q = -200\ \mu C$.
Semnul minus arată transportul de sarcină de la condensatori la sursă.

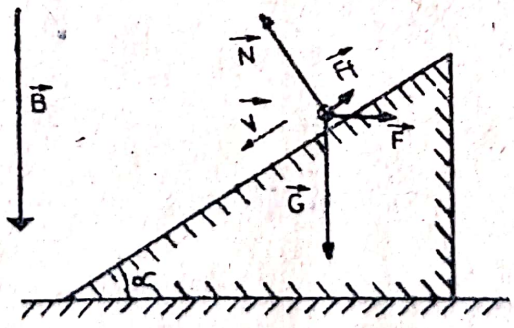
XII.18. Fie două șine metalice așezate la distanța l una de alta, înclinate cu unghiurile α față de orizontală și care se leagă printr-o rezistență electrică R. Pe aceste șine se găsește o bară de masă m așezată perpendicular pe ele. Bara cade prin lunecare pe planul înclinat format de șine, păstrîndu-și perpendicularitatea. Ea cade cu viteza constantă v. Coeficientul de frecare între bară și șine este μ. Rezistența electrică a sarcinilor și barei este neglijabilă față de R.

Bara se mișcă într-un cîmp magnetic de inducție B, perpendicular pe planul orizontal și cu sensul în jos.

Presupunînd că se cunosc l, α, R, m, B, μ să se găsească viteza constantă de cădere a barei pe planul înclinat și ce curent de inducție trece prin ea.

Soluție:

Viteza de cădere fiind constantă componenta de-a lungul planului a greutății barei, $G \sin \alpha$ este echilibrată, de forța de frecare μN de componenta de-a lungul planului înclinat, a forței electromagnetice ce acționează asupra curentului de inducție I, ce apare în bară, (fig. XII.18).



$$G \sin \alpha = F \cos \alpha + \mu N \qquad (1)$$

$$N = G \cos \alpha + F \sin \alpha \qquad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) rezultă $F = G\frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$ (3)

Forța electromagnetică este pe de altă parte $F = BIl$ (4) unde $I = \frac{E}{R}$ (5)

Scanned with OKEN Scanner

iar E, tensiunea electromotoare de inducţie, este $E=Blv\cdot\cos\alpha$ (6) ($v\cdot\cos\alpha$ este componenta vitezei $\vec{v}$ perpendiculară pe $\vec{B}$).

Din relaţiile (3) — (6) rezultă:

$$G\frac{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}=\frac{B^2l^2v\cdot\cos\alpha}{R}$$

de unde:

$$v=\frac{Rmg}{B^2l^2}\cdot\frac{\operatorname{tg}\alpha-\mu}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$$

şi

$$I=\frac{mg}{Bl}\cdot\frac{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}.$$

XII.19. O spiră în formă de pătrat cu latura l este aşezată într-un cîmp uniform de inducţie magnetică B_0, aşa fel că normala la planul spirei formează un unghi α cu direcţia liniilor de cîmp. Într-un timp Δt cîmpul scade pînă la valoarea B.

1) să se calculeze tensiunea electromotoare medie indusă în spiră.

2) Rezistenţa spirei fiind R, să se determine sarcina electrică q pusă în mişcare de spiră.

3) Dacă se presupune că B variază după o lege sinusoidală $B=B_0\sin\omega t$, să se determine expresia tensiunii electromotoare induse e în funcţie de timp.

Soluţie:

1) Legea inducţiei este $e=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$$e_{mediu}=\frac{\Phi_0-\Phi}{\Delta t}=\frac{B_0S\cos\alpha-BS\cos\alpha}{\Delta t}=\frac{(B_0-B)l^2\cos\alpha}{\Delta t}$$

2) $q=i\cdot\Delta t=\frac{e}{R}\cdot\Delta t=\frac{\Phi_0-\Phi}{R}$.

3) $\Phi=BS\cos\alpha=B_0S\cos\alpha\cdot\sin\omega t$

$$e=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-B_0l^2\cos\alpha\cdot\frac{\Delta(\sin\omega t}{\Delta t}$$

Dar, de la mişcarea oscilatorie, armonică, ştim că $\frac{\Delta(\sin\omega t)}{\Delta t}=\omega\cos\omega t$ [viteza $v=\frac{\Delta y}{\Delta t}$ unde elongaţia $y=A\sin\omega t$, iar $v=A\omega\cos\omega t$ deci: $\omega\cdot\cos\omega t=\frac{\Delta(\sin\omega t)}{\Delta t}$] $\cdot\ e=-B_0l^2\omega\cdot\cos\alpha\cdot\cos\omega t$.

XII.20. Pe un plan înclinat cu un unghi α şi de lungime l se află un corp de masă m, legat printr-un fir extensibil de secţiune S şi lungime $l_0<l$, de vîrful planului. Lăsat liber, corpul parcurge întregul plan cu frecare, ajungînd la bază cu viteza $v=0$. 1) Să se afle modulul de elasticitate al firului.

Scanned with OKEN Scanner

2) La ce înălțime față de sol se va ridica corpul înapoi pe plan.

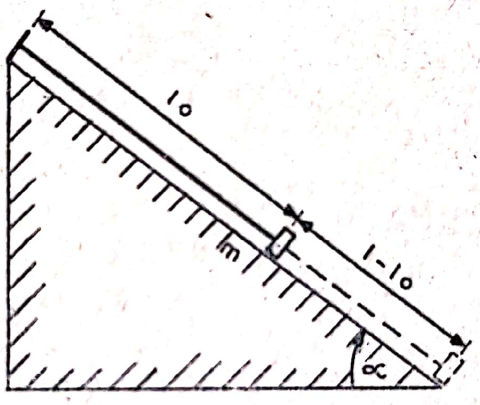
Aplicație numerică: $\alpha=30°$; $l=5$ m; $l_0=3$ m; $S=5$ cm^2; $m=4$ kg; $\mu=\frac{1}{2\sqrt{3}}$, $g=9{,}8$ ms^{-2}.

Soluție:

Corpul se va deplasa în jos dacă: $\operatorname{tg}\alpha>\mu$

Aplicăm legea conservării energiei. În poziția inițială corpul are o energie potențială gravitațională față de baza planului $Ep=mg(l-l_0)\sin\alpha$ și nu mai are alte forme de energie. Deplasîndu-se pînă la baza planului, corpul pierde datorită frecării o energie egală cu lucrul mecanic efectuat împotriva forței de frecare.

$L=\mu mg(l-l_0)\cos\alpha$ și mai rămîne cu o energie potențială de deformare $E=K\frac{(l-l_0)^2}{2}$ (fig. XII.20), unde K este constanta elastică a firului. Ener-



gia cinetică în poziția finală este nulă ($v=0$) ca și energia potențială gravitațională ($h=0$). Obținem:

$$mg(l-l_0)\sin\alpha=\mu mg(l-l_0)\cos\alpha+K\frac{(l-l_0)^2}{2} \tag{1}$$

Iar din legea lui Hooke: $K=\frac{ES}{l_0}$ (2)

1) $E=\frac{l_0}{S}\frac{2mg(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}{l-l_0}=5{,}88\cdot10^4\ \mathrm{N\cdot m^{-2}}$.

2) Corpul se va putea deplasa în sus dacă forța elastică $K(l-l_0)$ este mai mare decît componenta tangențială la plan a greutății corpului plus forța de frecare.

$$k(l-l_0)>mg\sin\alpha+\mu mg\cos\alpha \tag{3}$$

Condiția (3) este îndeplinită dacă $\operatorname{tg}\alpha>3\mu$. (4)

Dacă condiția (4) ar fi îndeplinită corpul ar urca pînă la înălțimea h, poziție pentru care am fi făcut din nou bilanțul energetic:

$$K\frac{(l-l_0)^2}{2}=\frac{K}{2}\left(l-l_0-\frac{h}{\sin\alpha}\right)^2+mg\cdot h+\mu mg\cdot\frac{h}{\sin\alpha}\cdot\cos\alpha \tag{5}$$

Înlocuind valoarea lui K din relația (1) obținem:

$$h=\frac{\operatorname{tg}\alpha-3\mu}{\operatorname{tg}\alpha-\mu}(l-l_0)\sin\alpha$$

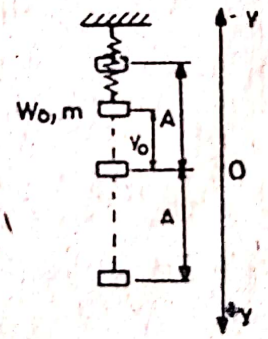
Corpul se oprește după n oscilații unde n este cel mai mic număr natural pentru care $\mu\geq\frac{\operatorname{tg}\alpha}{2n+1}$.

XII.21. De un resort avînd constanta elastică k, se fixează un corp cu masa m. Corpul este ținut astfel încît resortul să nu fie întins. Apoi i se imprimă corpului un impuls în direcția verticală, transmițîndu-i astfel o cantitate de energie W_0: a) Să se afle amplitudinea oscilațiilor corpului, neglijînd frecarea; b) să se scrie ecuația mișcării corpului, luînd ca origine poziția inițială a corpului și considerînd că impulsul imprimat are sensul îndreptat în jos.

Soluție:

a) Poziția de echilibru stabil a sistemului se află în punctul în care greutatea corpului este echilibrată de forța elastică: $mg=ky_0$ (1)

Față de această poziție energia inițială a sistemului este (fig. XII.21):



$$E=m\cdot g\cdot y_0+Wo \tag{2}$$

Energia E va fi egală cu energia potențială de deformare plus energia potențială gravitațională, în punctele în care energia cinetică este nulă ($v=0$) și corpul se întoarce:

$$m\cdot g\cdot y_0+Wo=\frac{k(y+y_0)^2}{2}+mg(-y) \tag{3}$$

Dar $y_{1,2}$ soluțiile acestei ecuații sînt chiar elongațiile maxime iar amplitudinea

$$A=y_1=-y_2=\sqrt{\frac{2W_0}{k}+\left(\frac{mg}{k}\right)^2} \tag{4}$$

b) Am demonstrat că originea sistemului de referință ales este chiar centrul de oscilație. Ecuația generală a unei mișcări oscilatorii cu centrul în 0, amplitudine A și pulsație $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ este:

$$y(t)=A\sin(\omega t+\varphi) \tag{5}$$

dar $y(0)=y_0$ și deci $\sin\varphi=-\frac{y_0}{A}$ (6)

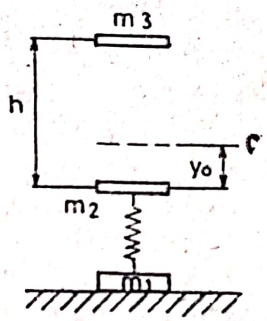
Pentru unghiul φ există două posibilități; alegerea se face în așa fel ca viteza la momentul inițial să fie pozitivă.

Față de poziția inițială a corpului ecuația oscilației va fi:

$$y'(t)=A\sin(\omega t+\varphi)+y_0 \tag{7}$$

$$y'(t)=\sqrt{\frac{2W_0}{k}+\left(\frac{mg}{k}\right)^2}\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot t-\arcsin\frac{1}{\sqrt{1+\frac{2kW_0}{m^2g^2}}}\right)+\frac{mg}{k}.$$

XII.22. Pe o suprafață orizontală se află un sistem de două corpuri de mase m_1 și m_2 legate între ele printr-un resort de constantă elastică k (așezate vertical ca în fig. XII.22). Pe corpul m_2 cade un corp de masă m_3, avînd



loc o ciocnire. Să se determine înălțimea h de la care trebuie să cadă corpul de masă m_3 pentru ca în urma ciocnirii și comprimării resortului, corpul de masă m_1 să salte în sus de pe suprafața orizontală: a) în cazul ciocnirii perfect elastice între m_2 și m_3; b) în cazul ciocnirii perfect plastice.

Soluție:

Resortul este comprimat cu $y_0=\frac{m_2g}{k}$. (1)

Vom considera sistemul de referință (0) în poziția în care resortul este relaxat.

Pentru ca m_1 să fie ridicat de pe sol trebuie ca tensiunea de întindere din resort să fie mai mare decît greutatea lui m_1, deci m_2 să se ridice deasupra lui 0 cu $y_1=\frac{m_1g}{k}$ (2)

Viteza lui m_3 înaintea ciocnirii este: $v=\sqrt{2gh}$ (3)

a) Viteza lui m_2 în urma ciocnirii elastice este:

$$v_2=\frac{2m_3v}{m_2+m_3} \tag{4}$$

Corpul m_2 va ajunge în poziția y_1 dacă are suficientă energie:

$$\frac{m_2}{2}v_2^2+\frac{k}{2}y_0^2-m_2gy_0>\frac{k}{2}y_1^2+m_2gy_1 \tag{5}$$

Din condiția (5) obținem:

$$h > \frac{g(m_2+m_3)^2(m_1+m_2)^2}{8\,km_2m_3^2} \tag{6}$$

b) Viteza ansamblului (m_2, m_3) în urma ciocnirii plastice este v_2^2:

$$v_2^2 = \frac{m_2 v}{m_2+m_3} \tag{7}$$

Ansamblul ajunge în poziția y_1 dacă:

$$\frac{m_2+m_3}{2} v_2^2 + \frac{k}{2} y_0^2 - (m_2+m_3)gy_0 > \frac{k}{2} y_1^2 + (m_2+m_3)gy_1$$

Obținem:

$$h' > \frac{(m_1+m_2)(m_2+m_3)(m_1+m_2+2m_3)}{2 \cdot k \cdot m_3^2} g.$$

XII.23. La extremitățile AB ale unui fir de fier moale, întins orizontal, cu lungimea de 1 m, diametrul de 0,2 mm, și rezistivitatea de $10^{-17}\ \Omega \cdot m$ se aplică o diferență de potențial alternativ sinusoidală a cărei valoare maximă este 160 V. a) Care este cantitatea de căldură degajată în fir pe minut? b) un electromagnet Em în formă de bară alimentat cu o tensiune continuă este plasat în planul vertical care conține firul astfel încît unul din polii săi să fie în vecinătatea regiunii mijlocii a firului. Se constată că firul începe să vibreze și ia forma unui fus. Explicați acest fenomen și calculați frecvența curentului alternativ știind că viteza de propagare a oscilațiilor transversale în fir este de $100\ ms^{-1}$.

c) Scrieți expresia care permite calcularea valorii momentane a tensiunii utilizate la alimentarea firului.

d) Se întrerupe tensiunea de alimentare a firului A—B. Se înlocuiește tensiunea continuă de alimentare a electromagnetului Em, cu tensiunea care s-a utilizat la alimentarea firului, apoi se deplasează magnetul spre unul din capete la o pătrime din lungimea corzii. Descrieți fenomenul care se va petrece, comparați-l cu cel observat la punctul „b".

e) Ce aspect va prezenta coarda în cursul experiențelor prezentate la punctele b și d dacă are loc într-o cameră întunecată și firul este luminat cu aceeași tensiune alternativă utilizată pentru alimentarea firului (b) și a electromagnetului (d).

Soluție:

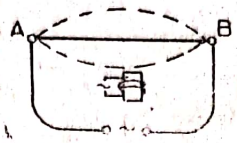
a) $$Q = \frac{U^2}{R} t = \frac{U_m^2}{2\rho\frac{l}{S}} t = 0{,}24\ MJ.$$

b) Electromagnetul acționează asupra firului AB cu o forță $F = BlI_m \sin\omega t$ care produce în fir vibrații transversale față de direcția lui. Aceste vibrații se propagă în fir și se reflectă la extremitățile AB; în fir se produce interferența undelor incidente cu cele reflectate (fig. XII.23.a).

Cînd este îndeplinită condiția $l=\frac{n\lambda}{2}$ în fir se formează unde staționare.

În cazul experienței $n=1$

$$l=\frac{v}{2\nu} \text{ și deci } \nu=\frac{v}{2l}=50 \text{ Hz.}$$



c) $u=U_m \cdot \sin \omega t=160 \sin 314t$ [V[.

d) În acest caz în timpul unei alternanțe forța de atracție a electromagnetului, care este proporțională cu B^2, urmărește variațiile pătratului intensității momentane a curentului.

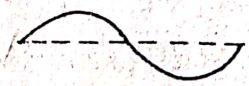
$$i^2=I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t=\frac{I_m^2}{2}(1-\cos 2\omega t)$$

Frecvența vibrațiilor este $\nu_f=2\nu=100$ Hz.

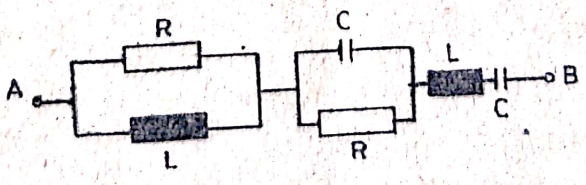
$$n=\frac{2l}{\lambda}=2.$$

Pe fir se va forma o undă staționară cu 3 noduri și 2 ventre.

e) În acest caz firul va fi observat numai cînd becul luminează. Iluminarea se produce cînd tensiunea aplicată are valoarea maximă. Frecvența aprinderii becului este egală cu dublul frecvenței tensiunii de alimentare. În cazul b. se vor vedea numai pozițiile de extrem (două poziții), în cazul d. se va vedea firul tot timpul în aceeași poziție (fig. XII.23.b).

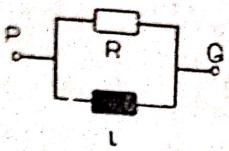


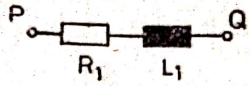
XII.24. La bornele A și B ale circuitului din fig. XII.24.a. se aplică o tensiune alternativă U (R, L, C cunoscute). Să se afle: a) frecvența de rezonanță; b) curentul din circuit la rezonanță.

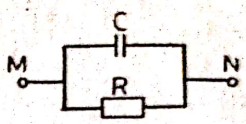


Soluție:

Vom calcula gruparea serie echivalentă pentru cele două grupări în paralel. Gruparea în paralel R, L (fig. XII.24.b.) o transformăm în gruparea sere R_1, L_1 (fig. XII.24.c.).







Cele două montaje sînt echivalente dacă ai aceeaşi impedanţă $Z=Z_1$ (1) şi introduc acelaşi defazaj $\varphi=\varphi_1$ (2) cînd se aplică aceeaşi tensiune:

$$Z=\frac{R\cdot L\cdot\omega}{\sqrt{R^2+(L\omega)^2}} \text{ şi } Z_1=\sqrt{R_1^2+(L_1\omega)^2} \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{R}{L\omega} \text{ şi } \operatorname{tg}\varphi_1=\frac{L_1\omega}{R_1} \qquad (2)$$

Sistemul de ecuaţii (1) şi 2) au soluţiile:

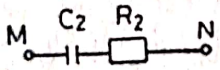
$$R_1=\frac{R(L\omega)^2}{R^2+(L\omega)^2} \quad (3) \text{ şi } L_1=\frac{R^2\cdot L}{R^2+(L\omega)^2} \quad (4)$$

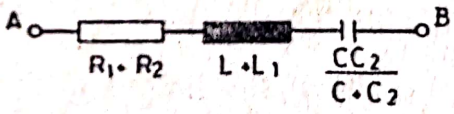
Analog transformăm circuitul paralel R, C (fig. XII.24.d) în circuitul serie R_2C_2 din fig. XII.24.e.

Condiţia de echivalenţă a celor două circuite conduce la:

$$R_2=\frac{R}{1+(R\omega C)^2} \quad (5) \quad \text{şi} \quad C_2=\frac{1+(R\omega C)^2}{C\omega^2\cdot R^2} \quad (6)$$

În acest fel circuitul dat este echivalent cu circuitul din fig. XII. 24. f





a) La rezonanţă, reactanta capacitivă a circuitului X_C este egală cu reactanta inductivă X_L. Obţinem:

$$\omega\left[L+\frac{R^2L}{R^2+(\omega L)^2}\right]=\frac{C+\dfrac{1+(RC\omega)^2}{C\omega^2\cdot R^2}}{C\omega\cdot\dfrac{1+(R\omega C)^2}{C\omega^2R^2}} \qquad (7)$$

Rezultă:

$$\nu_{rez}=\frac{\omega_{rez}}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (8)$$

b) La rezonanţă impedanţa circuitului AB este redusă numai la rezistenţa ohmică:

$$Z_{rez.}=R_1+R_2 \qquad (9)$$

Scanned with OKEN Scanner

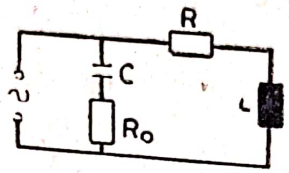
Ținînd cont de (8) obținem:

$$I=\frac{U}{Z_{rez}}=\frac{U(L+CR^2)}{2RL}$$

XII.25. Un rezistor cu rezistența Ro este conectat la o tensiune alternativă cu valoarea efectivă U. În serie cu Ro se leagă un condensator de capacitate C iar în paralel cu Ro se leagă o bobină cu inductanța L și un rezistor cu rezistența R. Să se determine intensitatea în circuitul principal.

Soluție:

Circuitul este reprezentat în fig. XII.25.



Vom nota cu Z^* impedanța unui circuit exprimată în numere complexe. Impedanța unei rezistențe este $Z_R^*=R$ (1), impedanța unei bobine este $Z_L^*=j\omega L=jX_L$ (2) și impedanța unui condensator $Z_C^*=-j\frac{1}{\omega C}=-jX_C$ (3) unde $j^2=-1$.

Gruparea serie (C, Ro) are impedanța Z_1^*:

$$Z_1^*=Z_{R_0}^*+Z_C^*=R_0-jX_C \tag{5}$$

Gruparea serie (R, L) are are impedanța Z_2^*:

$$Z_2^*=Z_R+Z_L^*=R+jX_L. \tag{6}$$

Intensitatea efectivă a curenului din ramura 1, I_1 va fi $I_1=\frac{U}{|Z_1^*|}$; iar $I_2=\frac{U}{|Z_2^*|}$ (7)

unde $|Z^*|$ este modulul lui Z^*:

$$|Z^*|=\sqrt{(\mathrm{Re}Z^*)^2+(\mathrm{Im}Z^*)^2}$$

Defazajul între i_1 și u va fi φ_1:

$$\mathrm{tg}\,\varphi_1=\frac{ImZ_1^*}{ReZ_1^*} \text{ și } \mathrm{tg}\,\varphi_2=\frac{ImZ_2^*}{ReZ_2^*} \tag{8}$$

Unde $\mathrm{Im}Z^*$ este partea imaginară a numărului complex Z^* și $\mathrm{Re}Z^*$ este partea reală a numărului complex Z^*.

Impedanța întregului circuit va fi Z_0^*:

Scanned with OKEN Scanner

$$Z_0^* = \frac{Z_1^* \cdot Z_2^*}{Z_1^* + Z_2^*} \tag{9}$$

Intensitatea în circuitul principal va fi I:

$$I = \frac{U}{|Z_0^*|} = \frac{U|Z_1^* + Z_2^*|}{|Z_1^*| \cdot |Z_2^*|} \tag{10}$$

iar defazajul dintre i și u va fi φ:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_m Z_0^*}{Re Z_0^*} \tag{11}$$

Obținem:

$$I = \frac{U\sqrt{R_0^2 + X_L^2} \cdot \sqrt{R^2 + X_L^2}}{\sqrt{(R_0 + R)^2 + (X_L - X_{5C})^2}}$$

și

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(X_L R_0 - X_c R)(R + R_0) - (RR_0 + X_L X_c)(X_L - X_c)}{(RR_0 + X_L X_c)(R + R_0) + (X_L R_0 - X_c R)(X_L - X_c)}$$

XII.26. În două puncte S_1 și S_2 situate pe suprafața apei la distanța l unul de altul se produc două mișcări oscilatorii armonice defazate cu φ_0, cu frecvența ν și amplitudinea A.

Din cele două puncte se propagă pe suprafața apei, în toate direcțiile, unde transversale cu lungimea de undă λ. a) Să se calculeze elongația mișcării oscilatorii pe care o efectuează pun punct M la distanța r_1 față de S_1 și r_2 față de S_2; b) Să se determine pozițiile nodurilor și ventrelor pe dreapta care unește punctele S_1 și S_2; c) Să se precizeze punctele situate pe mediatoarea segmentului S_1S_2 și care oscilează în fază cu punctul 0 situat la mijlocul acestui segment.

Soluția:

Ecuația undei cu originea în S_1 în punctul M va fi:

$$y_1(t, r_1) = A \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{r_1}{\lambda}\right) \tag{1}$$ și analog

$$y_2(t, r_2) = A \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{r_2}{\lambda} - \varphi_0\right) \tag{2}$$

a) Prin compunerea celor două oscilații transversale rezultă:

$$y(t) = A\left|\cos\left[\frac{1}{2}\varphi_0 + \frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right]\right| \sin(\omega t - \varphi) \tag{3}$$

unde

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin\left(2\pi \frac{r_1}{\lambda} + \varphi_0\right) + \sin 2\pi \frac{r_1}{\lambda}}{\cos\left(2\pi \frac{r_2}{\lambda} + \varphi_0\right) + \cos 2\pi \frac{r_1}{\lambda}} = \operatorname{tg}\left[\frac{1}{2}\varphi_0 + \frac{\pi}{\lambda}(r_1 + r_2)\right]. \tag{4}$$

Scanned with OKEN Scanner

b) În acest caz $r_1+r_2=1$. Avem nod pentru punctele în care $y(t)=0$

$$\cos\left[\frac{1}{2}\varphi_0+\frac{\pi}{\lambda}(r_2-r_2)\right]=0 \tag{5}$$

sau

$$\frac{1}{2}\varphi_0+\frac{\pi}{\lambda}(l-2r_1)=(2K_1+1)\frac{\pi}{2} \tag{6}$$

deci

$$r_1=\frac{l}{2}+\frac{\lambda}{2}\left(\frac{\varphi_0}{2\pi}-K_1-\frac{1}{2}\right) \tag{7}$$

Avem ventre pentru punctele în care amplitudinea este maximă:

$$\left|\cos\left[\frac{1}{2}\varphi_0+\frac{\pi}{\lambda}(l-2r_1)\right]\right|=1 \tag{8}$$

sau

$$\frac{1}{2}\varphi_0+\frac{\pi}{\lambda}\left(l-2r_1\right)=K_2\pi \tag{9}$$

și deci:

$$r_1=\frac{l}{2}+\frac{\lambda}{2}\left(\frac{\varphi_0}{2\pi}-K_2\right) \tag{10}$$

c) Defazajul este dat de formula (4)

Pentru punctul 0: $l=r_1+r_2$ (11) iar pentru un punct N situat pe mediatoare la distanța d de O:

$$r_1+r_2=2\sqrt{d^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}=\sqrt{4d^2-l^2} \tag{12}$$

Punctele O și N oscilează în fază dacă:

$$\frac{1}{2}\varphi_0+\frac{\pi}{\lambda}(r_1+r_2)=\frac{1}{2}\varphi_0+\frac{\pi}{\lambda}l+2K_3\pi \tag{13}$$

$$d=\pm\sqrt{\frac{l^2}{2}+l\cdot K_3\cdot\lambda+K_3^2\cdot\lambda^2} \tag{14}$$

K_1, K_2, K_3 aparțin de mulțimea numerelor întregi.

XII.27. Circuitul oscilant al unui emițător este format dintr-un condensator cu aer și dintr-o bobină fără miez. Antena emițătorului este o antenă diopl de lungime minimă. Capacitatea condensatorului se poate regla prin schimbarea distanței dintre plăcile condensatorului. Dacă circuitul oscilant este plasat într-un mediu dielectric lichid (iar antena în aer) emițătorul emite în condiții bune, dacă distanța dintre plăcile condensatorului este de 2 mm. Dacă antena este în lichid și circuitul oscilant în aer, distanța dintre plăci trebuie să fie 0,5 mm. Să se calculeze indicele de refracție al diel

lectricului şi distanţa dintre plăcile condensatorului, în cazul în care şi antena şi circuitul oscilant sînt plasate în aer (În fiecare caz emiţătorul va funcţiona în condiţii optime).

Soluţie:

Perioada oscilaţiilor electrice este: $T=2\pi\sqrt{LC}$ în care $L=\frac{\mu N^2 S_1}{l_1}$ şi $C=\frac{\varepsilon S_2}{d}$.

Rezultă $T=\frac{2\pi N}{v}\sqrt{\frac{s_1 \cdot s_2}{dl_1}}$, unde $v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ este viteza undei electromagnetice. Lungimea minimă a antenei este $l=\frac{\lambda}{2}=\frac{cT'}{2}$. Între antenă şi circuitul oscilant există un regim de rezonanţă. Din această condiţie rezultă lungimea antenei (c este viteza undelor electromagnetice în mediul în care se găseşte antena):

$$T=T',\ \frac{2l}{c}=\frac{2\pi N}{v}\sqrt{\frac{s_1 s_2}{dl_1}} \tag{1}$$

În cele două cazuri obţinem relaţiile:

$$\frac{2l}{c}=\frac{2\pi N}{v}\sqrt{\frac{S_1 S_2}{d' l_1}}\ (2)\ ;\quad \frac{2l}{v}=\frac{2\pi N}{c}\sqrt{\frac{S_1 S_2}{d'' l_1}} \tag{3}$$

Făcînd raportul expresiilor (2), (3) se obţine:

$$\frac{v}{c}=\frac{c}{v}\sqrt{\frac{d''}{d'}};\quad \frac{v^2}{c^2}=\sqrt{\frac{d''}{d'}};\quad n=\frac{c}{v}=\sqrt{\frac{d'}{d''}}=1{,}41.$$

În cazul în care şi antena şi circuitul oscilant sînt în aer relaţia (1) devine:

$$l=\pi N\sqrt{\frac{S_1 S_2}{dl_1}}$$

Împărţind această relaţie la relaţia (2) găsim:

$$c=v\sqrt{\frac{d'}{d}};\quad \sqrt{\frac{d'}{d''}}=\frac{d'}{d}$$

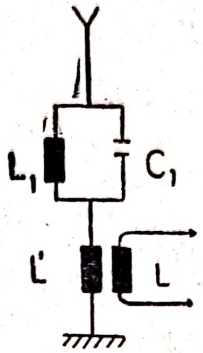
de unde $d=\sqrt{d'd''}=1$ mm.

XII.28. Ce capacitate trebuie să aibă un circuit oscilant care legat în serie cu antena unui aparat de recepţie să elimine armonica a doua a oscilaţiilor emise de postul de radiodifuziune ce lucrează pe 397 m, dacă bobina circuitului oscilant are inductanţa de $2{,}2\cdot10^{-5}$ H?

Scanned with OKEN Scanner

Soluție:

Montajul este reprezentat în fig. XII.28. Frecvența corespunzătoare lungimii de undă $\lambda = 397$ m, este $\nu_0 = \frac{c}{\lambda} = 7{,}56 \cdot 10^5$ Hz, unde c este viteza luminii.



Armonica a doua are frecvența $\nu_1 = 2\nu_0 = 15{,}12 \cdot 10^5$ Hz. Armonica a doua este eliminată dacă frecvența de rezonanță a circuitului (L_1, C_1) este egală cu ν_1:

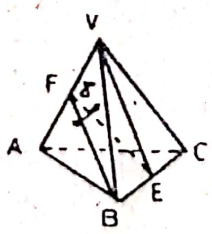
$\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}$, obținem $C_1 \simeq 0{,}5$ nF.

XII.29. Un tetraedru din sticlă cu indicele de refracție n și latură a este suspendat de un fir prin unul din vîrfurile sale. Pe el cade vertical un fascicul paralel de lumină monocromatică. Să se deducă ce se observă pe un ecran orizontal așezat la distanța a de baza tetraedrului. Se vor neglija eventualele reflexii ale luminii. *Aplicație* pentru $a = 10$ cm, $n = 2$.

Soluție:

Este suficientă analiza pentru o singură față deoarece pozițiile celor trei fețe sînt identice față de planul bazei.

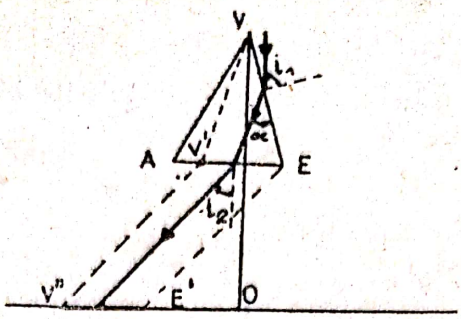
O față împreună cu baza delimitează o prismă optică. Orice rază verticală și incidentă pe fața VBC se refractă într-un plan paralel cu planul VAE (VE $\perp$ BC) (fig. XII.29.a.). Există două posibilități:



A) Raza refractată pe VBC cade pe baza tetraedrului ABC.
B) Raza refractată cade pe una din fețele laterale VAC sau VAB.

Vom arăta că în cazul (B) razele suferă reflexii totale și conform enunțului problemei nu vor fi luate în considerare mai departe.

Se consideră planul VEA (fig. XII.29.b.).



Dacă unghiul $\alpha \leq \hat{V}$ atunci toate razele căzute pe VBC vor ajunge pe baza BAC şi în acest caz alternativa (B) nu există. Fie n_0 indicele de refracţie pentru care $\alpha = \hat{V} = \hat{A}$.

$$i_1 = \hat{E};\ \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\hat{E}}{2}$$

Rezultă: $n_0 = 2\cos\frac{\hat{E}}{2}$ (1)

Să presupunem $n > n_o$ şi că o rază refractată pe VBC cade pe faţa VBA. Dacă notăm cu β unghiul dintre această rază (care se află într-un plan paralel cu VEA) şi normala la planul VBA, atunci: $\beta > \frac{\pi}{2} - \gamma$ (2) unde γ este unghiul dintre planele VEA şi VAB (Proiecţia razei în planul EFB este paralelă cu EF şi face cu normala unghiul $\frac{\pi}{2} - \gamma$).

Pe de altă parte, $\gamma = \frac{\hat{E}}{2}$ deci pentru $n > n_0$ vom avea $n \sin\beta > n_0 \cos\gamma = 2\cos^2\frac{\hat{E}}{2} = 1 + \cos\hat{E} > 1$ şi deci o reflexie totală.

Considerăm doar cazul A. Cu notaţiile din fig. XII.29.b rezultă:

$$\sin i_2 = n \sin\left(\hat{E} - \text{arc sin}\,\frac{\sin E}{n}\right)$$

sau

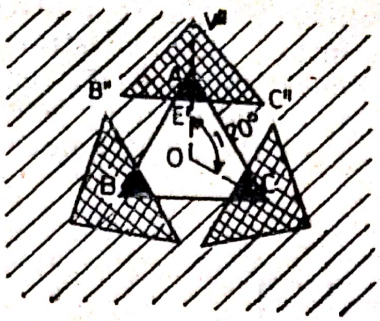
$$\sin i_2 = \sin\hat{E}\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\hat{E}} - \cos\hat{E}\right) \quad (3)$$

Pe măsură ce n creşte, $\sin i_2$ creşte şi poate ajunge la valoarea 1, ceea ce înseamnă că are loc o reflexie totală şi pe bază. Aceasta are loc pentru:

$$n_1 = \sqrt{\frac{(1 + \sin\hat{E}\cdot\cos\hat{E})^2}{\sin^2\hat{E}} + \sin^2\hat{E}} \quad (4)$$

Deoarece tot timpul razele refractate rămîn paralele acestea vor da în general pe ecran triunghiuri luminoase astfel încît pe ecran se obţine fig. XII.29.c. (pentru $n < n_1$)

Scanned with OKEN Scanner



zonă luminată direct
zonă luminată direct și prin refracție.
zonă luminată prin refracție.
zonă întunecată.

unde

$$OE''=a\ \mathrm{tg}\ i_2-a$$

$$B''C''=BC$$

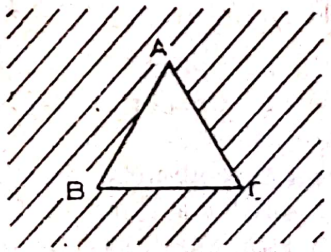
$$EV''=EV'$$

Pentru $n>n_0$ $EV''=EA=EV$. Pentru $n\to n_1$, $i_2\to\frac{\pi}{2}$ și $OE'\to\infty$. Pe măsură ce n crește triunghiurile luminoase $B''C''V''$ și celelalte două se îndepărtează de O și dispar pentru

$$n>n_1 \text{ (fig. XII.29.d).}$$

$$E>60^\circ \text{ rezultă } n>2.$$

În cazul particular dat pe ecran se va observa fig. XII.29.d.



XII. 30. Să se arate că distanța minimă dintre un obiect și imaginea reală a acestuia într-o lentilă convergentă, este egală cu $4f$, unde f este distanța focală a lentilei.

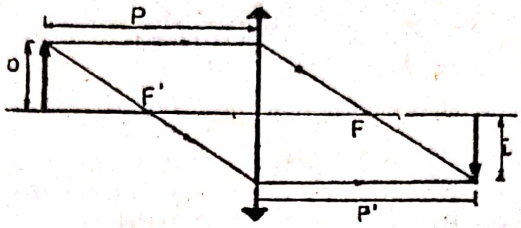
Soluție:

Presupunem că razele de lumină merg de la stînga spre dreapta. Notăm cu p distanța de la obiect la lentilă (p este negativ dacă obiectul ar fi virtual, deci s-ar forma după lentilă — obiectul pentru lentila dată — ar fi imagine pentru un sistem optic anterior).

Scanned with OKEN Scanner

Notăm cu p' distanța de la lentilă la imagine (p' este negativ dacă imaginea este virtuală, deci s-ar forma înaintea lentilei) construcția imaginii este dată în fig. XII. 30 (o este mărimea obiectului și i mărimea imaginii).

Distanța focală $VF=VF'=f$ este negativă dacă lentila este divergentă și pozitivă dacă lentila este convergentă. Cu aceste notații și convenții formula lentilelor este:



$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f} \qquad (1)$$

Distanța între obiect și imagine este $d=p+p'$ (2)

Notăm $x=p-f$ (3) și din (1), (2), (3) obținem:

$$d=\frac{(f+x)^2}{x}=\left(\frac{f}{\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right)^2 \qquad (4)$$

nteresează cazul $d>0$ și deci $x>0$)

d este minim dacă $\sqrt{d}=\frac{f}{\sqrt{x}}+\sqrt{x}$ este minim.

$$\sqrt{d}=\left(\sqrt[4]{x}-\frac{\sqrt{f}}{\sqrt[4]{x}}\right)^2+2\sqrt{f}$$ și este minim cînd:

$$\left(\sqrt[4]{x}-\frac{\sqrt{f}}{\sqrt[4]{x}}\right)^2=0$$ obținem $d_{min}=4f$.

XII. 31. Pe un banc optic se fixează două lentile plan-convexe identice cu $r=5$ cm și $n=1{,}5$ astfel ca un obiect așezat la 20 cm în fața primei lentile să formeze în spatele celei de a doua o imagine reală și dublă ca mărime față de obiect. 1) Să se calculeze distanța imagine finală — obiect. 2) La $d_2=60$ cm în spatele lentilei a doua se fixează o oglindă concavă cu $f_2=15$ cm. Unde se va forma în acest caz imaginea finală și cum va fi ea față de obiect?

Soluție:

Distanța focală a unei lentile este f:

$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ (1), unde R_1 și R_2 sînt razele de curbură ale fețelor. R este negativ dacă fața este concavă.

Obținem $f=\frac{r}{n-1}=10$ cm.

1) Față de prima lentilă, $p_1=20$ cm imaginea se formează la $p_1'=\frac{p_1 f}{p_1-f}=$ $=20$ cm. Mărirea imaginii este $m=\frac{i}{o}=\frac{p'}{p}$ (2)

în cazul de față $m_1=\frac{i_1}{o_1}=\frac{p_1'}{p^1}=1$

Pentru lentila următoare mărirea m_2 va fi:

$m_2=\frac{m}{m_1}=\frac{2}{1}=2=\frac{i_2}{o_2}=\frac{i_2}{i_1}=\frac{p_2'}{p_2}$, deoarece mărirea totală $m=m_1\ m_2$ (3)

Dacă distanța dintre lentile este d_1:

$p_2=d_1-p_1'$ (4) iar $p_2'=\frac{p_2 f}{p_2-f}=p_2 m_2$ (5)

Obținem: $p_2=\frac{3}{2}\ f$ și deci $d_1=0{,}35$ m.

2) Față de oglindă imaginea i_2, constituie obiect, o_3 se află la distanța $p_3=d_2-p_2'$ (6)

$$p_2'=30 \text{ cm}.$$

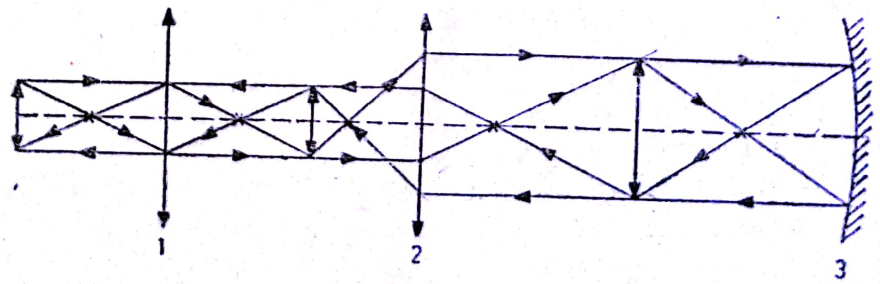
Pentru oglindă $\frac{1}{p_3}+\frac{1}{p_3'}=\frac{1}{f_2}$ (7)

p_3' fiind măsurat de la oglindă spre stînga (dacă p_3' este negativ imaginea este virtuală, după oglindă).

$$p_3'=\frac{p_3 f_2}{p_3-f_2}=30 \text{ cm}=p_3$$

Imaginea dată de oglindă se formează în același loc cu obiectul, inversată, în prelungirea obiectului.

În continuare conform principiului reversibilității drumului razei de lumină imaginea finală se va forma în locul în care se găsește obiectul, egală cu obiectul dar inversată în prelungirea obiectului. Drumul razelor este indicat în fig. XII. 31.



Scanned with OKEN Scanner

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

Capitolul I

I. 1. Un punct.

I. 2. Traiectoria este practic un cerc. $R=0{,}72$ km.

I. 3. a) 9,71 m/s; d) Pe niciuna.

I. 4. Nu se poate calcula din datele problemei. Pentru calculul vitezei medii trebuie să cunoaștem lungimea spațiului parcurs de-a lungul traiectoriei.

I. 5. A doua.

I. 6. 4,8 m/s.

I. 7. $v_m=11{,}7$ m/s.

I. 8. Mișcarea nu este rectilinie, modulul vitezei scade (mișcare încetinită).

I. 9. $a=-20$ m/s^2; $t=5$ s; $S=255$ m.

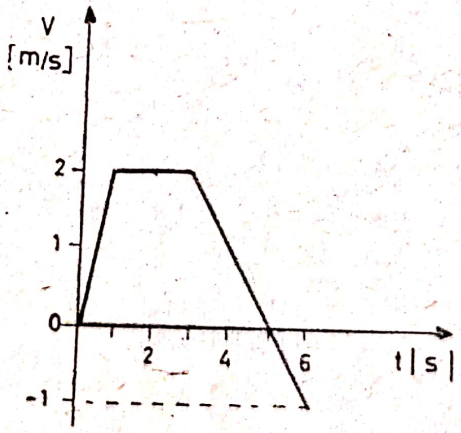
I. 10. $a=2$ m/s^2; $v_0=1$ m/s; $S_0=1$ m; $\Delta S=12$ m; $v_3=7$ m/s; $t=-0{,}5+\sqrt{-0{,}75+n}$.

I. 11. $m_1=0{,}25$; $m_2=0$; $t_1=2$ s; $t_2=1$ s; $S_1=18$ m; $S_2=5$ m.

I. 12. Mișcarea nu este uniform încetinită pînă la oprire.

I. 13. a) Ploiești, ora 9 și 20 minute; b) Ploiești 20 minute, Mizil 20 minute; c) tg β este direct proporțională cu viteza mobilului.

I.14. a) fig. R. I. 14; b) $x_{max}=7$ m; $x_f=6{,}5$ m; c) $S=7{,}5$ m.



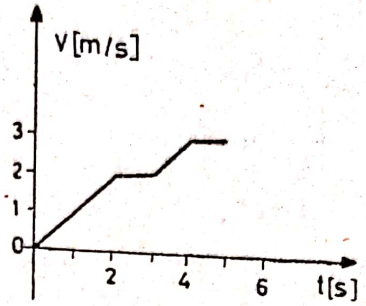
I. 15. $S_0=0$; $v_0=0$; $S_2=4$ m; $v_2=4$ m/s; $S_4=12$ m; $v_4=4$ m/s; $S_5=16{,}5$ m; $v_5=5$ m/s; $S_6=19{,}5$ m; $v_6=1$ m/s.

I. 16. a) $a_{OA}=2$ m/s^2, $a_{BC}=4$ m/s^2, $a_{DE}=-4$ m/s^2; b) $S=46$ m; c) $v_m=\frac{\Delta S}{\Delta t}$. Graficul se construiește punct cu punct.

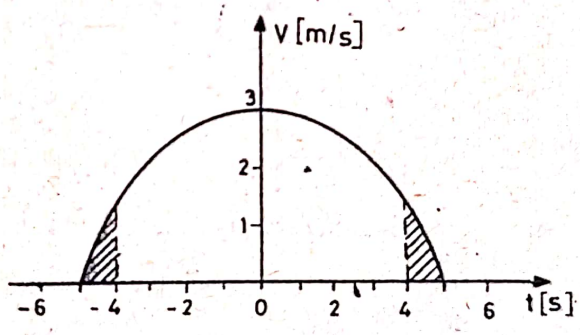
Scanned with OKEN Scanner

I. 17. $X_0=0$; $X_1=0{,}5$ m; $X_2=1{,}5$ m; $X_3=2$ m; $X_4=2$ m; $X_5=3{,}5$ m; $X_6=6{,}5$ m; $X_7=8{,}5$ m; $X_8=9{,}5$ m; $X_9=11$ m; $X_{10}=13$ m; $X_{11}=14$ m; $X_{12}=14$ m; $X_{13}=13$ m; $X_{14}=11$ m; $X_{15}=10$ m.

I. 18. Fig. R.I. 18.



I. 19. Graficul se construieşte punct cu punct calculîndu-se viteza pentru valori ale timpului din 0,1 s în 0,1 s. Graficul obţinut este un semicerc. Timpul total de mişcare este $T=10$ s, de la $t_1=-5$ s la $t_2=5$ s. Spaţiul parcurs este egal cu aria de sub graficul vitezei. (Fig. R.I. 19). Această arie se poate măsura sau calcula cu o eroare oricît de mică. Spaţiul parcurs în prima secundă este egal cu spaţiul parcurs în ultima secundă datorită simetriei graficului; $S_1\approx 2{,}03$ m.
Spaţiul parcurs în timpul T este $S=39{,}27$ m.



I. 20. a) $R^2+D^2=2\ (v_1^2+v_2^2)$; b) $v_1=3$ unităţi, $v_2=4$ unităţi.

I. 21. $\vec{a}=\dfrac{\vec{m}+\vec{n}}{2}$; $\vec{b}=\dfrac{\vec{m}-\vec{n}}{2}$.

I. 22. Se aplică teorema sinusurilor.

I. 23. Problema admite două soluţii în funcţie de sensul celor doi vectori $P_1=7$ N şi $Q_1=8$ N; $P_2=13{,}63$ N şi $Q_2=1{,}37$ N.

I. 24. $\alpha=150°$ şi $F_2=17{,}3$ N.

I. 25. a) $F_1=20$ N, $F_2=30$ N; b) $R_m=10$ N, $R=10\sqrt{13}$N.

I. 26. $S=n\sqrt{\dfrac{2(F_1^2+F_2^2)}{1+n^2}}=33{,}45$ N; $\alpha=\arccos\dfrac{(n^2-1)\ (F_1^2+F_2^2)}{(n^2+1)\cdot 2F_1F_2}=38°40'$.

I. 27. $d=80$ m; $t_1=400$ s, $v_1=3$ m/s; $t_2=600$ s, $v_2=2$ m/s.

I. 28. 1) $v_b=2$ m/s, $\alpha=30°$; 2) $t=75$ s, $d\simeq 130$ m.

Scanned with OKEN Scanner

I. 29. $v=15$ m/s.

I. 30. $S=12$ km; $\frac{2}{v_1}=\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}$. Viteza medie pe porțiunea orizontală trebuie să fie egală cu viteza medie dus — întors pe pantă.

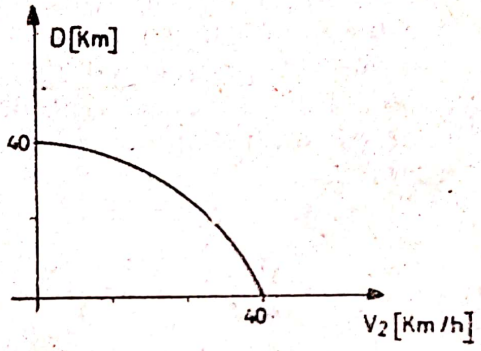
I. 31. $T=12$ h; $v_1=\frac{v_2+v_3}{2}$.

I. 32. a) $t=2$ h 17 min. 8 s; b) $t_1=2$ h 40 min. ,$t_2=2$ h.

I. 33. $t=\frac{2\cdot AB}{v}$; $t'=2\frac{AB}{v-\frac{c^2}{v}}>t$.

I. 34. $r=\frac{v_1+v_2}{v_1-v_2}=1{,}25$; $n_1=2$ și $n_2=3$.

I. 35. $D=\frac{t}{2}\frac{}{v_1}(v_1^2-v_2^2)=39{,}6$ km. Fig. R.I. 35.



I. 36. $v=21{,}57$ m/s.

I. 37. $v=28$ cm/s.

I. 38. a) $D_1=310$ km; $D_2=300$ km; $D_3=280$ km; b) $v_1=124$ km/h; $v_2=120$ km/h; $v_3=112$ km/h.

I. 39. $t=\frac{2\pi a}{3v}(n+n-1+n-2+------+1)=\frac{\pi a}{3v}n(n+1)$.

I. 40. $t=5{,}5$ s.

I. 41. $v=9$ m/s.

I. 42. $v_u=2{,}5$ m/s.

I. 43. $d=4234$ m.

I. 44. $d=850$ m.

I. 45. $\Delta t\simeq 0{,}3$ s.

I. 46. Presupunem că lumina se propagă practic instantaneu. Sunetul trebuie să se propage într-un timp egal cu intervalul de timp dintre lovituri Dacă v este viteza sunetului:

$$D=v\frac{t}{n}k, \text{ unde } k\in N.$$

I.47. $v=34$ m/s.

I. 48. $\Delta t = t(\sqrt{1+4\ k^2} - 1)$

I. 49. $v = \frac{v_1(t_1 - t_2)}{2t - t_1 + t_2} = 48{,}6$ m/s; $D = 11{,}657$ km.

I. 50. $D = 4708$ m.

I. 51. $D = 1720$ m.

I. 52. $v_{tren} = 15$ m/s; $v_1 = 10$ m/s; $v_2 = 20$ m/s.

I. 53. $D = 18{,}25$ km.

I. 54. $v = 1{,}5$ cm/s.

I. 55. $t = 62{,}2$ s.

I. 56. $d \simeq 1$ m.

I. 57. $l_1 = 100$ m; $l_2 = 80$ m.

I. 58. a) $H = 50$ m; b) $d \approx 751{,}5$ m.

I. 59. $d = 1666$ km.

I. 60. $d^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2\ (v_1 d_1 + v_2 d_2)\ t + (v_1^2 + v_2^2) t^2$

$t_{min} = \frac{v_1 d_1 + v_2 d_2}{v_1^2 + v_1^2} = 86$ s; $d_{min} = 60$ m (bine că nu s-au ciocnit).

I. 61. a) $v_t = 11{,}54$ m/s; b) $t = 7{,}2$ s; c) $v = 20$ m/s.

I. 62. a) $X = 22{,}5$ km; b) $AM = 7{,}5$ km; c) $\Delta t = 3$ h.

I. 63. 15 vapoare. 13 în larg, unul la plecare și unul la sosire.

I. 64. a) Alergătorul; b) înotătorul; c) Pentru a) $v_1 = v_2$ pentru b) $v_1 = \sqrt{2}\ v_2$; d) Se vor găsi în punctul de plecare; alergătorul a făcut 45 ture, iar înotătorul 36 ture.

I. 65. $v = 3{,}1416$ m/s.

I. 66. $v_1 = 7{,}5$ m/s; $v_2 = 8{,}25$ m/s.

I. 67. a) $t_1 = 20$ min; b) $t = 30$ min; c) $t_B = 46$ min 40 s; $t_A = 3$ h.

I. 68. $\frac{v_1}{v_3} = \frac{v_2}{v_3} = 2\pi$

I. 69. $t = 6$ h; $S_1 = 360$ km față de A.

I. 70. a) $v_1 = v_2 = 16{,}6$ m/s. Motociclistul nu va ajunge camionul,

b) $v_1 = \frac{\Delta S + v_2 t}{t} = 22{,}3$ m/s $= 81{,}6$ km/h.

I. 71. $t = 30$ s; $S_1 = 150$ m; $S_2 = 60$ m.

I. 72. $S_1 = 600$ m; $S_2 = 800$ m; $v_2 = 20$ m/s.

I. 73. $S = \frac{d \cdot v_1}{v_2} = 2$ km.

I. 74. a) $AM_1 = 3{,}123$ km; b) $AM_2 = 3{,}381$ km; c) $t_1 = 347$ s; $t_2 = 424$ s; d) $\Delta t = 680$ s.

I. 75. a) $d = 128$ km; b) $v_1 = 25{,}6$ km/h; c) $v_2 = 11{,}64$ km/h; d) $v_2 = 21{,}3$ km/h.

I. 76. a) $t_b = \frac{d}{n+1}\left(\frac{k}{v_a} - \frac{n+1-k}{v_b}\right)$, unde k = nr. stației și A este stația zero;

b) $\frac{k}{v_a} = \frac{n+1-k}{v_b}$.

Scanned with OKEN Scanner

I. 77. $v_1=0{,}8$ m/s; $v_2=1{,}2$ m/s.

I. 78. $d>400$ m.

I. 79. Pentru mişcarea riglei ce face unghiul α cu o dreaptă şi M punctul de intersecţie $v_M=\frac{v}{\sin\alpha}$.

I. 80. a) $M_xM_y=v_xt\sqrt{n^2+1-2n\cos\alpha}$; b) $\vec{v}_z-\vec{v}_x=k(\vec{v}_y-\vec{v}_z)$, rezultă

$$\vec{v}_z=\frac{k\vec{v}_y-\vec{v}_x}{k+1};$$

$$v_z=\frac{v_x}{k+1}\sqrt{k^2n^2+1+2kn\cos\alpha}$$

I. 81. $v_B=\pi v$.

I. 82. $v_1\sin\alpha=v_2\sin\beta$; $t=\frac{d}{v_1\cos\alpha+v_2\cos\beta}$.

I. 83. $a=-3{,}125$ m/s^2; $l=58{,}3$ m.

I. 84. a) $v=70$ m/s; b) $a=-10$ m/s^2.

I. 85. 1) $a=0{,}2$ m/s^2; 2) $v_1=8$ m/s; $v_2=16$ m/s.

I. 86. În prima secundă.

I. 87. 1) $\Delta t_0=30$ s; 2) $S=3375$ m.

I. 88. a) $v_1=8$ m/s; b) $v'\simeq 8{,}16$ m/s; $v''=7{,}83$ m/s.

I. 89. a) $a_1=0{,}25$ m/s^2; b) $a_2=-0{,}285$ m/s^2; c) $S_1=1250$ m; d) $t_2=88$ s.

I. 90. a) $\Delta t=40$ min; b) $v=35$ m/s; c) $\Delta S=1225$ m; d) $AB=76{,}225$ km

I. 91. $S\simeq 0{,}33$ km.

I. 92. $\Delta S=v_0+a\left(n-\frac{1}{2}\right)=15{,}25$ m.

I. 93. $t=\frac{D-2(n+1)d}{\sqrt{2ad}}+n\ m+(n+1)2\sqrt{\frac{2d}{a}}=8$ h 7 min 40 s.

$$v_m=\frac{D}{t}\simeq 69 \text{ km/s}.$$

I. 94. $t=22$ s; $S=1150$ m.

I. 95. $t=n'(n+n')$.

I. 96. $n=1$ nu are sens; $n=2\Rightarrow a=0$; $n=3\Rightarrow a=2v_0$;
$n=4{,}5,\ldots\ldots\ldots\ldots$ nu există soluţie.

I. 97. a) $t=\frac{S_n\left(m-\frac{1}{2}\right)-S_m\left(n-\frac{1}{2}\right)}{S_n-S_m}=14{,}5$ s;

b) $S=\frac{[S_n(m-1/2)-S_m(n-1/2)]^2}{2(m-n)(S_n-S_m)}=420{,}5$ m.

I. 98. Dacă notăm cu t_0 intervalul de timp, în care se parcurg spaţiile, atunci spaţiul S_n parcurs în al n-lea interval de timp va fi:

$S_n=v_{on}t_0+\frac{a\cdot t_0^2}{2}$ şi $v_{0n}=a(n-1)t_0$, deci:

$$S_n = \frac{(2n-1)a \cdot t_0^2}{2} \text{ sau } \frac{S_n}{2n-1} = \frac{a \cdot t_0^2}{2} = \text{constant.}$$

Spațiile parcurse în același interval de timp se raportează între ele ca numere impare, deci mișcarea dată în problemă NU este uniform accelerată.

I. 99. $t = \frac{2d}{v}(N-1) = 96$ s; $a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{N^2 R}\right)^2 + \left[\frac{v^2}{2d}\left(1 - \frac{1}{N^2}\right)\right]^2} \simeq 0{,}47$ m/s²

I. 100. Timpul este minim cînd viteza medie este maximă. Studiind graficul vitezei, în funcție de timp, timpul minim se obține pentru o mișcare numai în două etape. Prima etapă o mișcare uniform accelerată și apoi o mișcare încetinită.

$$t = \sqrt{2X \frac{a_1 + a_2}{a_1 \cdot a_2}}$$

I. 101. 1) $t_0 = 20$ s; 2) $v_1 = 30$ m/s; $v_2 = 20$ m/s; 3) $d = 270$ m.

I. 102. $v_0 = 2$ m/s; $t_0 = 8$ s.

I. 103. Considerînd 10 m/s, viteza față de mal, ultima șalupă va fi mereu mai aproape de barcă decît prima șalupă.

I. 104. 1) $t = 20$ s; 2) $X = 400$ m; 3) $v = 22$ m/s.

I. 105. a) $t_1 = 300$ s; $t_2 = 20$ s; b) $v_m = 20$ m/s.

I. 106. *a*) $t_1 = 60$ s; *b*) $S = 900$ m; c) $v = 30$ m/s; d) $t_2 = 30$ s.

I. 107. a) $a_1 = -0{,}1$ m/s²; $t_1 = 100$ s; b) $d_1 = 500$ m; c) $a_2 = 0{,}1$ m/s²; $v_2 = 30$ m/s.

I. 108. $v_1 = 18$ m/s; $v_2 = 6$ m/s; $a_2 = 5{,}4$ m/s²; $v_2' = 12$ m/s.

I. 109. $t_{1,2} = \sqrt{\frac{d}{\sqrt{k^2+1}}} \sqrt{\frac{k}{2a}} \cdot \frac{k+1}{k \pm 1}$; $t_1 = 4{,}47$ s; $t_2 = 40{,}2$ s.

I. 110. a) $t_1 = 20$ s; $t_2 = 60$ s; $S_1 = 200$ m $S_2 = 1\,800$ m b) $v = 30$ m/s; c) $a > \frac{4}{3}$ m/s².

I. 111. $a_1 \leq -0{,}37$ m/s²; $a_2 \geq +0{,}56$ m/s².

I. 112. $0 < t_0 < 4$ s; $t = 8$ s.

I. 113. 1) $t_0 = \sqrt{\frac{2d}{a}} = 100$ s; 2) $X = v_2 \sqrt{\frac{2d}{a}} - 2d = 600$ m; 3) $v_1 = v_2 - \sqrt{2ad} = 6$ m/s.

I. 114. $v_3 = v_2 + \frac{b}{a}(v_1 + v_2)$ 30 km/h.

I. 115. Toate trei pe aceeași direcție.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul II

II. 1. a) $R=7$ N; b) $R=7$ N.

II. 2. a) $R=20$ N; b) $\alpha_1=60°$, $\alpha_2=60°$ $\alpha_3=45°$.

II. 3. $R=F\sqrt{n^2+n\sqrt{3}+1}=21$ N;

$$\sin(\vec{R}, \overrightarrow{AB})=\frac{1}{2\sqrt{n^2+n\sqrt{3}+1}}=\frac{1}{2\sqrt{7}}.$$

II. 4. *G*. Tensiunea din fir o aflăm în modul următor: ne imaginăm că tăiem firul şi calculăm ce forţă trebuie aplicată la locul tăierii pentru ca subsistemele obţinute să rămînă în echilibru. Dacă înainte de tăierea firului sistemul nu s-ar fi mişcat accelerat, tensiunea din fir ar fi fost egală cu acea forţă aplicată la locul tăieturii care ar imprima subsistemelor o acceleraţie egală cu cea iniţială.

II. 5. $v=3$ m/s.

II. 6. $P=10$ MW.

II. 7. $F=122.500$ N.

II. 8. $F=8\ 10^4$ N.

II. 9. 1) $d_1=\frac{mv^2}{2F}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=9$ cm; 2) $d_2=\frac{mv^2}{F}=24$ cm.

II. 10. a) $a=0{,}588$ m/s$_t$; b) $t\simeq 28$ s; c) $S\simeq 236$ m.

II. 11. a) $a=0{,}055$ m/s^2; b) $t=5$ min; c) $F=167$ N; d) $S=122{,}67$ km.

II. 13. a) $a=1$ m/s^2; b) $F=1$ N; c) $L=1800$ J; d) $P_1=0{,}5$ W; $P_2=59{,}5$ W.

II. 14. a) $F=4000$ N; b) $t=10$ s; c) $L=100$ kJ.

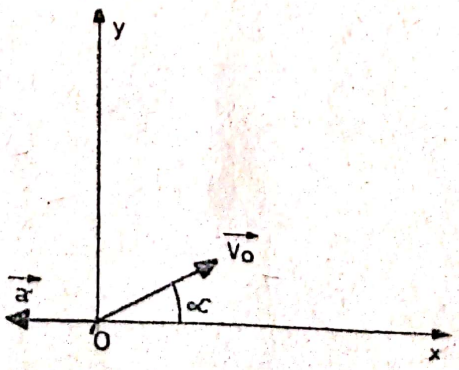
II. 15. $\beta=-60°$; $\Delta S=160$ m.

II. 16. $A=2$ arc sin $\frac{1}{2n}=29°$.

II. 17. 1). Parabole faţă de malul apei; 2) $t=\sqrt{\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot\frac{d}{T}}$.

Se întîlnesc în centrul de masă al sistemului după ce au străbătut în josul apei distanţa $v_{apă}\cdot t$.

II. 18. Se ia ca origine a sistemului de axe perpendiculare *xoy*, punctul în care corpul atinge planul (Fig. R. II. 18). Pe Ox, corpul parcurge spaţiul



$x=v_0\ t\cos\alpha-\frac{at^2}{2}$ (1) unde $a=F/M$ este acceleraţia planului. Pe oy: $y=v_0t\sin\alpha$ (2). Eliminînd timpul se obţine: $x=-y^2\frac{F}{2Mv_0^2\sin^2\alpha}+y\operatorname{ctg}\alpha$; $x=0$ în punctele $y_1=0$ şi $y_2=\frac{M}{F}v_0^2\sin 2\alpha$; y_2 este maxim cînd $\alpha=\frac{\pi}{4}$. Coordonatele vîrfului parabolei sînt:

$$x=\frac{Mv_0^2\cos^2\alpha}{2F};$$

$$y=\frac{Mv_0^2\sin 2\alpha}{2F}$$

II. 19. 1) $a=\frac{F}{2m+m_0}$; 2) $\Sigma=\frac{\Delta a}{a}\simeq\frac{m_0}{2m}=0{,}01\Rightarrow m_0<0{,}02\ m$.

3,4) a) Neglijînd m_0 avem o pereche de forţe interioare, fiecare egale cu tensiunea din fir $T=F/2$.

b) Dacă nu neglijăm masa firului, tensiunea în fir variază. Presupunînd secţiunea firului constantă şi firul orizontal, la distanţa x de primul corp tensiunea va fi:

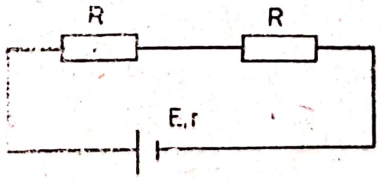
$$T_x=\left(\frac{1-x}{1}m_0+m\right)\frac{F}{2m+m_0}$$

Tensiunea din fir ce acţionează asupra primului corp va fi $T_0=F\frac{m+m_0}{2m+m_0}$, iar asupra ultimului corp $T_1=F\frac{m}{2m+m_0}$; se observă că $T_0-T_1=m_0a$;

5) Vom avea n corpuri şi $(n-1)$ fire. Tensiunea din firul k:

$$T_k(x)=\left[\frac{1-x}{1}m_0+(n-k-1)\ (m_0+m)+m\right]\frac{F}{nm+(n-1)m_0};$$

6) Fig. R.II.19; 7) a, F, m, m_0 respectiv I, E, R, r.



II. 20. Dacă vrem să frînăm cele două maşini de la aceeaşi viteză pe spaţii egale avem nevoie de forţe de frînare proporţionale cu masele maşinilor. Deci maşina mai „grea„ are nevoie de frîne mai „puternice".

II. 21. a) $\Delta H=1{,}41$ kg m/s; b) $\Delta H=2$ kg m/s; c) $\Delta H=0$.

II. 22. Viteza mingii depinde de mărimea impulsului „$m\,v$" transmis. Dacă lovitura se execută „fără vînt", mingea este lovită de picior cu viteza v. Cînd jucătorul „îşi face vînt", viteza se lovire creşte şi anume devine $v+v'$ unde v' este viteza „de fugă" a jucătorului.

Scanned with OKEN Scanner

II. 23. Viteza greutăţii va fi mai mare, fiind egală cu viteza relativă faţă de corp plus viteza corpului şi distanţa la care cade greutatea (bătaia) va fi mai mare.

II. 24. Pluta încărcată avînd iniţial un impuls mai mare este frînată mai greu şi va avea o viteză mai mare mult timp.

II. 25. Amîndouă folosesc inerţia prafului. La scuturare covorul este oprit brusc şi praful îşi continuă mişcarea. Cînd covorul este „bătut", este accelerat brusc iar praful are tendinţa de a-şi păstra starea de repaus. În amîndouă cazurile praful se desprinde dacă forţa de inerţie este mai mare decît forţa de adeziune.

II. 26. $M>m$; unde M=masa butucului şi m=masa toporului. La oprirea pe suportul rigid acceleraţia medie de frînare este aceeaşi în ambele cazuri, zero. În timpul frînării forţa dintre topor şi butuc va fi $F_1=m\,a$ în primul caz şi $F_2=M\,a$ în al doilea. Deci spargerea se va produce mai uşor în al doilea caz.

II. 27. Deoarece energia folosită la batërea cuiului este mult mai mare decît cea necesară pentru intrarea cuiului în scîndură. Dacă fixăm gardul, energia mecanică pe care acesta o preia va fi mult mai mică, deplasările şi vitezele gardului mult mai mici şi energia consumată va putea fi folosită pentru intrarea cuiului.

II. 28. $m\,V=M\,v$, unde m=masa omului şi M=masa ambarcaţiunii. Energia necesară desprinderii va fi:

$E=\frac{mV^2}{2}+\frac{Mv^2}{2}=\frac{mV^2}{2}\left(1+\frac{m}{M}\right)$. Cu cît M este mai mare energia necesară desprinderii este mai mică. La aceeaşi energie viteza de desprindere va fi mai mare pentru M mai mare.

II. 29. Cu ajutorul cozii, care are o masă comparabilă cu masa restului corpului, veverita îşi poate dirija săriturile, iar vulpea îşi poate schimba brusc direcţia de mişcare.

II. 30. Folosesc acelaşi principiu de deplasare.

II. 31. a) $v=2{,}5$ m/s; b) $a=0{,}5\ 10^5$ m/s^2; c) $F=10$ k N.

II 32. $S=0{,}177$ m.

II. 33. a) Forţa de reacţie este independentă de timp $F=\frac{\Delta H}{\Delta t}=2400$ N.

b) Racheta nu a putut să se ridice. ($a=0$).

II. 34. a) Presupunem că cele două corpuri se apropie.

$$t=\sqrt{\frac{2\,d}{\frac{F_1}{m_1}+\frac{F_2}{m_2}}}=0{,}4\text{ s};\quad \text{b) } S_1=\frac{F_1}{m_1}\cdot\frac{t^2}{2}=0{,}72\text{ m};$$

$$S_2=\frac{F_2}{m_2}\cdot\frac{t^2}{2}=1{,}28\text{ m};\quad \text{c) } v=\frac{(F_2-F_1)}{m_1+m_2}\sqrt{\frac{2\,dm_1m_2}{F_1m_2+F_2m_1}}=0{,}4\text{ m/s}.$$

II. 35. Bărcile merg în sens contrar în aşa fel încît să se întîlnească. Corpul de masă m nu are viteză relativă faţă de barcă.

$$1)\ v'=\frac{M-2\,m}{M}v;\quad \Delta E_c=4\,m\,v^2\left(\frac{m}{M}-1\right);$$

Scanned with OKEN Scanner

2) $v''=\frac{M-m}{M+m}v$; $\Delta E_c=-\frac{4mv^2}{(1+m/M)^2}$

$v''>v'$. În al doilea caz pierderea de energie cinetică e mai mică ($m<M$).

II. 36. 1) $v=2$ m/s; 2) $v_1'=3{,}1$ m/s.

II. 37. a) $m_1/m_2=1$; b) $m_1/m_2=\sqrt{v_2/v_1}$; c) $m_1/m_2=v_2/v_1$.

II. 38. $v=1{,}97$ m/s; $\operatorname{tg}(\vec{v}_1,\vec{v})=9/4$.

II. 39. $m_1\vec{v}_1=(m_1+M)\vec{v}_1'$ (1)

$(m_1+M)\vec{v}_1'+m_2v_2=(m_1+m_2+M)\vec{v}_2'$ sau folosind (1)

$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=(m_1+m_2+M)\vec{v}_2'$ (2)

$(m_1+m_2+M)\vec{v}_2'+m_3\vec{v}_3=(m_1+m_2+m_3+M)\vec{v}_3'$

sau folosind (2)

$(m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+m_3\vec{v}_3=(m_1+m_2+m_3+M)\vec{v}_3'$ (3)

$$\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i=\left(\sum_{i=1}^{n}m_i+M\right)\vec{v}_n'$$

II. 40. $L=0{,}154$ MJ.

II. 41. $L=Ep=5880$ J.

II. 42. $L=2881{,}2$ J; $P=1920{,}8$ W.

II. 43. a) $a=0{,}5$ m/s^2; b) $F=200$ N; c) $S=16$ m.

II. 44. a) $a=2$ m/s^2; b) $v=600$ m/s; c) $F=40$ N; d) $L=3{,}6$ M J.

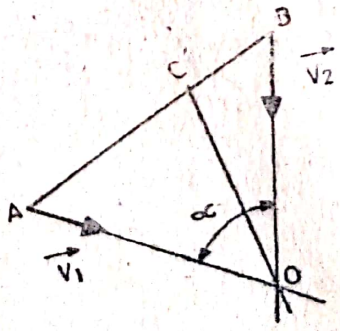
II. 45. $L=\frac{mv^2}{2}-\frac{m(v-\Delta v)^2}{2}+Pt$.

II. 46. a) $a=0{,}004$ m/s^2; $v=0{,}04$ m/s; $S=0{,}2$ m; b) $L=Ec=0{,}4\ 10^{-3}$ J.

II. 47. a) $\alpha=-16$ m/s; $\beta=64$ m; b) $Ec=103680$ J.

II. 48. 1) Condiția de întîlnire: $t_1=t_2$ sau $\frac{d_1}{v_1}=\frac{d_2}{v_2}$;

2) Centrul de masă împarte segmentul AB (Fig. R.II.48) în raportul $\frac{AC}{BC}=\frac{m_2}{m_1}$ în tot timpul mișcării. Cum din condiția de întîlnire rezultă că



segmentul AB se deplasează paralel cu el însuşi, rezultă că locul geometric al poziţiilor centrului de masă va fi semidreapta OC. O altă rezolvare a acestui punct se poate da pe baza conservării impulsului:
$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=(m_1+m_2)\vec{v}_{CM}$, de unde rezultă că $\vec{v}_{CM}$ (Viteza centrului de masă), este un vector constant. Aşadar mişcarea centrului de masă este rectilinie şi va trece prin 0 pentru că în momentul întîlnirii întreaga masă este concentrată în acest punct.

3) $$v_{CM}=\frac{\sqrt{m_1^2\,v_1^2+m_2^2\,v_2^2+2\,m_1m_2v_1v_2\cos\alpha}}{m_1+m_2}.$$

4) După ciocnirea perfect plastică sistemul devine un punct şi se identifică astfel cu centrul de masă. Traiectoria şi viteza centrului de masă sînt aceleaşi ca înainte de ciocnire.

5) $$\Delta W=\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}-\frac{m_1+m_2}{2}v_{CM}^2=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot\frac{v_r^2+v_2^2-2\,v_1v_2\cos\alpha}{2}$$

6) $$\alpha=0\Rightarrow\Delta W_1=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot\frac{(v_1-v_2)^2}{2}$$

$$\alpha=180^\circ\Rightarrow\Delta W_2=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot\frac{(v_1+v_2)^2}{2}$$

$$\Delta W_1\le\Delta W\le\Delta W_2$$

II. 49. $\frac{\Delta H}{H_0}=\frac{m_2}{m_1+m_2}$; a) 50%; b) 99%; c)1%.

II. 50. $v=\frac{1}{m}\sqrt{\frac{2\,\Delta E}{1-\cos\alpha}}=10$ m/s.

II. 51. $\Delta E=\frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}(v_1^2+v_2^2)$.

I . 52. $d=240$ m.

II. 53. a) $v_1'=-9$ m/s ; $v_2'=-9$ m/s; $v_3'=9$ m/s; b) Nu are loc a treia ciocnire; c) $v_{CM}=\frac{m_1v_1}{m_1+m_2+m_3}=3$ m/s;
d) $E_{C1}=40{,}5$ J; $E_{C2}=81$ J; $E_{C3}=243$ J.

II. 54. a) 3 $m_2>m_3$; b) $v_2'''>0$.

II. 55. $m_3=\sqrt{m_2\,m_4}$.

II. 56. $v_n=\frac{2^{n-1}\prod_{k=1}^{n-1}K}{\prod_{k=1}^{n-1}(2K-1)}v_1$.

II. 57. 1) Centrele celor trei bile formează triunghiul NA_1A_2. Interacţiunea dintre bila neagră şi bilele albe se exercită pe direcţii normale la suprafaţa

bilelor, deci bilele albe vor primi un impuls pe direcţiile NA_1 şi NA_2. Dacă bilele sînt identice triunghiul NA_1A_2 este echilateral. Vom scrie legile de conservare a impulsului şi energiei presupunînd că la bila neagră rămîne pe loc.

$$m\vec{v}=m\vec{v}_1+m\vec{v}_2 \qquad (1)$$

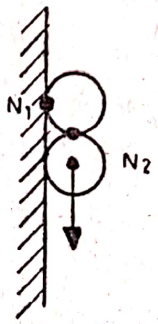
$$\frac{mv^2}{2}=\frac{mv_1^2}{2}+\frac{mv_2^2}{2} \qquad (2)$$

sau

$$\vec{v}=\vec{v}_1+\vec{v}_2 \qquad (1'), \qquad v^2=v_1^2+v_2^2 \qquad (2').$$

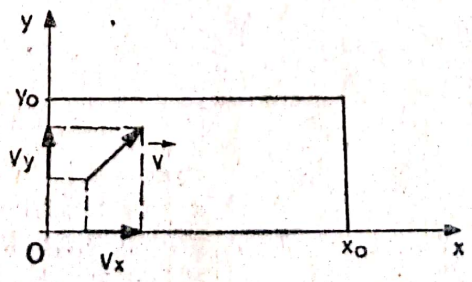
Dacă bilele sînt identice bila neagră nu poate rămîne pe loc decît dacă $v_1=0$ sau $v_2=0$, ceea ce înseamnă că una din bile nu este ciocnită.

2) Presupunem în continuare că bilele sînt identice. Dacă bila albă se va deplasa tangent la mantă, impulsul primit trebuie să fie paralel cu manta. (Fig. R.II.57.a). Deci bila neagră atinge simultan punctele N_1, N_2. În rest poate veni pe orice direcţie. Direcţia finală va fi perpendiculară pe mantă (componenţa vitezei paralelă cu manta fiind preluată în întregime de bila albă).



3) Pe aceeaşi direcţie în sens contrar.

4) Dacă bila loveşte succesiv cei patru pereţi cîte o dată ea va avea o traiectorie paralelă cu cea iniţială. Pentru a fi chiar identică condiţia va fi $\frac{v_x}{v_y}=\frac{x_0}{y_0}$ (Fig. R.II.57.b), unde x_0, y_0 sînt laturile m esei



II. 58. $m_A=\dfrac{m_2}{\sin\theta_{max}}=2{,}31\text{/kg}.$

II. . $\dfrac{mv^2}{2}=\dfrac{mv_1^2}{2}+\dfrac{mv_2^2}{2}+E_p$ resort; $m_1v_1+m_2v_2=mv$

Se obține $v_1v_2=\dfrac{E_{pot}}{m}>0$, deci v_1 și v_2 au același sens.

II. 60. $u<9$ m/s.

II. 61. Notînd cu x, distanța dintre colțul mesei și punctul (situat pe latura mică a mesei), în care bila lovește marginea mesei, se obține: $x=\dfrac{K}{1+K}\,l$. Pentru $K=1$ (ciocnirea perfect elastică).

$x=\dfrac{l}{2}$; pentru $K=0$ (ciocnire plastică) $x=0$;

Cum practic $0<K,<1$, rezultă că $0<x<\dfrac{l}{2}$.

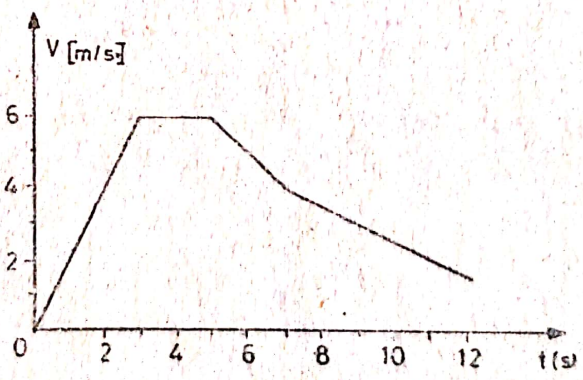
II. 63. a) $\dfrac{\Delta E_c}{E_c}\approx 1-\dfrac{2m_e}{m_p}$; b) $N>-\dfrac{\log\sqrt{2}}{\log\dfrac{m_p-m_e}{m_p-m_e}}=319.$

Capitolul III

III. 1. $F_1=367{,}4$ N; $F_2=254{,}4$ N.

III. 2. La aceeași forță de apăsare presiunea exercitată de cuțitul mai ascuțit este mai mare, tăișul avînd o suprafață mai mică.

III. 3. a) Fig. R.III.3; b) $S=44{,}75$ m; c) $F_1=12$ N; $F_2=4$ N; $F_3=0$; $F_4=2$ N.



III. 4. Cînd sfoara se rupe asupra corpului nu mai acționează alte forțe și corpul își continuă mișcarea pe direcția și în sensul vitezei din acel moment (deci perpendicular pe rază, deoarece viteza este tangentă la traiectorie). Forța centrifugă de inerție dispare odată cu forța centripetă.

Scanned with OKEN Scanner

III. 5. a) $R \simeq 118$ m; b) $\alpha = 11°$.

III. 6. Presupunînd că rotaţia se face în plan orizontal

$$n = \left[\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K \cdot S \cdot \Delta l}{ml\,(1+\Delta l)}}\right] \cdot \left(\frac{\text{tot}}{\text{s}}\right)$$

III. 7. a) $t = 28$ s; b) $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 0{,}253$ m/s^2.

III. 8. 1) $F_{cf} = 7{,}5$ kN; 2) $\mu = 0{,}075$; 3) $h \simeq 20$ cm.

III. 9. $F_{tr} = 2040$ N; $\omega = 0{,}05$ rad/s; $F_{cf} = 9000$ N; $t = 72$ s.

III. 10. 1) $G = 98$ KN; 2) $F_{cf} = 49$ KN; 3) $v = 11{,}92$ m/s; 4) $m = 2{,}738$ kg.

III. 11. $d_{max} = 3{,}75$ cm.

III. 12. $v < \sqrt{\mu r g}$.

III. 13. $v = 49{,}5$ m/s.

III. 14. În cazul frînării $S_1 = \frac{v^2}{2\mu g}$, iar în cazul virării $S_2 = R > \frac{v^2}{\mu g}$

Deci este mai sigur să frîneze.

III. 15. $\alpha <$ arctg μ.

III. 16. $F_s = 0{,}25$ N (Acul este ţinut de la jumătate ca să nu se rotească).

III. 17. $\alpha = 2 \operatorname{arc\,tg} \frac{-1+K}{1+K}$ $\mu = 10°$; $\mu > \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ pentru ca pana să stea în butuc.

III. 18. $\mu > \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

III. 19. Lovind uşa, ea capătă o viteză. Are loc apoi o ciocnire relativ elastică şi uşa revine spre exterior. Dacă viteza iniţială a fost suficient de mare, ciocnirea suficient de elastică şi pierderea de viteză datorită frecărilor suficient de mică, uşa reuşeşte să se dechidă.

III. 20. $\alpha = 1°20'$; $F = 1$ N.

III. 21. $Q \geq 147$ N; $L_m \geq 735$ J; $\mu < \frac{1}{\sqrt{3}}$

III.22. $a = \frac{[m \operatorname{tg} \alpha - (2M+m)\mu]g}{2M}$

III. 23. $L_m = 360$ kJ, $P_{medie} = 100$ W $= 0{,}136$ CP. (puterea va fi mai mare cînd merge mai repede).

III. 24. 1) $\mu g > a$, rămîne; 2) $t = 14$ s.

III. 25. $l > \frac{t^2 F[F - (m+M)(\mu_1+\mu_2)g]}{2M(m+M)(\mu_1+\mu_2)g} = 1{,}854$ m.

Scanned with OKEN Scanner

III. 26. 1) $t=\frac{v}{\mu g}$; 2) rectilinie uniform încetinită; 3) Față de suprafață $S_1=\frac{v^2}{2\mu g}$; față de sistemul fix $S_2=-S_1$; 4) $E=mv^2$.

III. 27. a) $v_1'=-1{,}5$ m/s; $v_2'=3$ m/s; b) $t_1=2$ s; c) $t_2=0{,}483$ s; d) $t_3=0{,}23$ s.

III. 28. $t=-\frac{m}{F_r}\left[v+\frac{P}{Fr}\ln\left(1-\frac{Fr}{P}v\right)\right]$; $v_{max}=\frac{P}{Fr}$.

III. 29. Forța de tracțiune dezvoltată de locomotivă este egală cu forța de frecare dintre roțile motoare și șine. Aceasta nu poate depăși valoarea μF_n, unde F_n este partea din greutatea locomotivei care revine roților motoare și μ coeficientul de frecare la alunecare. Deci locomotiva trebuie să fie grea.

III. 30. $m=\frac{F_t(2t_1-t)}{2\mu g t_1}=950$ kg.

III. 31. a) $d=157{,}5$ m; b) $d_1=183{,}75$ m.

III. 32. 1) $t=20$ s; $v_0=20$ m/s.

III. 33. $v=65$ km/h >60 km/h.

III. 34. a) $F=1875$ N; b) $d=200$m; c) $P=15$ kW.

III. 35. a) $F_r=800$ N; b) $F_t=680$ N; c) $t=200/3$ s; d) $S_5=\frac{773}{40}$m.

III. 36. $v=2$ m/s; $P_{max}=6$ W.

III. 37. a) $a=-0{,}5$ m/s^2; b) $S=16$ m; c) $F'=400$ N; d) $S_1=4$ m.

III. 38. a) $F=250$ N; b) $L=500$ J.

III. 39. a) $L_1=120$ kJ; $L_2=88{,}37$ kJ; b) $m=240$ kg; $a=6{,}95$ m/s^2; c) $t_1=3{,}16$ s; $t_2=3{,}6$ s.

III. 40. 1) $S=1000$ m; 2) 900 m; 3) $\mu=2$ (nu este o valoare reală).

III. 41. $F=59$ N.

III. 42. 1) $a_1=-2{,}5$ m/s^2; $a_2=-0{,}5$ m/s^2; 2) $v_0=30$ m/s; 3) $t_1=6$ s. 4) $S=160$ m.

III. 43. a) $S=2{,}56$ m; b) $t=18{,}2$ s;

III. 44. 1) $S_1=42$ m; $v_1=4$ m/s; 2) $v_2=1$ m/s; 3) $S_2=0{,}5$ m.

III. 45. a) $F=2000$ N; b) $v=0{,}6$ m/s; c) $\mu=0{,}002$; $S=9$ m.

III. 46. $v'=0{,}424$ m/s; $t=0{,}29$ s; $v=425$ m/s.

III. 48. a) $a=1$ m/s^2; b) $T_{12}=2$ N; $T_{23}=8$ N;

III. 49. a) $T_2=5000$ N; $T_1=100$ kN; b) $F=350$ kN.

III. 50. 1) $S_1=8$ m; 2) $S_2=12{,}5$ m; 3) $S_3=40{,}5$ m; 4) $S_{12}=13{,}5$ m $S_{23}=42$ m.

Scanned with OKEN Scanner

III. 51. a) $v=20$ m/s; b) $F_{tr}=100$ kN; c) $d=1041{,}7$ m.

III. 52. a) $\mu \geq \frac{F}{m_2 g} \cdot \frac{m_2+m_3}{m_1+m_2+m_3}$; b) $a=\frac{F}{m_1+m_2+m_3}$; $T=\frac{Fm_3}{m_1+m_2+m_3}$;

$F_f=F\frac{m_2+m_3}{m_1 \pm m_2+m_3}$; c) $a_1=\frac{F-\mu m_2 g}{m_1}$; $a_2=a_3=\frac{\mu m_2 g}{m_2+m_3}$; $T=\frac{\mu m_2 m_3 g}{m_2+m_3}$.

III. 53. $F=\frac{\mu mg}{\cos\alpha \pm \mu \sin\alpha}$.

III. 54. 1) $F=\frac{\mu mg(m+M)}{M\cos\alpha+\mu(m+M)\sin\alpha}$; $a=\frac{\mu mg}{m+\mu(m+M)\operatorname{tg}\alpha}$;

2) $F=\frac{\mu mg(m+M)}{M\cos\alpha-\mu(m+M)\sin\alpha}$; $a=\frac{\mu mg}{M-\mu(m+M)\operatorname{tg}\alpha}$ dacă $\mu<\frac{M}{m+M}\operatorname{ctg}\alpha$

(altfel F este arbitrar).

III. 55. 1) $F_2=100$ N; $T=36$ N; 2) $F_2=68{,}7$ N; $T=26$ N.

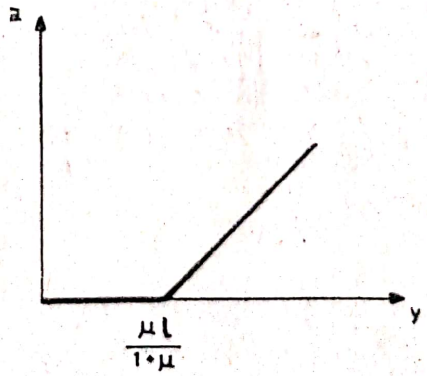
III. 56. a) $a=\frac{F(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)}{2m}-\mu g=4{,}3$ m/s^2;

b) $T=\frac{F}{2}(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)=100$ N; c) $\alpha=\operatorname{arctg}\eta=30°$.

III. 57. 1) Scîndura se mişcă uniform accelerat fără viteză iniţială (faţă de pămînt) cu viteza $v_1=\frac{\mu mg}{M}t$, iar blocul se mişcă faţă de pămînt cu viteză constantă v_0, iar faţă de scîndură uniform încetinit.
În acest caz spaţiul parcurs de bloc pe scîndură $Sn<L$ deci blocul nu părăseşte scîndura.
2) Blocul are în raport cu pămîntul viteza v_0, iar asupra sistemului nu acţionează forţe exterioare; conservînd impulsul rezultă $v_1=0$, deci scîndura rămîne în repaus. Blocul părăseşte scîndura după $t=5$ s.

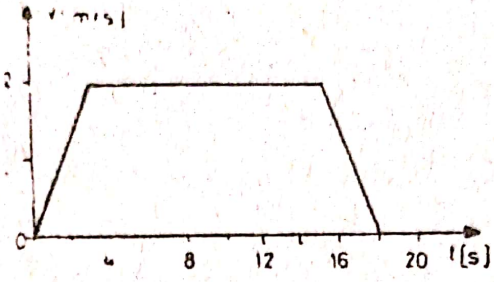
III.58. $\mu=0{,}285$.

III. 59. a) $y \geqslant \frac{l\mu}{1+\mu}$; b) $a=y\frac{g(1+\mu)}{l}-\mu g$ (Fig R.III.59.) c) $y=l\frac{\mu+0{,}5}{\mu+1}$.



III.60. a) $F=30$ N; b) $t=3$ s; $E_c=360$ J;) c) $a=2{,}5$ m/s^2; d) $T=252{,}5$ N; $R=31{,}82$ N; e) $\Delta m=10$ kg.

III.61. a) Fig. R.III.61. b) $t=18$ s; c) $P=6$ kW; d) $T_1=5200$ N; $T_2=4800$ N.



III.62. $T_{1\,2}=1{,}2\ mg$; $T_{2\,3}=2{,}4\ mg$; $T_{3\,4}=1{,}6\ mg$; $T_{4\,5}=0{,}8\ mg$.

III.63. a) $a=0{,}2$ m/s^2; b) $S=10$ m; c) $S=30$ m.

III.64. 1) $R=560$ N; $a=1{,}4$ m/s^2; 2) $h=25{,}2$ m; 3) $v=8{,}4$ m/s; 4) $E_c=70{,}56$ J.

III.65. 1) $v=4{,}2$ m/s; 2) $m'=23{,}4$ kg.

III.66. $a_1=2{,}45$ m/s^2; $v_1=-19{,}6$ m/s; $t=9{,}46$ s.

III.67. a) $F=\dfrac{4\,m_1 m_2 g}{m_1+m_2}$; b) $x=h_0-\left(\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2\cdot\dfrac{gt^2}{2}$; $v=-\left(\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2 gt$;

c) $a=\left(\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2 g$.

III.69. În timp ce corpul m_3 alunecă pe plan cu accelerația a', ansamblul m_1+m_2, coboară cu a'. Față de scripete m_1 coboară cu a, iar m_2 urcă cu a. Se obține sistemul:

$$m_3a'=2T-\mu m_3 g;\ m_1(a'+a)=m_1g-T;$$

$m_2(a'-a)=m_2g-T$, unde T este tensiunea din al doilea fir.

Prin rezolvare se obține: $a'=g\,\dfrac{4\,m_1m_2-\mu m_3(m_1+m_2)}{4\,m_1m_2+m_3(m_1+m_2)}$

$$a=g\,\frac{(1+\mu)\,(m_1-m_2)\,m_3}{4\,m_1m_2+m_3(m_1+m_2)};\quad T=\frac{2\,m_1m_2g\,(1+\mu)\,m_3}{4\,m_1m_2+m_3(m_1+m_2)}.$$

III.70. 1) $a=g\,\dfrac{x}{l}$; 2) Forța de apăsare asupra scripetelui este dublu tensiunii T din lanț în punctul superior. $R=mg\,\dfrac{l^2-x^2}{l^2}$;

3) $v=x\sqrt{\dfrac{g}{2l}}$

III.71. 1) $a=g\,\dfrac{M_2-M_1-(m_2-m_1)\,t}{M_2+M_1-(m_2+m_1)\,t}$; 2) $t=\dfrac{M_2-M_1}{m_2-m_1}$; 3) $a'=g$.

III.72. $F_f=\frac{v\cdot M\cdot m}{t\,(M-m)}$.

III.73. $y_1=0{,}7$ cm; $y_2=4$ cm; în primul caz tensiunea în fir este considerabil mai mică.

III.74. Dacă gimnastul mai puțin puternic se ține de frînghie fără să urce, cei doi gimnaști ajung odată. Dacă amîndoi urcă față de frînghie, atunci cel mai puternic ajunge primul; pentru rezolvarea problemei în cazul doi trebuie considerată și masa frînghiei.

III.75. $S=S'\frac{n+2}{2\,(n+)\,1}=1{,}2$ m.

III.76. $a=\frac{m-2\,\mu_1 m_1-\mu_2\,(m_1+m_2)}{m+m_1+m_2}\,g$; $T_1=\left[\frac{m-2\,\mu_1 m_1-\mu_2\,(m_1+m_2)}{m+m_1+m_2}+\mu_1\right]m_1 g$;

$$T_2=\left[\frac{m-2\,\mu_1 m_1-\mu_2\,(m_1+m_2)}{m+m_1+m_2}+\mu_1\frac{m_1}{m_2}+\mu_2\frac{m+m_2}{m_2}\right]m_2 g.$$

Capitolul IV

IV. 1. Dal Forțele de atracție gravitaționale sînt egale atît pentru corp. cît și pentru pămînt. Dar în timpul cît o stîncă de 1000 t cade de la înălțimea de 100 km pînă la suprafața Pămîntului, Pămîntul se deplasează pe o distanță mai mică decît diametrul celui mai mic atom, sub acțiunea aceleiași forțe, deoarece are o masă (inerție) mult mai mare.

IV.2. G este forța de atracție dintre corp și Pămînt

$G=K\frac{M_p m}{(R_p+h)^2}$ de unde $g=K\frac{M_p}{(R_p+h)^2}$, deci g nu depinde de masa corpului ci doar de masa Pămîntului.

IV.3. Dacă balanța are brațe egale echilibrul se va păstra, altfel nu

IV.4. 1) Suma (E_p+E_c) nu se modifică; $m=0{,}1$ kg;

$$v=8{,}94 \text{ m/s}.$$

I.V5. Lada, împreună cu corpurile pe care le conține tinde să aibă energia potențială minimă și deci centrul de masă cît mai jos.

IV.6. La alunecare pe distanța l cu coeficientul de frecare μ, omul efectuează un lucru mecanic $L_1=\mu\, mgl$. La deplasarea normală $L_2=mg\Delta h$, unde Δh este variația de înălțime a centrului de greutate al omului la un pas.

Dar $\frac{\Delta h}{l}<\mu$

IV.7. $L_m=\Delta E_m=mgh$. Toate corpurile efectuează același lucru mecanic (în cîmp gravitațional lucru mecanic nu depinde de drum).

IV. 8. Bila nu va cădea paralel datorită forţei Coriolis. Dacă înălţimea laboratorului este de 4 m deviaţia va fi aproximativ 0,1 mm la bază. În condiţii spaciale (vid şi lipsă de trepidaţii) se poate pune în evidenţă această deviaţie.

IV.9. $H = R\left(\sqrt{\frac{R}{R-h}} - 1\right)$

IV.10. $g \simeq g_0\left(1 - \frac{\omega^2}{g_0} R \cos^2 \alpha\right)$.

IV.11. $T = 2\pi\sqrt{\frac{60\, R_p}{a_L}} = 27$ zile 7 ore.

IV.12. $d^3 = \frac{KR^3 \rho_s}{3\pi} T^2$, unde $T = 365$ zile,

$K = 6{,}67\ 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$..

IV.13. $\frac{F_{LS}}{F_{LP}} = \frac{M_S}{M_P} \cdot \frac{r^2_{lp}}{(r_{sp} - r_{lp})^2} \simeq 2{,}16$.

Traiectoria Lunii este rezultatul unei mişcări de revoluţie în jurul Soarelui ("împletită" cu cea a Pământului) peste care se suprapune mişcarea de rotaţie în jurul Pământului (putem spune şi a Pământului în jurul Lunii).

IV.14. $v_1' = 2v_1$.

IV.15. O viteză de rotaţie mai mare corespunde unei orbite mai apropiate de Pământ, pe care nava are o energie totală (cinetică plus potenţială) mai mică. Pentru a-şi micşora energia comandantul trebuie să frîneze nava, îndreptînd-o în acelaşi timp spre Pământ.

IV.16. $\omega = 1{,}04\ 10^{-3}$ rad/s; $T \simeq 6000$ s; $n = 14{,}4$.

IV.17. 1) $g = 2{,}5\ \mathrm{m/s^2}$; 2) $v = 5{,}6$ km/s; $T = 14.304$ s; 4) $n \simeq 6$.

IV.18. a) $v = \sqrt{Rg} = 7{,}9$ m/s; $v' = \sqrt{\frac{KM}{R+h}} = 7{,}3$ km/s;

b) $T = \frac{2\pi(R+h)}{v'} = 6340$ s; $\nu = 13{,}7$ rot/zi;

c) $\rho = 5{,}5 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$.

IV.19. $(R+h)^3 = \frac{g_0 R^2 T^2}{4\pi^2}$, unde R=raza planetei,

T=perioada de rotaţie.

IV.20. $V(h) = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$.

IV.21. a) $M = \frac{4\pi^2 r^3}{KT^2}$; b) $h = r - R$; $R = \frac{4\pi^2 r^3}{v_0^2 T^2}$; c) $g_0 = \frac{v_0^4 T^2}{4\pi^2 r^3}$.

IV.22. 1) $L = mg_0 R$; 2) $W = mg_0 R \frac{R+2h}{2(R+h)} < L$.

Scanned with OKEN Scanner

IV.23. Vom determina energia cinetică a satelitului la această înălțime cînd se mișcă pe orbită circulară. Ea este dată de formula $W_c=\frac{m v^2}{2}$ unde $v=R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$; rezultă $W_c=\frac{mR g_0}{3}$; $W_p=K\frac{mM}{R}-K\frac{mM}{R+h}=\frac{mR g_0}{3}$, unde $g_0=\frac{KM}{R^2}$.

IV.24. $h=R$.

IV.25. a) Energia potențială față de Pămînt este $E_p=K\frac{mM}{R}-K\frac{mM}{R+h}$. Forța centrifugă $\frac{mv^2}{R+h}=K\frac{mM}{(R+h)^2}$; rezultă $E_p=\frac{2h}{R}E_c$; b) $E_t=E_c+E_p$.

IV.26. $g_1=16\ g_2$.

IV.27. Considerînd planeta și Pămîntul sferice rezultă: $g_0=\frac{4\pi R_p\rho_p}{480}$, unde R_p=raza Pămîntului, ρ_p=densitatea Pămîntului.

IV.28. $g_{ON}=g_{OP}\frac{M_N\cdot R_P^2}{M_P\cdot R_N^2}=11{,}8701$ m/s².

IV.29. $h_L\simeq 11{,}14$ m.

IV.30. $G_0=2560$ N; $G_h=2448{,}6$ N.

IV.31. Cosmonautul trebuie să arunce un obiect pe direcția navei în sens opus. Atunci, conform legii conservării impulsului, cosmonautul va căpăta un impuls spre navă, egal și de sens contrar cu impulsul obiectului.

IV.32. $\Delta t=5\cdot 10^{-3}$ s.

IV.33. $v_0^2=\frac{3KM_p}{8R_p}$.

IV.34. $h=H\frac{v}{\sqrt{g(R+H)}-\omega_p\cdot R}=220$ m.

IV.35. a) $h=35759$ km; b) $l=264723$ km;

c) $v=3{,}077$ m/s; d) $S=2\pi R\cdot\frac{R}{r}\sqrt{r^2-R^2}=252\cdot 10^{12}$ m².

IV.36. a) $\omega=\frac{2\pi}{86164}=7{,}29\cdot 10^{-5}$ rad/s;

$v_t=\omega R\cos\lambda=465$ m/s.

(λ=latitudinea locului=0); c) Notînd cu $\vec{v}$ viteza absolută a satelitului pe orbită, cu v_r viteza de lansare relativă, în raport cu Pămîntul putem scrie: $\vec{v}=\vec{v}_r+\vec{v}_t$ sau $\vec{v}_r=\vec{v}-\vec{v}_t$; $v_{r_1}=7445$ m/s; $v_{r_2}=8375$ m/s.

Dacă viteza absolută face unghiul $\varphi=\frac{\pi}{2}$ cu planul ecuatorului

$$v_{r_2}=\sqrt{v^2+v_t^2-2vv_1\cos\alpha}=\sqrt{v^2+\omega^2R^2\cos^2\lambda-2v\omega R\cos\lambda\cos\rho}=$$
$$=\sqrt{v^2+\omega^2R^2}=7927\ \text{m/s}.$$

IV.37. $P=4410$ kW $\simeq 6000$ C.P.

IV.38. a) $P_{tot}=\rho D_{tot}\cdot gh=37$ MW; b) $\eta=\dfrac{P}{\rho D\cdot gh}=0{,}81$.

IV.39. $\eta=0{,}85$; $P'=166$ kW.

IV.40. Notăm cu h înălțimea la care se ridică bila, față de poziția de echilibru.

1. Dacă între bile ar exista la momentul inițial, un mic spațiu, bila 1 s-ar ciocni elastic cu bila 2, bila 2 cu bila 3 etc. Astfel bilele 1, 2, 3, 4, 5 vor rămîne în pozițiile de echilibru (la înălțimea zero) iar bila 6 se va ridica a înălțimea h.

2. Dacă ridicăm 2 bile ciocnirile se vor desfășura în ordinea: bila 2 cu bila 3 apoi simultan bila 1 cu bila 2 și 4 cu 5, apoi simultan bila 2 cu 3 și 4 cu 5, apoi simultan bila 3 cu 4 și 5 cu 6 și în final bila 4 cu 5. Ca rezultat bilele 1, 2, 3, 4, vor rămîne în poziția de echilibru și bilele 5 și 6 se vor ridica la h.

Analog pentru 3 bile; bilele 4,5,6 se ridică la h.

Pentru 4 bile, bilele 3, 4, 5, 6 s-ar ridica la h de cealaltă parte a verticalei; iar pentru 5 bile, bilele 2, 3, 4, 5, 6, se vor ridica la h.

În continuare cazului 1. avem tot cazul 1, etc.

IV.41. $v=\left(1+\dfrac{M}{m}\right)\sqrt{2gl\,(1-\cos\alpha)}\simeq\dfrac{M}{m}\sqrt{2gl\,(1-\cos\alpha)}=207$ m/s.

IV.42. $h=\dfrac{2mF\cdot d}{g\,(m+M)^2}\simeq 7{,}2$ cm.

IV.43. a) $v=\dfrac{m_1\sqrt{2\lg}\,\left(\sqrt{1-\cos\alpha_1}+\sqrt{1-\cos\alpha_2}\right)}{m_2}$; b) $\mu=\dfrac{v^2}{2Sg}$.

IV.44. $\cos\alpha=0{,}68$; $\alpha\simeq 47°8'$.

IV.45. $m_1>3m_2$ sau $3m_1<m_2$.

IV.46. $\beta=30°$.

IV.47. $F_M=4154$ N; $F_m=5722$ N.

IV.48. $\nu=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l}}$; $F=2mg$; $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{l}}$; $v=\sqrt{lg}$; $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

IV.49. $\sigma_R=6{,}62\cdot 10^8$ N/m^2.

IV.50. $n=0{,}41$ rot/s; $T=705$ N.

IV.51. $T=G\dfrac{l}{\sqrt{l^2-r^2}}=100$ N; $T_0=1{,}777$ s; $v=2{,}12$ m/s.

IV.52. a) $G_n=42{,}385$ N; $G_t=29{,}5$ N; b) $a=4{,}9$ m/s;

c) $t=1{,}7$ s; d) $v=8{,}46$ m/s; e) $E_c=178{,}929$ J.

IV.53. Forța de frecare are direcția tendinței de mișcare, dacă corpul este în repaus relativ și direcția mișcării cînd corpul se deplasează.

IV.54. $F=150$ N; $P=1{,}05$ kW.

IV.55. $\alpha=21°50'$.

IV.56. $\alpha>\text{arctg}\ \mu=11°20'$.

IV.57. $\alpha<60°$.

IV.58. $P=4704$ W.

IV.59. 1) $G=98$ N; 2) $P=1400$ N/m^2; 3) $\mu=1$; $v\simeq 7$ m/s.

IV.60. a) $t_1=1{,}05$ s; $t_2=33{,}3$ s; b) $S=41{,}1$ m.

IV.61. $d_0=\dfrac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}\left[\dfrac{1\,(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}{\mu}-1\right]\simeq 3$ m.

IV.62. a) $v=18$ m/s; b) $S=540$ m; c) $\beta=45°$.

IV.63. a) $v_1=26/8$ m/s; $v_2=6/8$ m/s;

b) $AB=\dfrac{2g\cdot AM\,(h_A-h_B)}{v_1^2}=4$ m.

IV.64. $L=2\ mgh$.

IV.65. 1) $l=\dfrac{W_c}{W_p}\dfrac{gt^2}{2}\sin\alpha$; 2) $\mu=\dfrac{W_p-W_c}{W_p}\operatorname{tg}\alpha$;

3) $S=\dfrac{W_c^2gt^2}{W_p(W_p-W_c)}\cdot\dfrac{\sin 2\alpha}{4}$.

IV.66. a) $l=6$ m; b) $F=14$ kN; c) $P=2{,}8$ kW.

IV.67. a) $\cos\alpha=\dfrac{2\mu}{1+\mu^2}$; $\alpha=30°$; b) $F_{tr}=mg\ (\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$, $\mu=\operatorname{tg}\chi$

$F_{tr}=\dfrac{mg}{\cos\chi}\sin(\alpha+\chi)$; $F_{tr\,max}=mg\sqrt{1+\mu^2}=33{,}98$ N;

$\alpha_{max}=90°-\chi=60°$.

IV.68. $\mu=\operatorname{tg}\alpha$.

IV.69. 1) $m=50$ kg; 2) $\mu=0{,}2$; 3) $m_0=48$ kg.

IV.70. $F_t=73{,}5$ kN.

IV.71. a) $h=1090$ m; b) $v=22{,}7$ m/s.

IV.72. a) $F=mg\ (\sin\alpha+\mu\cos\alpha)=1520$ N; b) $F'=1540$ N; c) $t=10$ s; d) Randamentul este egal cu raportul dintre lucru mecanic util şi lucru mecanic consumat. Neglijînd energia cinetică iniţială şi finală:

$$\eta=\frac{L_u}{L_c}=\frac{mgh}{mgl\,(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}=0{,}789=78{,}9\%.$$

IV.73. Da. ($S=21{,}9$ m).

IV.74. a) $a\simeq 6{,}6$ m/s^2; b) $v=11{,}48$ m/s; c) $S=108{,}5$ m; d) $\mu_2=0{,}3$.

Scanned with OKEN Scanner

IV.75. a) $a_1=\frac{3}{20}$ m/s²; $\mu=0{,}025$; $v=3$ m/s; b) $F=10^3$ N.

IV.76. Viteza în momentul aplicării forței

$$v_1=\sqrt{v_0^2+2\left[g\left(\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)\right]S_1}.$$

Spațiul parcurs pînă la oprire $S_2=\frac{v_1^2}{2\left[\frac{F}{m}g\left(\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)\right]}$;

timpul pînă la oprire $t_1=\frac{v_1}{F/m-g\left(\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)}$;

timpul de urcare $t_2=\sqrt{\frac{2\left(S_1+S_2\right)}{F/m-g\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha\right)}}$;

timpul total $t=t_1+t_2$.

IV.77. $\frac{F}{G}=\frac{\sin\alpha-\mu\left(\cos\alpha-1\right)}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$.

IV.78. a) $P_m=4480$ W; b) $v_s=7{,}3$ km/s; c) $h=1106200$ m.

IV.79. a) $h=\frac{v_0^2\sin\alpha}{2g\left(\mu-\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)}$;

b) $v=\sqrt{2gl\left(\mu-\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)}$;

c) $F_t=mg\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha\right)$; d) $v=v_0+gt\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha-\mu\right)$;

$S=v_0t+\frac{gt^2}{2}\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha-\mu\right)$.

IV.80. a) $v\simeq16{,}23$ m/s; b) $W\simeq118$ J.

IV.81. a) $v_{m_1}=10$ m/s; $v_{m_2}=7$ m/s; b) $S=24{,}7$ m;

c) $t_1=2{,}47$ s; $t_2=3{,}53$ s; d) $a_1=8{,}1$ m/s²; $a_2=3{,}96$ m/s²;

e) $L_{frec}=102$ J; f) $F_f=2{,}07$ N.

IV.82. $h'=10$ m.

IV.83. $\alpha=30°$; $l=5$ m.

IV.84. $t_u=-\frac{v_c}{a_u}$, $S_m=-\frac{v_0^2}{2a_u}$; $a=-g\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha\right)$;

$t_c=\sqrt{\frac{2S_m}{a_c}}$, $a_c=g\left(\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)$,

$n=\frac{t_c}{t_u}=\sqrt{\frac{\operatorname{tg}\alpha+\mu}{\operatorname{tg}\alpha-\mu}}$; $\mu=\frac{n^2-1}{n^2+1}\operatorname{tg}\alpha=0{,}6$.

IV.85. $a=g\sin\left(\alpha_0-\omega t\right)$. Neglijăm forța de inerție.

IV.86. $\alpha_1=\frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{2}{\mu_2-\mu_1}+\frac{K\pi}{2}$; $\alpha_2=\frac{\pi}{2}-\alpha_1$.

Scanned with OKEN Scanner

IV.87. $\alpha_2 = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{1}{\mu} - 2\operatorname{ctg}\alpha_1\right)$.

IV.88. $\mu = \frac{n-m}{n+m}\operatorname{tg}\alpha = 0{,}2$.

IV.89. $\alpha = \operatorname{arc\,tg}\ 3\mu \simeq 16°50'$.

IV.90. $X = \frac{h_A - h_B}{\mu} - (h_A \operatorname{ctg}\alpha + h_B \operatorname{ctg}\alpha)$; cum X nu depinde de g, el nu se modifică dacă facem experiența pe Lună.

IV.91. 1) $v_4^2 = \frac{2gl_1}{\cos\alpha_1}(\sin\alpha_1 - \mu_1\cos\alpha_1) + \frac{2gl_2}{\cos\alpha_2}(\sin\alpha_2 - \mu_2\cos\alpha_2) + \frac{2gl_3}{\cos\alpha_3}(\sin\alpha_3 - \mu_3\cos\alpha_3)$;

2) $X = \frac{v_4^2}{2\mu_4 \cdot g}$.

IV.92. a) Corpul alunecă pe primul plan, apoi urcă pe al doilea pe distanța a_1. Bilanțul energetic $E_{p1} = L_{F1} + L_{F2} + E_{p2}$; $mga\sin\alpha = \mu mga\cos\alpha + \mu mga_1\cos\alpha + mga_1\sin\alpha$.

$a_1 = a\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}$. Pe acest drum corpul coboară și urcă pe celălalt plan pe distanța a_2. Valoarea lui a_2 va fi:

$a_2 = a_1\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} = a\left[\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}\right]^2$.

Astfel $a_n = a\left[\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}\right]^n$. Spațiul total pînă la oprire îl calculăm din legea conservării energiei: $S_a = \frac{a\operatorname{tg}\alpha}{\mu}$.

b) $\frac{a}{2} = a\left[\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}\right]^n \Rightarrow n = \frac{\log 2}{\log\left[\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}\right]}$;

c) $t_0 = \sqrt{\frac{2a}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}$; $t_n = t_0\left[\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}\right]^{\frac{n}{2}}$;

d) $n = 2\frac{\log 2}{\log\left[\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}\right]}$; Numeric a) $a_{10} = 8{,}19$ m;

$S_a = 1000$ m; b) $n = 34$; c) $t_0 = 1{,}69$ s; $t_{10} = 1{,}53$ s; d) $n = 68$.

IV.93. $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{25}{(1+4\sqrt{2})^2}$.

IV.94. Primul corp urcă pe plan $S_1 = 1{,}225$ m în $t_u = 0{,}5$ s, viteza lui fiind $v_1 \simeq 0$ în acest moment ($\mu = \sqrt{2} - 1$). Accelerația de coborîre a celui de-al doilea corp va fi $g(\sqrt{2} - 1)$. În timpul t_u el a parcurs $S_2 \simeq 0{,}507$ m și ajunge

Scanned with OKEN Scanner

la viteza $v_2=2{,}028$ m/s. Corpurile încă nu s-au întîlnit, distanța între ele fiind $d=1{,}018$ m. Cele două corpuri se vor ciocni plastic, la coborîre, după timpul $t_1=d/v_2=0{,}5$ s. Cele două corpuri înainte de ciocnire, au vitezele $v_1'=2$ m/s și $v_2'=4$ m/s; după ciocnire au viteza $v=10/3$ m/s și mai au de parcurs aprox. 0,75 m pînă la baza planului. Viteza la baza planului va fi $v'\simeq 4.1$ m/s.

IV.95. Corpul 1 ajunge pe planul orizontal cu viteza $v_1=\sqrt{2\,gl\sin\alpha}$ și ciocnește corpul 2 ce are viteza $v_2=\sqrt{lg\sin P}$, unde P este unghiul planului înclinat. Corpurile se ciocnesc la distanța $d=L\sqrt{2}$ de la baza planului după timpul $t=(\sqrt{2}+1)\sqrt{\frac{L}{g\sin P}}$ de la pornire.

IV.96. a) $a=4$ m/s^2; b) $v=6{,}32$ m/s; c) $t=1{,}58$ s.

IV.97 a) $a=2{,}5$ m/s^2; b) $v=2{,}5$ m/s;

c) $a_{frînare}=-8{,}75$ m/s^2; d) $S_1=0{,}35$ m; e) $E_c=16$ J.

IV.98. a) $m_1=94$ g; b) $m_1=100$ g; c) $a=0{,}9$ m/s^2.

IV.99. $\frac{\Delta l_1}{\Delta l_1}=\frac{T_1}{T_2}=\frac{1+\sin\alpha+\mu\cos\alpha}{1+\sin\alpha-\mu\cos\alpha}=2.$

IV.100. $a=g\,\frac{m_2(\sin 70^\circ-\mu_2\cos 70^\circ)-m_1(\sin 50^\circ+\mu_1\cos 50^\circ)}{m_1+m_2}$;

$v=at\simeq 9{,}8$ m/s.

IV.101. $a=\frac{G_2\sin\beta-G_1\sin\alpha-\mu G_2\cos\beta-\mu G_1\cos\alpha}{m_1+m_2}=1{,}8$ m/s^2.

IV.102. a) $a=g\,\frac{G_1\sin\alpha-G_2\sin\alpha'}{G_1+G_2}\simeq 2{,}6$ m/s^2;

b) $G_1\sin\alpha-G_2\sin\alpha'=\pm\frac{1}{2}$, $\alpha_1\simeq 53^\circ$; $\alpha_2\simeq 2{,}5^\circ$.

IV.103. Dacă $|m_1\sin\alpha-m_2\sin\beta|\leq\mu_1 m_1\cos\alpha+\mu_2 m_2\cos\beta$ corpurile nu se mișcă. Dacă:
$m_1\sin\alpha-m_2\sin\beta>\mu_1 m_1\cos\alpha+\mu_2 m_2\cos\beta$, m_1 coboară și m_2 urcă. Dacă $m_2\sin\beta-m_1\sin\alpha>\mu_1 m_1\cos\alpha+\mu_2 m_2\cos\beta$, m_1 urcă și m_2 coboară.
$a=\frac{g}{m_1+m_2}(m_1\sin\alpha-m_2\sin\beta-\mu_1 m_1\cos\alpha-\mu_2 m_2\cos\beta)\simeq 1$ m/s^2.

IV.104. Firul fiind întins are loc, în momentul în care se imprimă corpului m_2 un impuls, un fenomen similar ciocnirii plastice dintre m_1 și m_2. Cele două corpuri vor pleca cu viteza $v_0=\frac{H}{m_1+m_2}$

a) $F_f=\mu g(m_2\cos\alpha+m_1)=2{,}87$ N;

b) $a=\frac{m_2 g\sin\alpha-F_f}{m_1+m_2}=0{,}71$ m/s^2.; c) $v=v_0+at=2{,}42$ m/s;

$S=v_0 t+\frac{at^2}{2}=3{,}42$ m. Mișcarea se desfășoară în acest fel dacă lungimea planelor $l>S$.

d) $T=m_1(a+\mu g)=3{,}42$ N.

IV.105. a) $a=g\left(2\frac{x}{l}\sin\alpha-\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)$;

$0{,}4\ \text{m}\leq x\leq 0{,}6\ \text{m}$.

IV.106. Primul corp are o mişcare uniform accelerată cu $a=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)$ iar al doilea se mişcă uniform accelerat cu aceeaşi acceleraţie a, dar cu o viteză iniţială $v_0=\sqrt{2gl(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}$. Lungimea celui de-al doilea fir trebuie să fie egală cu spaţiul parcurs de cel de-al doilea corp pînă la ciocnire.

$$L=l+S=v_0t+\frac{gt^2}{2}(\sin\alpha-\mu\cos\alpha);\quad t=\frac{l}{v_0};\quad L=\frac{4}{5}l;$$

$$v_3=\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{at+v_2+at}{2}=\frac{v_0}{2}+at=v_0.$$

IV.107. 1) $v=t_1g\dfrac{m_2-m_1-m_3(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m_1+m_2+m_3}=6{,}41\ \text{m/s};$

2) $T=gm_2\dfrac{[2m_1+m_2(1+\sin\alpha+\mu\cos\alpha)]}{m_1+m_2+m_3}=27\ \text{N};$

3) $t=t_1+\dfrac{m_2-m_1-m_3(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m_1+m_2(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}=5{,}04;$

4) $S=g\cdot\dfrac{m_2-m_1-m_3(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m_1+m_2+m_3}t_1^2\left[1+\dfrac{m_2-m_1-m_3(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{m_1+m_2(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}\right]=$

$=16{,}13\ \text{m}$

5) $a_3=g\dfrac{m_2(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)+m_1}{m_1+m_2}=6{,}93\ \text{m/s}^2.$

IV.108. $\sqrt{\dfrac{n(n+1)}{2}}=6,\qquad n=8.$

IV.109. 1) $v<\sqrt{2gR}$; 2) $\sqrt{2gR}<v<\sqrt{5gR}$; 3) $\sqrt{5gR}<v$.

IV.110. Neglijăm frecarea de rostogolire. Mişcarea cu viteză constantă este posibilă dacă $\mu>g\dfrac{R}{v^2}$, unde μ este coeficientul de frecare la alunecare.

$P_{medie}=F_{medie}\cdot v\qquad F=F_{frecare}=G\sin\alpha$, unde $\alpha=\dfrac{vt}{R}$; $P_{medie}=\dfrac{2mgv}{\pi}$.

IV.111. Greutatea acţionează asupra corpului cu două componente: una tangentă la sferă (f_1) şi una perpendiculară pe sferă (f_2). Componenta f_1 pune corpul în mişcare accelerată cu acceleraţia $a=g\sin\alpha$, unde α este unghiul la centru măsurat de raza vectoare faţă de poziţia verticală. Odată cu începerea mişcării apare forţa centrifugă F_c, crescînd încontinuu ca valoare. Diferenţa între f_2 şi F_c determină contactul dintre corp şi suprafaţa sferei ca o forţă centripetă, aşa că traiectoria mobilului este cerc. Din momentul în care forţa $f_2=F_c$ (în M) contactul se pierde, mişcarea se face după o parabolă ,compunîndu-se din mişcarea de cădere în cîmp gravitaţional şi mişcarea uniformă, cu viteza corespunzătoare celei din M.

Scanned with OKEN Scanner

2) $v_M=\sqrt{\frac{2gR}{3}}=2$ m/s$\Rightarrow D=\frac{v_{Mx}\sqrt{v_{My}^2+2gh_M}}{g}\simeq 0{,}88$ m.

IV.112. $\nu>0{,}25$ Hz.

IV.113. 1) $h_1=\frac{3}{4}m+\frac{a}{2g}n$; $h_2=\frac{3m}{4}-\frac{an}{2g}$, (nu depinde de lățime);

2) $a'=\frac{m}{2n}g$.

IV.114. $a=7{,}05$ m/s^2.

IV.115. $\vec{N}+\vec{G}=m\vec{a}$, $\vec{a}$ fiind orizontală, rezultă $a_1=g\operatorname{tg}\alpha$, cu sensul de la plan spre corp; b) $N=0$; $a=g$, $S_1=gt^2/2$. Planul înclinat trebuie să parcurgă pe orizontală $S_2=S_1\operatorname{ctg}\alpha$. Deci $a_2\geq g\operatorname{ctg}\alpha$; $a_{2min}=g\operatorname{ctg}\alpha$, a_2 are sens contrar cu a_1. c) $\frac{a_1}{a_2}=\operatorname{tg}^2\alpha$.

IV.116. $T_1=m\sqrt{g^2+a^2}>mg$; $T_2=mg\cos\alpha<mg$.

IV.117. a) $v=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$; b) $v_{max}=\sqrt{2gl}$, pentru ca mișcarea să fie pendulară; c) $\vec{F}=\vec{G}+\vec{T}=m\vec{a}_{total}=m(\vec{a}+\vec{a}_n)$, $\vec{T}$ fiind tensiunea din fir, iar $\vec{a}_n$ accelerația normală.

$$F=\sqrt{a^2+\frac{(v+at)^2}{r}};\quad (\vec{F},\vec{a})=\operatorname{arc\,tg}\frac{(v+at)^2}{ar}.$$

IV.118. $a_1=\frac{a_2+g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}{\cos\alpha-\mu\sin\alpha}=21$ m/s^2 (cînd vagonul merge în sens invers corpului).

IV.119. $a=7{,}5$ m/s^2; $N=2{,}59$ N.

IV.120. 1) $a=(g-a_0)(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)$;
2) Corpul este în repaus față de plan; 3) $a_0\simeq 1$ m/s^2.

IV.121. $a=g\frac{(m_1\sin\theta_1-m_2\sin\theta_2)(m_1\cos\theta_1+m_2\cos\theta_2)}{(m_1+m_2+M)(m_1+m_2)-(m_1\cos\theta_1+m_2\cos\theta_2)^2}$;

$$a_{r1}=a_{r2}=g\frac{m_1\sin\theta_1-m_2\sin\theta_2}{m_1+m_2}+a\frac{m_1\cos\theta_1+m_2\cos\theta_2}{m_1+m_2};$$

Variația impulsului sistemului este nulă (pe orizontală).
$a=0\Rightarrow a_{r1}=a_{r2}=0\Rightarrow m_1\sin\theta=m_2\sin\theta_2$.

IV.122. a) $t=4{,}5$ s; b) $v=43$ m/s; c) $E=2940$ J.

IV.123. $h_m=2{,}625$ m.

IV.124. a) $h_1=4{,}9$ m; $h_2=78{,}4$ m; b) $E_1=96$ J; $E_2=1536$ J;
c) $\Delta E=1440$ J.

IV. 125. $E=3780$ J.

Scanned with OKEN Scanner

IV. 126. $t=\frac{2v_0}{g}\sqrt{1-\frac{1}{n}}=8{,}66$ s.

IV. 127. $h\simeq 78$ km.

IV. 128. Dacă notăm cu t_i și h_{oi} momentul și respectiv înălțimea la care s-a format picătura „i", atunci viteza și înălțimea picăturii la momentul t vor fi (axa verticală cu sensul pozitiv în sus): $v_i=-g(t-t_i)$; $h_i=h_{oi}-\frac{g}{2}(t-t_i)^2$. Distanța dintre două picături oarecare va fi: $h_i-h_k=C_{ik}+g(t_i-t_k)t$ (C_{ik} este o constantă, iar $t>t_i$ și $t>t_k$). Concentrația picăturilor formate simultan nu se schimbă. Concentrația picăturilor formate la timpi diferiți ($t_i\neq t_k$) va scădea, deoarece vor crește distanțele reciproce dintre picături.

IV. 129. a) $h=5\ (2n-1+2\sqrt{n^2-n})$; b) $n=2$;

c) $L=58{,}28$ J; d) $v=10\ (1+\sqrt{2})$ m/s;

e) $H=mg\Delta t=1$ kg m/s^2.

IV. 130. a) $t=7$ s; b) $\Delta h_2=117{,}6$ m; $\Delta h_3=196$ m; $\Delta h_4=235{,}2$ m;

c) $\Delta h_{23}=78{,}4$ m; $\Delta h_{34}=39{,}2$ m.

IV. 131. $l_p=(2p-1)\frac{h}{n^2}$; $\frac{l_n}{l_1}=2n-1$; $l_7=650$ m.

IV. 132. $\Delta t=8{,}71$ s.

IV. 133. $t=m(n+\sqrt{n^2-n})$; $t_1\simeq 5{,}45$ s.

IV. 134. Fie A punctul de unde cade corpul, B punctul în care începe acțiunea forței și D punctul de pe sol unde corpul se oprește. $AB=h-x$ și $BD=x$; $v_D=0$.

$h-x=\frac{gt^2}{2}$; $v_B=gt=\sqrt{2g(h-x)}$;

$x=\frac{v_B^2}{2a}=v_Bt_1-\frac{at_1^2}{2}$; $v_B-at_1=0$; $x=40$ m;

$a=20$ m/s^2; $F=ma+G=120$ N; $t_1+t=6$ s; $t'=4{,}9$ s.

IV. 135. $t\simeq 75$ s. În momentul deschiderii parașutei viteza ar fi fost $v\simeq 245$ m/s mult prea mare pentru a neglija timpul de frînare pînă la 2 m/s.

IV. 136. a) $h=\frac{h}{n+1}\left[\frac{gt}{2(n+1)}+v_n'\right]=970$ m;

b) $v_c=g\frac{t}{n+1}=98$ m/s.

IV. 137. $v=\frac{h}{n(t-t_1)}=6$ m/s, unde $t_1=\sqrt{\frac{2(n-1)h}{gn}}$;

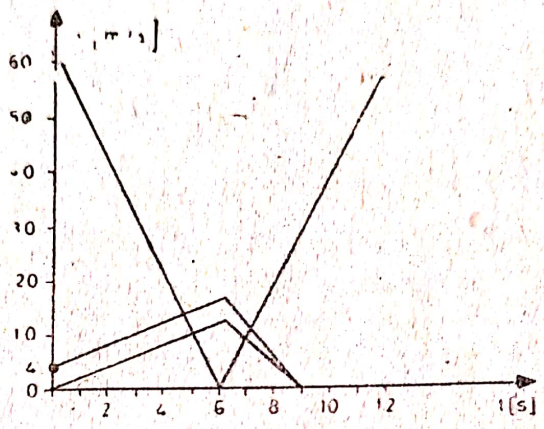
$v'=\sqrt{\frac{2gh(n-1)}{n}}=98$ m/s.

IV. 138. $t=2{,}06$ s.

IV. 139. $\mu=0{,}6$.

IV. 140. 1) $v_0=1$ m/s; 2) $v=v_0+at=6$ m/s; $S=17{,}5$ m.

IV. 141. 1) $S_A=60$ m; $S_B=36$ m; 2) $v_A=16$ m/s; $v_B=12$ m/s; 3) $t=7{,}9$ s; 4) $a_A=-3{,}2$ m/s^2; $a_B=-9/8$ m/s^2; 5) $v_{mA}=14$ m/s$=v_{mB}$; $v_{mC}=30$ m/s; 6) $d_A=d_B=100$ m (erau deja oprite); 7) Fig. R. IV. 141. În figură s-a reprezentat mărimea vitezei.



IV. 142. a) $t=20$ s; $S=200$ m; b) $h=2000$ m; c) $d=\sqrt{S^2+h^2}=2009{,}97$ m $\simeq 2010$ m.

IV. 143. a) $t=1$ s; b) $v=10$ m/s; c) $L=10^4$ J; d) $F_r=400$ kN.

IV. 144. 1) $t_1=5$ s; $t_2\simeq 34$ s; 2) $l=73{,}5$ m;

IV. 145. a) $\Delta t=\sqrt{\frac{2l}{g}}\left(\frac{1}{\sqrt{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}}-\sqrt{\sin\alpha}\right)$;

b) $H=\frac{1}{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}$.

IV. 146. 1) $\mu=\frac{g\sin\alpha-a}{\cos\alpha}=\frac{1}{\sqrt{3}}$; 2) $t=2\sqrt{\frac{h}{g}}=2$ s; $S_1=2h=20$ m; $S_2=\frac{at^2}{2}=11{,}54$ m; 3) $t=\sqrt{\frac{2(H-h)}{a\sin\alpha}}=2{,}82$ s; 4) $d=\frac{5}{\sqrt{3}}\sqrt{t^4-6t^2-12}$; $d_{min}=5$ m; 5) Pe intervalul de timp $[0,\sqrt{6}]$ distanţa între corpuri este exprimată de funcţia $f_1(t)=\frac{5}{\sqrt{3}}\sqrt{t^4-12t^2-40}$. Deoarece la $t=\sqrt{6}$ corpul în cădere liberă s-a oprit, iar corpul pe plan înclinat îşi continuă mişcarea pînă la $t=2{,}82$ s, pe acest interval de timp distanţa va fi exprimată de funcţia $f_2(t)=\frac{5}{\sqrt{3}}\sqrt{t^4-12t^2-48}$.

IV. 147. 1) $S_1=l=100$ m; 2) $a=\frac{v_0^2 d}{2l^2}=0{,}2$ m/s^2;

3) $H=\frac{2gl^2}{v_0^2}-\frac{2gl^4}{v_0^2 d^2}\left[\sqrt{1+\frac{d}{l}}-1\right]^2=375$ m.

IV. 148. 1) $h=\frac{v_0^2}{2g}=44{,}1$ m; $t_0=\frac{v_0}{g}=3$ s;

2) $v=\sqrt{2\mu g s}=30$ m/s; 3) $H=h+\frac{(v^2-v_0^2)\sin\alpha}{(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}=50$ m;

4) $v_1=\sqrt{\frac{2m_2E}{m_1(m_1+m_2)}}=24$ m/s; $v_2=\sqrt{\frac{2m_1E}{m_2(m_1+m_2)}}=12$ m/s;

5) $\Delta S=S_1+S_2$
- a) $(v_1+v_2)t-a't^2=(36t-3{,}92t^2)$ [m] $0\le t\le t_2$
- b) $S_2(t_2)+v_1t-\frac{a't^2}{2}=18{,}36+24t-1{,}96t^2$; $t_2\le t\le t_1$
- c) $S_1(t_1)+S_2(t_2)=91{,}8$ m; $t>t_1$.

IV. 149. a) $a=0{,}2$ m/s^2; b) $h_1=0{,}4$ m; c) $v=2{,}82$ m/s.

IV. 150. a) $R\simeq 90$ kN; b) $h=7{,}2$ m;

c) $\frac{\Delta E_c}{E_c}=0{,}02$. ; d) Fier.

IV. 151. Bila 1 se va ciocni elastic cu bara și bila 2

$$h'=h+\frac{2m^2(v_0^2-2gh)}{g(m_1+m_2+m_3)}=5{,}6\text{ m};$$

$$v=\sqrt{2gh+(v_0^2-2gh)\left(\frac{(m+m_2-m_1)}{m+m-m_1}\right)^2}=17\text{ m/s}.$$

IV. 152. a) $t=1{,}2$ s; $h=2{,}4$ m; b) $S=4$ m.

IV. 153. $H=2n\frac{v_0^2}{g}\left(\frac{\sqrt{n}-1}{2\sqrt{n}-1}\right)^2=2$ m.

IV. 154. $v=30$ m/s; $\Delta t=2$ s.

IV. 155. a) $t_2=3{,}2$ s; b) 28,8 m; c) 131,2 m; d) 7,2 s.

IV. 156. 1) $t=0{,}625$ s; 2) $h_2=1{,}172$ m; 3) $\Delta t=1{,}5$ s;

4) $v_1=5$ m/s; $v_2=10$ m/s.

IV. 157. a) $v_0=39{,}2$ m/s; b) $h=78{,}4$ m; c) $\Delta t=2{,}36$ s.

Scanned with OKEN Scanner

IV. 158. $d=3$ m.

IV. 159. $\Delta t=2\left(t_1-\frac{v_0}{g}\right)=10$ s.

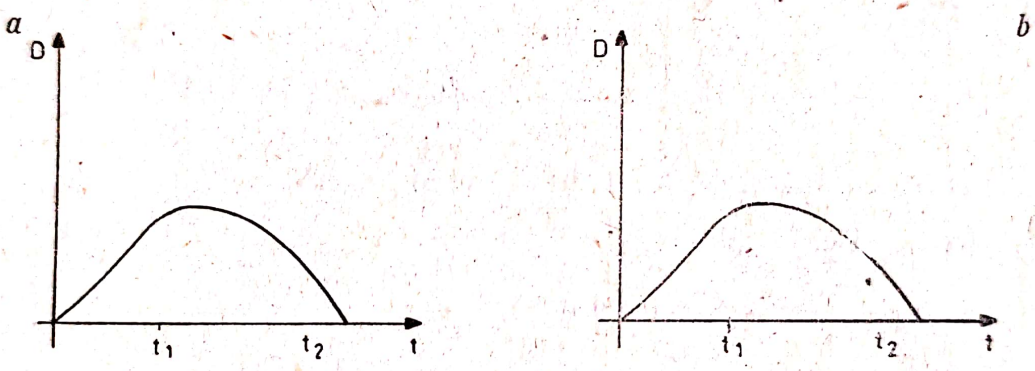
IV. 160. $h_1=h-v_0t-\frac{gt^2}{2}$ pentru $t\in[0,\ t_2]$

$$h_2=\begin{cases} h-v_0t-\frac{gt^2}{2} & \text{pentru } t\in[0,\ t_1] \\ 0 & \text{pentru } t\in[t_1,\ t_2] \end{cases}$$

$$D=h_1-h_2=\begin{cases} 2v_{0t} \text{ pentru } t\in[0,\ t_1] \\ h+v_{0t}-\frac{gt^2}{2} \text{ pentru } t\in[t_1,t_2] \end{cases}$$

Fig. a. pentru $v_0>\sqrt{2gh}$

Fig. b. pentru $v_0<\sqrt{2gh}$



IV. 161. a) $F=\frac{4}{3}mg=54{,}88$ N; b) $h=\frac{2}{9}gt_1^2=78{,}4$ m.

IV. 162. $t=33{,}2$ s.

IV. 163. 1) $t=\frac{h}{v_0}=2$ s; 2) $h_1=v_0t-\frac{gt^2}{2}=60$ m;

3) $\left.\begin{aligned} &m_2v_2-m_1v_1=(m_1+m_2)v' \\ &v_1=v_0-gt \\ &v_2=gt. \end{aligned}\right\}$ de unde $v'=10$ m/s în jos.

4) $v=\sqrt{v'^2+2gh_1}=36$ m/s; $t=\frac{v-v'}{g}=2{,}6$ s;

5) Cu o secundă înaintea sosirii, corpurile parcurseseră spaţiul: $h'=v'(t-1)+\frac{g}{2}(t-1)^2=28{,}8$ s. Deci în ultima secundă se parcurg $h''=h_1-h'=31{,}2$ m.

IV. 164. 1) $\Delta t=1$ s.; $h=44{,}1$ m; 2) $H=94{,}276$ m.

IV. 165. a) $t=1$ s; b) $h=35$ m; c) $H=59{,}2$ m.

IV. 166. a) $\Delta t_1=3$ s; b) $\Delta t_2=6$ s; c) $E_c=432{,}18$ J; $E_p=1296{,}54$ J.

IV. 167. a) $v=0{,}8$ m/s; b) $h=9{,}8$ m;

c) $v'=4{,}5$ m/s; d) $\Delta v=9{,}6$ m/s.

IV. 168. 1) $t_B=3$ s; $t_c=4$ s; 2) $v_{AB}=40$ m/s; $v_{AC}=30$ m/s; 3) $m_A=6$ kg; $m_B=9$ kg; $m_C=16$ kg.

IV. 169. $\Delta t=0{,}425$ s (Primul corp are viteza zero în momentul ciocnirii); $v=20{,}5$ m/s.

IV. 170. Deviația presupusă în problemă este datorată vitezei de rotație a Pămîntului, se presupune că viteza inițială a corpului este zero față de un sistem fix.

$\cos\lambda=\frac{dT}{\pi R}$, $\sqrt{\frac{g}{2H}}$ unde T și R sînt perioada de rotație și raza Pămîntului.

IV. 171. $v=\sqrt{(at_1)^2+2gh}=5{,}5$ m/s; $S_1=1{,}25$ m.

IV. 172. a) $t=6$ s; b) 150 m; c) $v=63{,}8$ m/s.

IV. 173. $h=10$ m; $d=1000$ m; $v=700{,}1$ m/s.

IV. 174. $\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{ctg}\varphi-1$; $\alpha=63°30'$.

IV. 175. $\operatorname{tg}\alpha=2\frac{h_2-h_1}{d}$; $\alpha=27°40'$;

$$v=\sqrt{2g\left[(h_2-h_1+\frac{d^2}{4(h_2-h_1)}\right]}=9{,}76 \text{ m/s}.$$

IV. 176. Portarul poate să prindă mingea; b) Nu este gol.

IV. 177. $9{,}84$ m/s $>v>6{,}50$ m/s.

IV. 178. a) $v=40{,}1$ m/s; b) $t\simeq 5$ s; c) $d\simeq 69{,}4$ m.

IV. 179. $d_1=80{,}8$ m; $d_2=54$ m; $H=5$ m; $d_3=40$ m.

IV. 180. a) $d^2=x^2+\left(h-\frac{g}{2v_0^2}x^2\right)^2$. Dacă $v_0<gh$ atunci d are minim pentru:

$x^2=\frac{v_0^2}{g^2}2(gh-v_0^2)$, dacă $v_0\geq gh$, x^2 ar deveni negativ și x complex și deci minimul este atins pentru $x^2=0$, adică în poziția inițială $d_{min}=\frac{v_0}{g}\sqrt{2gh-v_0^2}$;

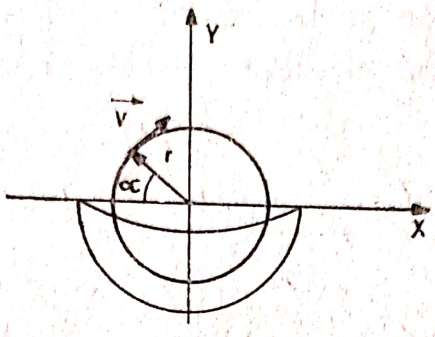
b) $t=\frac{x}{v_0}=\sqrt{\frac{2(gh-v_0^2)}{g}}$; $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{2gh-v_0^2}$.

IV. 181. Particulele emise la unghiul α (Fig. R. IV. 181) ating înălțimea maximă $y_m=R\sin\alpha+\frac{v^2\cos^2\alpha}{2g}$, $(v=2\pi\nu r)$ pentru $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ și se află

la y_0 în $x_0 = -R\cos\alpha + \frac{v^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} + \frac{v\sin\alpha}{g}\sqrt{v^2\cos\alpha + gR\sin\alpha}$

unde $\alpha \in [0, \pi]$. Locul geometric la care ajung particulele (înfășurătoarea parabolelor) se află eliminînd parametrul α dintre funcțiile

$y_m(\alpha)$ și $x_m(\alpha) = -R\cos\alpha + \frac{v^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g}$, pentru $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.



IV. 182. a) $F = 15$ N; b) $t \simeq 1{,}38$ s; $d = 1{,}96$ m.

IV. 183. $\alpha = \frac{1}{2}\arcsin\frac{2gx}{v_0^2} = \frac{\pi}{4}$. Discuție $x < \frac{v_0^2}{2g}$.

IV. 184. $d \simeq 321$ m.

IV. 185. $t = \frac{d}{v_0} = 3$ s; $v = \sqrt{\frac{v_0^2}{4} + g^2\frac{d^2}{v_0^2}} \simeq 29{,}46$ m/s.

IV. 186. a) $\alpha = 14°30'$; b) 16; c) 4; $d' = 16\,d$.

IV. 187. a) $v_1 = 20$ m/s; $v_2 = 14{,}1$ m/s; b) $h = 5$ m; $d = 11{,}2$ m.

IV. 188. Timpul de urcare pînă la înălțimea maximă este egal cu timpul de cădere pe distanța $H - h_{max}$.

$t_u = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$; $H - h_{max} = \frac{gt_u^2}{2}$; $h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$;

$H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g}$; $\sin = \frac{\sqrt{Hg}}{v_0}$; Discuție: $v_0 \geq \sqrt{Hg}$;

Numeric $\alpha = 45°$.

IV. 189. $\alpha + \alpha' = \frac{\pi}{2}$.

IV. 190. $t_1\sqrt{v_1^2 - 2gh_1} = t_2\sqrt{v_2^2 - 2gh_2}$.

IV. 191. $r_1 = \frac{h_1}{h_2} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}$; $r_2 = \frac{d_1}{d_2} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha}$; $r_1 r_2 = 1$.

IV. 192. $v = 8{,}33$ m/s.

Scanned with OKEN Scanner

IV. 193. Corpurile se ciocnesc chiar în punctul de cădere

a) $v_1=96{,}7$ m/s; $v_2=59{,}7$ m/s; $\alpha_1=162°40'$; $\alpha_2=29°$;

b) $\alpha=13°$.

IV. 194. 1) $a_1=\frac{F}{3m}$; $a_2=\frac{F}{2m}$; $a_3=\frac{F}{m}$;

2) $v_1=\sqrt{2\frac{F}{3m}\cdot l}$; $v_2=\sqrt{\frac{5}{3}\frac{F}{m}\cdot l}$; $v_3=\sqrt{\frac{11}{3}\frac{F}{m}\cdot l}$;

3) $x_1=\sqrt{\frac{2}{3}\frac{F}{m}l}\cdot\sqrt{\frac{2h}{g}}$; $x_2=\sqrt{\frac{5}{3}\frac{F}{m}l}\sqrt{\frac{2h}{g}}$; $x_3=\sqrt{\frac{22}{3}\frac{F\cdot l\cdot h}{mg}}$;

4) $\Delta F_B=\frac{2}{3}F$; $\Delta F_A=\frac{F}{3}$.

IV. 195. $v^2=2g\left[2l-2\sqrt{l^2-d^2}+\frac{d^2l^2}{2\sqrt{l^2-d^2}\,(l\sqrt{l^2-d^2}-l^2+2d^2}\right]$.

IV. 196. $\alpha_1=\operatorname{arctg}\frac{2gH}{v_0^2\sin 2\alpha}=45°$;

$v_0'=\sqrt{2gH+\frac{v_0^4\sin^2 2\alpha}{2gH}}=20\sqrt{2}$ m/s. Corpul al doilea este lansat după $\Delta t=2\frac{v_0\sin\alpha}{g}-\sqrt{\frac{2H}{g}}=2(\sqrt{2}-1)$ s. față de primul.

IV. 197. Problema este posibilă dacă $v_1\cos\alpha=v_2$

$$H=\frac{3v_1^2\sin^2\alpha}{2g}.$$

IV. 198. Originea sistemului de coordonate se găsește în punctul din care se aruncă unul din corpuri.

1) $x_1=\frac{C}{2}$; $y_1=(\operatorname{tg}\alpha)\,C-\frac{gC^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$; problema este posibilă dacă

$C\leq 2\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$; 2) $C=\frac{2v_0^2\sin 2\alpha}{g}$.

IV. 199. $\operatorname{tg}\beta=\operatorname{ctg}\alpha$.

IV. 200. $d=0$.

IV. 201. $v=\frac{M}{m\cos\alpha}\cdot\sqrt{2lg\sin\alpha}$.

IV. 202. $F=Mg\operatorname{ctg}\alpha$.

Scanned with OKEN Scanner

IV. 203. a) $v_0=\sqrt{\dfrac{g}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin 2\alpha}}\simeq 3{,}25$ m/s;

b) $h_m=\dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}=13{,}75$ cm.

IV. 204. Ne situăm într-un sistem de referință ce cade cu accelerația g.

$$\varphi=\arcsin\frac{v_{01}v_{03}}{v_{02}\sqrt{v_{01}^2+v\,v_{03}^2}}-\operatorname{arctg}\frac{v_{01}}{v_0}$$

IV. 205. a) $n=\left[\dfrac{\left(\log\dfrac{v_0^2\sin^2\alpha}{2gd}\right)+1}{2\log 2}\right]=2$ (parantezele drepte indică partea întreagă a numărului obținut).

b) $16\sqrt{10}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\le v_0\le 32\sqrt{10}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

IV. 206. 3 m.

IV. 207. 1) $a=g\dfrac{m_2-\mu m_1}{m_2+m_1}=4$ m/s; $t_1=\sqrt{\dfrac{2l}{a}}=2$ s;

$v_1=at_1=8$ m/s; 3) $h=l+v_1t_2+\dfrac{gt_2^2}{2}=20{,}9$ m;

4) $v_2'=\sqrt{v_1'^2+2gh^1}=\sqrt{\dfrac{2gm_2l}{m_1+m_2}+2g\left(v_1t_2+\dfrac{gt_2^2}{2}\right)}=18{,}1$ m/s.

IV. 208. $S=\dfrac{mg}{F\sin^2\alpha}[H-h\cos\alpha\,(\cos\alpha-\mu\sin\alpha)]=40$ m.

IV. 209. a) $H=h+\dfrac{\sin^2\alpha}{2g}[v_0^2-2gh\,(1+\mu\operatorname{ctg}\alpha)]=6{,}5$ m;

b) $v=\sqrt{v_0^2-2\mu gh\,\operatorname{ctg}\alpha}=13{,}4$ m/s.

IV. 210. $t_1=\sqrt{\dfrac{2l_1}{g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}$;

$t_3=\dfrac{v_2+\sqrt{v_2^2-2g\,(\sin\beta+\mu\cos\beta)l_2}}{g(\sin\beta+\mu\cos\beta)}$, unde

$v_2=\sqrt{2\,gl_1\,(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}-\mu gt_2$;

$t_4=\dfrac{v_3\sin\beta+\sqrt{v_3^2\sin^2\beta+\dfrac{2gl_3}{\sin\beta}}}{g}$, unde

$v_3^2=2g[l_1\sin\alpha-\mu(l_1\sin\alpha+t_2\sqrt{2l_1g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}+l_3\cos\beta)-l_3\sin\beta]$.

$t=t_1+t_2+t_3+t_4$. Discuție $v_3>0$.

IV. 211. Accelerația de încetinire pe plan: $a=-g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$. Viteza cu care ajunge în vîrful planului $v=\sqrt{v_0^2-2al}=23{,}7$ m/s.

Motociclistul va parcurge în aer o distanță:

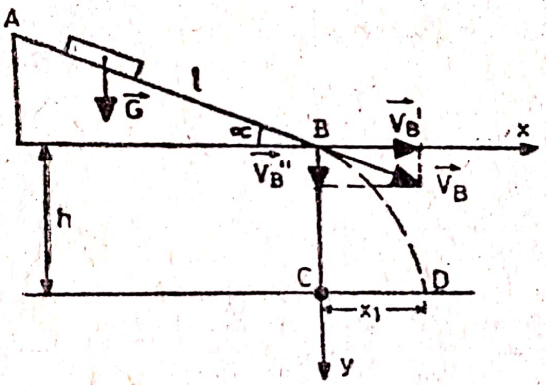
$$x=\frac{2v^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha=5{,}3\text{ m}>4\text{ m}.$$

IV. 212. $v_B=2gl(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)$; Ecuațiile mișcării sînt (Fig. R. IV. 212) $x=v_Bt\cos\alpha$;

$y=v_Bt\sin\alpha+\frac{gt^2}{2}$; de unde prin eliminarea timpului:

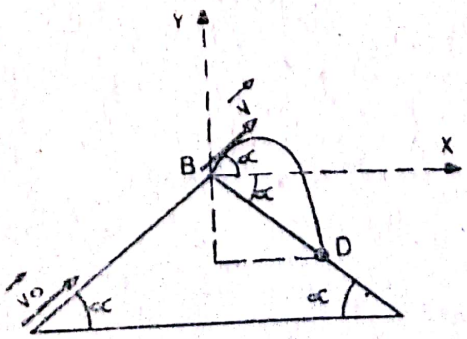
$y=x\operatorname{tg}\alpha+\frac{gx^2}{2v_B^2\cos^2\alpha}$. Cînd $y=h$, $x=x_1$; deci

$$\frac{x_1^2g}{2v_B^2\cos^2\alpha}+x_1\operatorname{tg}\alpha-h=0;\ x_1\simeq2{,}64\text{ m}.$$



IV. 213. (Fig. R. IV. 213.) $v=\sqrt{v_0^2-2gl(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}$.

Ecuațiile vor fi: $x=vt\cos\alpha$; $y=vt\sin\alpha-\frac{gt^2}{2}$; eliminînd timpul: $y=x\operatorname{tg}\alpha-\frac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha}$.



Corpul se întîlneşte cu planul în punctul în care: $-\frac{y}{x}=\operatorname{tg}\alpha$. Rezultă: $x=\frac{4\sin^2\alpha v^2}{g}$, deci;

$$BD=\frac{x}{\sin\alpha}=\frac{4v^2\sin\alpha}{g}=7{,}07 \text{ m}.$$

IV. 215. *A.* $h_1=4$ m. Ciocnirea cu planul α_2 se face după o direcţie perpendiculară pe plan.

1) $h=h_1\sin\alpha_1(\sin\alpha_1-\mu\cos\alpha_1)=0{,}5$ m;

2) $d=4h_1\cos\alpha_1(\sin\alpha_1-\mu_1\cos\alpha_1)=3{,}46$ m (faţă de baza planului α_2);

3) $\Delta H_1=2m\sqrt{2gh_1\sin\alpha_1(\sin\alpha_1-\mu_1\cos\alpha_1)}=0{,}63$ kg m/s;

$\Delta H_2=\frac{\Delta H_1}{\sin\alpha_1}=1{,}26$ kg m/s;

4) $L=3d=10{,}38$ m; *B.* $h_2=h_1\frac{1-\mu_1\operatorname{ctg}\alpha_1}{1+\mu_2\operatorname{ctg}\alpha_2}=1{,}5$ m.

IV. 217. a) $CD=k^2h=3{,}2$ m; b) $BD=v_A\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}+k\sqrt{\frac{2k}{g}}\right)=10{,}8$ m;

c) $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}+k\sqrt{\frac{2h}{g}}=1{,}8$ s; d) $v=BD\sqrt{\frac{g}{2(h-k^2h)}}=18$ m/s;

$t=\sqrt{\frac{2}{2h(1-k^2)}}=0{,}6$ s.

IV. 218. Mişcarea picăturilor este analogă cu alunecarea pe un plan înclinat fără frecare.

a) $t=\frac{16}{7}$s; $l=\frac{640}{49}$m; b) $v=138$ m/s.

IV. 219. 1) $l=\frac{v_0^2}{g}\cos\alpha\sin\alpha+v'\sqrt{\frac{2k}{g}}$, unde v' este viteza glontelui după ciocnire, iar h înălţimea la care are loc ciocnirea. $h=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$, iar $v'=\frac{mv+M(v_0\cos\alpha-v_0')}{m}$, unde v_0' este viteza corpului după ciocnire, relaţia rezultînd din legea conservării impulsului.

Dar $S=\frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}+v_0'\sqrt{\frac{2h}{g}}$. Deci:

$$l=\frac{v_0\sin\alpha}{g}\left[v_0\cos\alpha+v+\frac{M}{m}\left(2v_0\cos\alpha-\frac{Sg}{v_0^2\sin\alpha}\right)\right]=449{,}8 \text{ m}.$$

2) $E_c=\frac{mv'^2}{2}+mgk\simeq 1867$ J.

IV. 220. La ciocnirea elastică cu peretele componenta orizontală a vitezei își schimbă semnul, iar componenta verticală rămîne nemodificată. Mișcarea, deci și traiectoria după ciocnire este perfect simetrică (față de perete) cu traiectoria pe care ar fi avut-o corpul dacă nu s-ar fi ciocnit.

Deci: $d_1+d_2=\frac{2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$ (1); Corpul se află la înălțimea h, cînd distanța pe orizontală față de punctul de aruncare este d_1; $h=d_1\operatorname{tg}\alpha-\frac{gd_1^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$ (2). Rezultă: $\operatorname{tg}\alpha=\frac{h(d_1+d_2)}{d_1d_2}=2{,}5$; $\alpha=68°12'$;

$$v_0=\sqrt{\frac{g(d_1+d_2)}{\sin 2\alpha}}=18{,}4\ \text{m/s}.$$

IV. 221. $v_0=\sqrt{gh\left(\frac{1}{4\sin^2\alpha}-\frac{1}{5}\right)}$.

IV. 223. 1) a) $h_B=\frac{3v_0^2}{8g}=15$ m; $\alpha=60°$;

2) a) $v=v_0\frac{\sqrt{(m_2-m_1)^2+m_3^2+3(m_1+m_2+m_3)^2}}{2(m_1+m_2+m_3)}=18{,}1$ m/s;

b) $\operatorname{tg}\beta=\frac{\sqrt{(m_2-m_1)^2+3(m_1+m_2+m_3)^2}}{m_3}$; $\beta=85°50'$;

c) $t=\frac{v_0}{2g}\cdot\frac{\sqrt{(m_2-m_1)^2+3(m_1+m_2+m_3)^2}-m_2+m_1}{m_1+m_2+m_3}=0{,}77$ s;

d) $AC=\frac{m_2v_0^2}{4g}\cdot\frac{\sqrt{(m_2-m_1)^2+3(m_1+m_2+m_3)^2}-m_2+m_1}{(m_1+m_2+m_3)^2}=3{,}43$ m.

IV.224. 1) Dacă neglijăm rezistența aerului și gimnastul a sărit vertical față de vas, el cade în același loc pe punte.

2) Pentru observatorul de pe vas mișcarea este o aruncare pe verticală. Pentru observatorul de pe pămînt mișcarea este o aruncare sub un unghi; traiectoria este o parabolă.

IV. 225. $t=\sqrt{\frac{2h}{g+a}}=0{,}446$ s; $v_1=g\sqrt{\frac{h}{2(g+a)}}=2{,}19$ m/s;

$v_2=v_1+at=2{,}28$ m/s.

IV. 226. a) $a_1=g\frac{F}{m+M}$; b) $T=\frac{mF}{m+M}$;

c) $a_2=\frac{F}{M}-g$; d) $t=\sqrt{\frac{2MS}{F}}$.

IV. 227. $H > 1{,}5\frac{v^2}{g}$; $l = \frac{4v}{g}$; Liftul a parcurs între cele două ciocniri spațiul $l = \frac{4v^2}{g}$.

IV. 228. a) Ciocnirea este plastică; b) Ciocnirea este neelastică ($K < 1$); c) Ciocnirea este perfect elastică.

IV. 229. a) $E_c = E_p = 2823{,}6$ J; b) $E_0 = 5647$ J;
c) $L = 2117{,}7$ J.

IV. 230. $mgh + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$.

IV. 231. a) Din legea conservării energiei:

$$mgh_1 = mgh_2 + \frac{mv_0^2}{2}; \quad v_0 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = 4{,}47 \text{ m/s};$$

b) După părăsirea pistei avem o aruncare sub un unghi $\alpha = 45°$.

$$H = h_2 + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = 0{,}8 \text{ m}.$$

c) Din legea conservării energiei: $\frac{mv^2}{2} = mgh_1$,

$$v = \sqrt{2gh_1} = 5{,}1 \text{ m/s}; \text{ d) } t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} + \sqrt{\frac{2H}{g}} \simeq 0{,}71 \text{ s}.$$

IV. 232. $v = \sqrt{gl_0}$ (lucru mecanic al forței de frecare este egal cu produsul dintre l_0 și forța de frecare medie).

IV. 233. $v_0 = \sqrt{\frac{2}{3}\frac{kM}{R}} = 4{,}57$ km/s.

IV. 234. Deoarece rezistența aerului este proporțională cu pătratul vitezei corpurile au o viteză limită de cădere.

Pentru corpuri asemănătoare viteza limită de cădere este proporțională cu $\sqrt{m}$. Deci cu cît masa corpurilor este mai mare viteza medie de cădere este mai mare.

IV. 235. La săniuțele cu masa mai mare (și aceeași formă) viteza medie va fi mai mare.

IV. 236. 1) $T = 1200$ N; 2) $h = 1370$ m; 3) $h_{min} = 920$ m.

IV. 237. $v_1 = \sqrt{\frac{mg}{CS}} \approx 4{,}2$ m/s.

IV. 238. $kv^2 = mg$, unde $k = \frac{C\rho S}{2}$, k fiind deci o constantă ce depinde de mediu și forma corpului.

$$v_1^2 = \frac{m_1 g}{k_1}; \quad v_2^2 = \frac{m_2 g}{k_2}; \quad v_3^2 = \frac{m_3 g}{k_3}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă legăm corpurile $F_{r1}+F_{r2}=G_1+G_2$.

$$v_{23}=v_2v_3\sqrt{\frac{m_2+m_3}{v_3^2m_2+v_2^2m_3}}\approx 14{,}08 \text{ m/s; unde } \frac{m_1}{m_2}=\frac{13}{12};\ \frac{m_1}{m_3}=\frac{13}{112}.$$

b) $v_{123}=\sqrt{\frac{m_1+m_2+m_3}{k_1+k_2+k_3}}=9{,}76$ m/s;

c) $v_{12}=\frac{v_1v_2\sqrt{2}}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}=5{,}06$ m/s; $v_{23}\approx 5{,}47$ m/s; $v_{31}\approx 10{,}05$ m/s.

$$v_{123}=\frac{v_1v_2v_3\sqrt{3}}{\sqrt{v_1^2v_2^2+v_1^2v_3^2v_2^2v_3^2}}=6{,}06 \text{ m/s}.$$

IV. 239. Mișcarea fiind uniformă rezultă că:

$$G-F_a-R=0$$

$$\frac{4\pi}{3}r^3\rho g-\frac{4\pi}{3}r^3\rho_0 g-\frac{C}{2}\rho_0 Sv^2=0$$

$$v=\sqrt{\frac{8rg(\rho-\rho_0)}{3C\rho_0}}=2{,}8 \text{ m/s}.$$

IV. 240. $v^2=v_0^2-2gh$; $v_0=\sqrt{2gh+\left(\frac{mg}{6\pi\eta R}\right)^2}$.

Capitolul V

V.1. După îndepărtarea bastonului de ebonită distribuția electronilor revine la cea inițială.

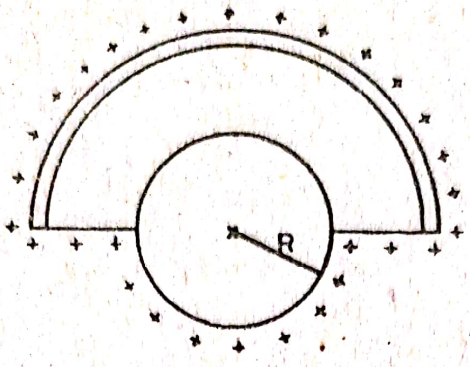
V.2. Sticla se încarcă, prin frecare, pozitiv (cedează electroni). Putem încărca pendulul cu sarcină electrică de același semn cu sticla. Dacă pendulul este atras de corpul electrizat, corpul este încărcat negativ și pendulul va fi respins dacă corpul este încărcat pozitiv,

V.3. $N=625\cdot 10^{16}$ electroni; $m=0{,}562\cdot 10^{-10}$ kg.

V.4. Învelișul avionului fiind conductor, sarcina electrică se distribuie rapid. În acest fel puterea descărcării nu este suportată de o zonă mică, care ar ceda. Pasagerii sînt în afara pericolului, interiorul avionului fiind ecranat datorită învelișului metalic.

Scanned with OKEN Scanner

V.5. Se introduce partea superioară a sferei R într-o calotă conductoare, se pun în contact în zona ecuatorială și întreg ansamblul se leagă la un generator electrostatic (fig. R.V.5.).



V.6. Sînt egale conform legii acțiunii și reacțiunii.

V.7. $x=\dfrac{d}{1\pm\sqrt{n}}$

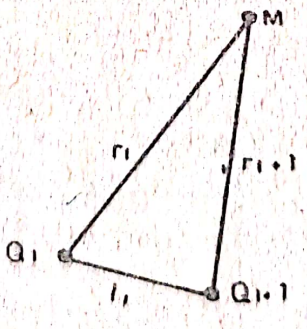
V.8. Suprafața unei sfere cu raza de 1 m și cu centrul în punctul în care se află sarcina Q.

V.9. $E_1=\dfrac{-Q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\cdot 13{,}5;\quad E_2=\dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\cdot 0{,}5;\quad V=-\dfrac{Q_2(3-\sqrt{2})}{4\pi\varepsilon_0 d}$

V.10. $V_{M)}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{MA}+\dfrac{1}{MB}+\dfrac{1}{MC}\right)\geq\dfrac{9Q}{4\pi\varepsilon_0(MA+MB+MC)}>\dfrac{9Q}{4\pi\varepsilon_0 p}$

V.11. $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=0$, rezultă $\cos\alpha_1=\dfrac{-F_1^2+F_2^2+F_3^2}{2F_2F_3}$;

$\cos\alpha_2=\dfrac{+F_1^2-F_2^2+F_3^2}{2F_1F_3}$; $\cos\alpha_3=\dfrac{F_1^2+F_2^2-F_3^2}{2F_1F_2}$.

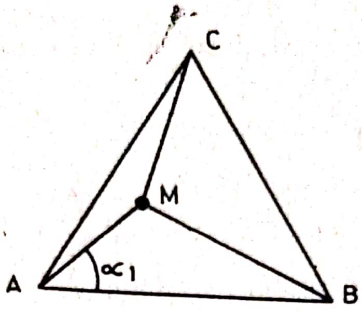


Inegalitatea cerută se transformă în inegalitatea $2\Sigma r_i>P$; dar din triunghiul format de r_i, r_{i+1} și l_i (fig. R.V.11) rezultă $r_i+r_{i+1}>l_i$. Sumînd obținem $2\Sigma r_i=\Sigma(r_i+r_{i+1})>\Sigma l_i=P$.

V.12. $E=0$; 2) La jumătatea laturii opuse vîrfului în care se găsește q_3.

V.13. Fie α unghiul dintre MA și AB (fig. R.V.13)

$$V_{(M)}=\frac{q}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{MA}+\frac{1}{\sqrt{MA^2+l^2-2l\cdot MA\cdot\sin\alpha_1}}+\frac{1}{\sqrt{MA^2+l^2-2l\cdot MA\cdot\sin(60^\circ-\alpha_1)}}\right]$$



V.14 $\dfrac{F_1}{F_2}=\dfrac{8\,b^2c^2}{\sqrt{(b^2+c^2)\,(b^4+c^4)}}$

V.15. 1) $F_{12}=\dfrac{27}{8}\cdot10^{-3}\text{N}$; $F_{13}=\dfrac{81}{16}\cdot10^{-3}\text{N}$; $F_{23}=\dfrac{81}{8}\cdot10^{-3}\text{N}$;

$F_1=\dfrac{27}{16}\sqrt{19}\cdot10^{-3}\text{N}$; $F_2=\dfrac{27\sqrt{13}}{8}\cdot10^{-3}\text{N}$

2) $V_1=\dfrac{27}{4}\cdot10^3\text{V}$; $V_2=\dfrac{27}{2}\cdot10^3\text{V}$; $V_3=\dfrac{81}{4}\cdot10^5\text{V}$; $V=40{,}5\text{ kV}$.

V.16. $V=54\cdot10^4\text{V}$; $E_{AD}=121{,}5\cdot10^5\text{V/m}$; $E_1=7{,}8\cdot10^5\text{V/m}$;
$E=121{,}75\cdot10^5\text{V/m}$

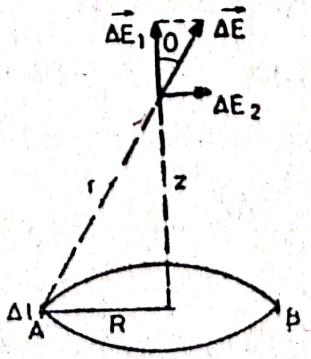
V.17. $V=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\dfrac{q}{r}$; $V_1=\left[\dfrac{n}{1+\sqrt{a^3}}\right]^{\frac{2}{3}}$;

$V_2=V\left[\dfrac{n}{1+a^{-3/2}}\right]^{\frac{2}{3}}$ $F=\dfrac{n^2q^2}{4\pi\varepsilon R^2(2+a^{3/2}+a^{-3/2})}$

V.18. $A=99°20'$.

V.20. Fie un element de lungime Δl centrat în punctul A de pe spiră (Fig. R.V.20). Acest element poartă sarcina $q=\lambda\Delta l$ și generează în M cîmpul

$$\Delta E=\frac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\lambda\Delta l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



Cîmpul ΔE poate fi descompus în două componente ΔE_1, normală pe planul spirei şi ΔE_2 paralelă cu planul spirei. Un element de lungime Δl centrat în B va da în M un cîmp a cărui componentă ΔE_2 o va anula pe cea dată de A astfel încît în M se adună numai componentele ΔE_1.

$$\Delta E_1 = \Delta E \cos\theta = \frac{\lambda \Delta l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta.$$

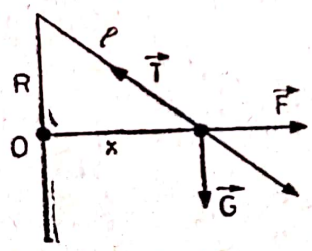
Cîmpul rezultant în M va fi: $E_1 = \Sigma\Delta E_1 = \frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\Sigma\Delta l$; dar $\Sigma\Delta l = 2\pi R$ şi $\cos\theta = \frac{z}{r}$.

Rezultă $E_1(z) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}$; $E(R) \simeq 44$ V/m.

Pentru a afla maximul lui $E_1(z)$ înlocuim $\frac{z}{R} = \operatorname{tg}\theta$ şi obţinem maxim pentru $\sin\theta = 1/\sqrt{3}$ şi deci $Z = R/\sqrt{2}$.

$$E_{max} = E_1(R/\sqrt{2}) = \frac{\lambda}{3\sqrt{3}\varepsilon_0 R}$$

V.21. (Fig. V.R.21) Asupra sferei acţionează forţele G, $F = qE$ şi tensiunea din fir. Din asemănarea triunghiurilor putem scrie $\frac{x}{R} = \frac{qE}{mg}$.



Împărţim inelul în n părţi egale, pentru a putea considera sarcina ca punctiformă, cu valoarea $\frac{Q}{n}$ ce creează cîmpul: $\Delta E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l^2 n}$.

$\Delta E_x = \Delta E\cos\alpha = \Delta E \cdot \frac{x}{l}$ (proiecţia lui ΔE pe axa inelului).

Cum componentele ΔE_R sînt egale şi uniform distribuite, cîmpul rezultant va fi îndreptat pe axă şi va avea valoarea $E = E_x = n\Delta E_x = \frac{Qx}{4\pi\varepsilon_0 l^3}$.

De unde $l = \left(\frac{QqR}{4\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}} = 7{,}2\cdot 10^{-2}$ m.

V.22. $\alpha_1 = \operatorname{aresin}\frac{m_2}{l_1}\sqrt{\frac{l_1^2-l_2^2}{m_2^2-m_1^2}}$; $\alpha_2 = \operatorname{arcsin}\frac{m_1}{l_2}\sqrt{\frac{l_1^2-l_2^2}{m_2^2-m_1^2}}$;

Scanned with OKEN Scanner

$$T_1=\frac{m_1gl_1\sqrt{m_2^2-m_1^2}}{\sqrt{l_2^2m_2^2-l_1^2m_1^2}};\quad T_2=\frac{m_2gl_2\sqrt{m_2^2-m_1^2}}{\sqrt{l_2^2m_2^2-l_1^2m_1^2}};$$

$$r=\sqrt{(l_1^2-l_2^2)\,\frac{m_1+m_2}{m_2-m_1}}$$

V.23. Cele trei bile avînd aceeaşi sarcină, fiind identice şi fiind suspendate cu fire identice din acelaşi punct, modul în care una din bile interacţionează cu celelalte va fi identic pentru cele trei bile, deci bilele se aşează în vîrfurile unui triunghi echilateral (dacă ar fi fost n bile s-ar fi aşezat în vîrfurile unui poligon regulat cu n laturi).

$$A_t=175{,}6\ \text{cm}^2\ ;\quad \alpha\approx 53°.$$

V.24. $m=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon d^2g}\sqrt{\left(\frac{2l}{d-a}\right)^2-3}\approx 0{,}61$ g.

V.25. $q=l\sqrt{\frac{8\varepsilon_0 mg\,\text{tg}\,\alpha}{1+2\sqrt{2}}}=1{,}44\cdot 10^{-7}$C.

V.26. $Q=\frac{5}{3}\cdot 10^{-8}$ C.

V.27. a) $r=1{,}8$ m ; b) $F=F_1\sqrt{2}=0{,}14$ N.

V.28. $F=23\cdot 10^{-9}$ N.

V.29. $Q=-\frac{mq}{E}=-0{,}75\cdot 10^{-14}$ C.

V.30. $v=\sqrt{\frac{-qV}{m}}=0{,}5\cdot 10^{-3}$ m/s.

V.31. $m=\frac{2qE_1\cos\alpha-F_A}{g}$, unde $F_A=mg\,\frac{\rho_0}{\rho_{Al}}$

$$L=mg\,\frac{\rho_r}{\rho_{Al}}\cdot\Delta h+q\Delta U.$$

V.32. $G=0$.

V.33. $L=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{l_1}-\frac{1}{l_2}\right)$ şi $L=qU$.

Din această relaţie rezultă că la deplasarea unei sarcini electrice, într-un cîmp electric, lucrul mecanic depinde numai de poziţia punctelor între care se deplasează sarcina, sau de diferenţa de potenţial dintre puncte, indiferent de traiectorie. Deci în ambele cazuri lucrul mecanic este acelaşi.

V.34. a) $V_A=17{,}64\cdot 10^5$V; $V_B=12{,}6\cdot 10^5$V;

b) $L=0{,}5$J; c) $F_m=\frac{L}{d}=1{,}25$ N.

V.35. $L=q\cdot\frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)=4{,}1\cdot10^{-6}\text{J}$; energie potențială; neglijăm lucrul efectuat la redistribuirea sarcinilor.

V.36. $F\approx16{,}4\text{ N}$; $L=2{,}25\text{ J}$.

V.37. a) $V_D=450\text{ V}$; b) $E_D=3{,}74\cdot10^3\text{ V/m}$;
c) $L=q\Delta U\approx9{,}3\cdot10^{-6}\text{J}$; d) $q\approx-43\text{ nC}$.

V.38. Pe latura q_1q_2 se duce singură. $L_{23\to14}=0$ deoarece $V_{23}=V_{14}$.

V.39. $\Delta E=\frac{Q^2}{4\pi z_0 l}(2-\sqrt{2})(\text{J})$.

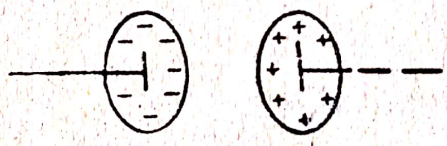
V.40. $q_2\Delta V=\frac{mv^2}{2}$; $m=129{,}6\cdot10^{-3}\text{ kg}$.

V.42. $X=A$ (Ampère).

V.43. $R=9\cdot10^4\text{ m}$.

V.44. $Q=\frac{4\pi}{3}\frac{\rho g r^3}{E}$

V.45. Introducem fiecare armătură a conductorului într-o cușcă Faraday (fig. R.V.45).



V.46. $h=\frac{zSU^2}{2W}=1{,}31\cdot10^5\text{ m}$.

V.47. $n=\frac{CIR}{e}=5{,}12\cdot10^6$.

V.48. Șinele sînt în contact cu pămîntul și au potențial nul.

V.49. $V=30\text{ kV}$.

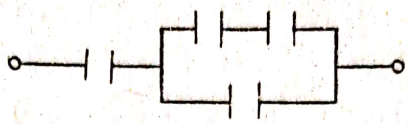
V.50. $q/q^1=2$.

V.51. Notăm $\frac{q_1+q_2}{2}=q_0$; $q_1^{\text{IV}}=q_2^{\text{IV}}=\frac{1365\,q_0+683\,q_3}{2048}$; $q_2^{\text{IV}}=\frac{683\,q_0+341\,q_3}{1024}$

V.52. $\frac{n_1}{1+n_1\cdot n_2}=\frac{3}{7}$; $n_1+n_2=5$; $n_1=3$ condensatoare în paralel.
$n_2=2$ condensatoare în serie.

Scanned with OKEN Scanner

V.53. Fig. R.V.53.



V.54. a) $C=2{,}5\ \mu F$; b) $Q_1=Q_2=Q_{345}=0{,}01\ C$;
$U_1=\frac{1}{3}\cdot 10^3 V$; $U_2=\frac{5}{3}\cdot 10^3\ V$; $U_{345}=2\cdot 10^3\ V$.

V.55. $C_1=48\ \mu F$; $C_2=72\ \mu F$; $C_3=120\ \mu F$; $Q_1=384\ \mu C$; $Q_2=144\ \mu C$; $Q_3=240\ \mu C$.

V.56. $C^1=C\frac{d}{d-2h}$.

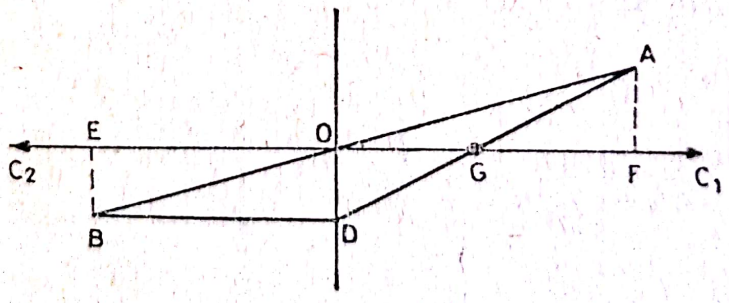
V.57. Bateria de condensatoare este formată din n grupări în serie de cîte m condensatoare puse în paralel.

$$n>\frac{U}{U'};\quad m=\frac{C_n}{C'}$$

V.58. $C_{max}=2\cdot 9\frac{\varepsilon S}{d}$; $S=\frac{\pi(R^2-r^2)}{2}$.

V.59. $-\frac{CU^2}{2}+\frac{C_1U^2}{2}=W_1$; $C_1=10\ \mu F$.
$-\frac{CU^2}{2}+C_2\frac{U^2}{2}=W_2$; $C_2=4\ \mu F$.

V.60. $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$; Se folosește analogia cu formula lentilelor $\frac{1}{f}=\frac{1}{P_1}+\frac{1}{P_2}$, unde se cere f, fiind date P_1 și P_2. (Fig. R.V.60).
$OE=C_1$; $OF=C_2$; $OG=C$.



AF are o lungime arbitrară și este perpendiculară pe EOF.
OA intersectează perpendiculara în E pe EOF în punctul B.
D este intersecția paralelei la EOF prin B cu perpendiculara în O pe EOF.
$G=DA\cap OF$

Scanned with OKEN Scanner

Din construcție rezultă: $OG=\frac{OE\cdot OF}{OE+OF}$ sau $C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$

V.61. Tensiunea finală este $\frac{U}{2}$ pe ambele condensatoare. Jumătate din energia inițială s-a transformat prin efect Joule în energie internă a conductoarelor de legătură.

V.62. $U'=\frac{Q'_1}{C_1}=\frac{Q'_2}{C_2}$ și $Q'_1+Q'_2=Q_1\pm Q_2$, unde $Q_1=Q_2$, sînt sarcinile de pe C_1 și C_2 legate în serie.

$$U'=\frac{2\,C_1C_2}{(C_1+C_2)^2}\,U \text{ sau } U'=0.$$

V.63. $Q_1=0{,}1$ C; $Q_2=0{,}2$ C.

V.64. În A se depune $m=K\cdot\frac{C_AC_B}{C_A+C_B}(V_B-V_A)=0{,}66\cdot10^{-10}$ kg.

V.65. a) $F=-7\cdot10^{-7}$ N de atracție; b) $E=110$ V/m spre sarcina negativă de partea sarcinii pozitive; c) $X=4{,}5$ m; d) $U=1{,}62$ V; e) $\Delta Q=0{,}6\cdot10^{-7}$ C.

V.66. a) $C=4\mu$F; b) $Q=2$ mC; c) $C^1=C$.
d) $U_1=250$ V$=U_2=U_3=U_4$.

V.67. a) $U_1=U_3=3$ V; $U_2=U_4=1{,}5$ V; b) $U_1=U_3=3{,}6$ V; $U_2=U_4=1{,}8$ V.

V.68. $Q=1{,}07$ mC.

V.69. $Q'_1=\frac{C_1}{C_1+C_2+C_3}(Q_1+Q_2+Q_3)$; $Q'_2=\frac{C_2(Q_1+Q_2+Q_3)}{C_1+C_2+C_3}$; $Q'_3=\frac{C_3(Q_1+Q_2+Q_3)}{C_1+C_2+C_3}$

V.70 1) $Q'_i=R_i\frac{\sum_{j=1}^{n}R_jV_j}{\sum_{k=1}^{n}R_k}$

2) $$\Delta W=2\pi\varepsilon\left[\sum_{j=1}^{n}R_jV_j^2-\frac{\left(\sum_{k=1}^{n}R_kV_k\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}R_i}\right]$$

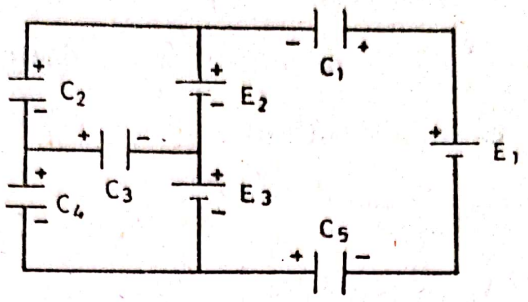
V.71. $r_i=r_0a^{i-1}$; $q_i=Q+(i-1)q$

$$q'_i=r_0a^{i-1}\frac{\sum_{k=1}^{n}[Q+(K-1)q]}{\sum_{i=1}^{n}r_0a^{i-1}}=a^{i-1}\cdot\frac{nQ+\frac{n(n+1)}{2}q}{\frac{a^n-1}{a-1}}$$

V.72. Scriem teoremele lui Kirchhoff pentru circuitul din fig. R.V.72.

$E_2=U_2+U_3$; $E_3=U_4-U_3$; $E_1-E_2-E_3=U_1+U_5$;

$Q_2=Q_3+Q_4$; $Q_1=Q_5$.



rezultă: $U_1=\frac{(E_1-E_2-E_3)C_5}{C_1+C_5}$; $U_5=\frac{(E_1-E_2-E_3)C_1}{C_1+C_5}$;

$U_4=\frac{C_2E_2+(C_2+C_3)E_3}{C_2+C_3+C_4}$; $U_3=\frac{C_2E_2-C_4E_3}{C_2+C_3+C_4}$;

$U_2=\frac{(C_2+C_4)E_2+C_4E_3}{C_2+C_3+C_4}$; $U_1>0$; $U_5>0$ dacă $E_1>E_2+E_3$ și $U_1<0$, $U_5<0$ dacă $E_1<E_2+E_3$; $U_3>0$ dacă $C_2E_2>C_4E_3$ și $U_3<0$ dacă $C_2E_2<C_4E_3$.

V.74. Manevra 1: a) $Q_1=C_1U$; b) $Q_1=C_1U_1+C_2U_2$; $U_1=\frac{C_1U}{C_1+C_2}$

Manevra 2: a) $Q_1=C_1U$; b) $Q_1+Q'_2=(C_1+C_2)U_2$

$U_2=\frac{C_1U}{C_1+C_2}\left(1+\frac{C_2}{C_1+C_2}\right)$; $U_n=U\left[1-\left(\frac{C_2}{C_1+C_2}\right)^n\right]$

$Q_1^n=C_1U_n$; $Q_2^n=U_n\cdot C_2$.

V.75. $W=2q\frac{l}{d}U=\frac{2qlQ}{\varepsilon_0 S}\approx 0{,}424\cdot 10^{-10}$J.

V.76. a) Între cele două sfere $d=0{,}944$ de sfera 2;

b) $V\approx 0{,}99\cdot 10^4$V; c) $W\approx 2{,}05\cdot 10^{-5}$J.

V.77. $d=\frac{\varepsilon SU^2}{2W}=3{,}3\cdot 10^{-6}$ m.

V.78. 1) $U/q=$constant; Elementul este deci un condensator.

2) încărcarea condensatorului.

4) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{C}$; Aria OU_0Bq_0 reprezintă energia consumată de sursă.

5) Aria de sub grafic;

6) $\eta=0{,}5$.

Scanned with OKEN Scanner

7) $W=\frac{q_0U_0}{2}+\frac{q_0U_0}{2n}$;

8) $\eta=\frac{n}{n+1}$.

V.79. Se pornește de la inegalitatea algebrică:

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geq\frac{9}{x+y+z}$, pentru x, y și z numere pozitive.

V.80. Se pornește de la inegalitatea:

$\frac{1}{\varepsilon_{r1}}+\frac{1}{\varepsilon_{r2}}+\frac{1}{\varepsilon_{r3}}\geq\frac{9}{\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2}+\varepsilon_{r3}}$.

V.81. $V=V_1-(V_1-V_2)\frac{D_1}{D-d}=4$ V.

V.82. a) $C=88{,}56$ pF; b) $d=0{,}032$ m; c) 75%.

V.83. $d_2=3{,}75$ mm.

V.84. 1) $\varepsilon_r=6{,}6$; 2) $X=0{,}7$ mm.

V.85. a) $C=\frac{\varepsilon_0 S\varepsilon_{r1}\cdot\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}d_2+\varepsilon_{r2}d_1}=11{,}1$ pF;

b) $U\leq 7500$ V, altfel se străpunge condensatorul cu aer.

c) Energia înmagazinată la tensiunea limită este:

$W=0{,}3125\cdot10^{-3}$ J; $w=\frac{W}{Sd}$; $w_1=6{,}6$ J/m^3; $w_2\approx40$ J/m^3.

V.86. $C\in\left[\frac{\varepsilon_0 S}{d},\ \frac{81\ \varepsilon_0 S}{d}\right]$; $\frac{S_1}{S_2}=\frac{81}{79}$.

V.87. a) $mg=eE$, $E=55{,}1\cdot10^{-12}$ V/m;

b) $U\approx1{,}1\cdot10^{-13}$ V. c) $n=\varepsilon_0\frac{mg}{e^2}=3\cdot10^{-2}\frac{\text{electroni}}{\text{m}^2}$.

(mai ales ultimul rezultat arată cît de greu ar fi de construit un astfel de condensator).

V.88. $v=\sqrt{2q\frac{Ed}{m}}=11{,}9\cdot10^6$ m/s; $t=6{,}7\cdot10^{-9}$ s.

V.89. $1\text{eV}=1{,}6\cdot10^{-19}$ J; $t=l\sqrt{\frac{m}{2W}}=0{,}1\cdot10^{-6}$ s.

V.90. $qU\leq\frac{mv^2}{2}$, $v\geq200$ m/s dacă U este negativ și pentru orice viteză dacă U este pozitiv.

V.91. $g=q\frac{(U_2-U_1)}{2md}=9{,}8$ m/s^2.

Scanned with OKEN Scanner

V.92. a) $Q=(V_A-V_B)\frac{\varepsilon_0 S}{d}=3{,}54\cdot 10^{-8}$ C;

b) $F=q\frac{(V_A-V_B)}{d}=3{,}2\cdot 10^{-14}$ N;

c) $W=qU=1{,}6\cdot 10^{-16}$ j$=1$eV;

d) $v=\sqrt{2\frac{F}{m}}d=1{,}87\cdot 10^{7}$ m/s.

V.93. $\frac{q_i}{m_i}=\frac{gd^2}{2Ue}$.

V.94. 1) $U=\frac{W_0 d^2}{4\pi^2 e}$; 2) $N=\frac{\pi\varepsilon_0 d W_0}{4e^2}$.

V.95. $d=0{,}204$ m.

V.96. $d\geq\frac{1}{v_0}\sqrt{\frac{e}{m}U}$, rezultă $d\,\min=\frac{l}{v_0}\sqrt{\frac{eU}{m}}=1{,}2$ cm.

V.97. Relaţia cerută rezultă din condiţia ca electronul să iasă din condensator (să nu cadă pe placa pozitivă a acestuia).

V.98. Liniile de cîmp în imediata apropiere a catodului sînt perpendiculare pe suprafaţa acestuia. Orientarea iniţială a electronilor este dată în direcţia liniilor de cîmp în vecinătatea catodului şi deci se vor deplasa perpendicular pe suprafaţa acestuia. Viteza electronilor e foarte mare şi oricît de neuniform este cîmpul electric dintre anod şi catod electronii îşi păstrează practic direcţia iniţială.

V.99. $r=\frac{1}{\frac{1}{d}+4\pi\varepsilon_0\frac{mv_0^2}{q^2}}\approx 0{,}125$ m.

V.100. Din legea conservării energiei rezultă

$\frac{3mv^2}{2}=3\frac{q^2}{4\pi\varepsilon a}$ şi deci $v=\frac{6\sqrt{5}\cdot 10^{-5}}{\sqrt{ma}}$.

V.101. a) $q\Delta V=\mu mg\Delta l$; $l+\Delta l=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\mu mgl}=0{,}3$ m;

b) $\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 d^2}=\mu mg$; $d=\sqrt{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\mu mg}}=0{,}17$ m.

V.102. 1) $\Delta E_p=q\Delta U+\mu mgl\cos\alpha$;

$d=\frac{9\cdot 10^9 qQ}{mgl(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}=1$ m;

2) $d\in\left[\sqrt{\frac{9\cdot 10^9\ qQ}{mg(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}},\ \sqrt{\frac{9\cdot 10^9\ qQ}{mg(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}\right]$.

$\mu=0$, $d=2{,}08$ m.

V.103. $a=-\frac{qq_0}{\pi\varepsilon md^2}x=-kx$; $T=2\pi d\sqrt{\frac{\pi md}{qq_0}}$.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul VI

VI.1. Dacă apropiem un capăt al barei nemagnetizate de mijlocul barei magnetizate, barele nu interacţionează (în alte poziţii se atrag).

VI.2. Carcasa de oţel concentrează liniile de cîmp prin ea şi devine un ecran antimagnetic.

VI.3. Electromagnetul în formă de potcoavă atrage corpul din material feromagnetic, unul fiind pol Sud şi celălalt Nord (corpul se magnetizează invers).

VI.4. Nu. Datorită inerţiei acul nu poate oscila cu frecvenţa curentului alternativ şi se va orienta după o poziţie medie, poziţie pe care ar fi avut-o şi dacă acul nu s-ar apropia de conductor (deci orientat pe direcţia cîmpului magnetic terestru).

VI.5. a) La apropierea magnetului firul va oscila de o parte şi de alta a poziţiei de echilibru, dacă este curent alternativ şi va fi atras sau respins, dacă este curent continuu.

b) Acul magnetic va devia dacă este curent continuu şi va rămîne în repaus dacă este curent alternativ.

c) Becul luminează dacă este curent alternativ şi nu lu..ează dacă este curent continuu.

VI.6. $H=10$ A/m.

VI.7. a) $B_1 \approx 2{,}51 \cdot 10^{-3}$ T; $\alpha=80°$ faţă de planul bobinei 1; b) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{B_1}{B_2}$, $\alpha=45°$.

VI.8. $I=1$ A.

VI.9. $I_2 \approx 0{,}08$ A.

VI.10. a) $H=800$ A/m; b) $\alpha=45°$; c) $\frac{F}{l}=0{,}201$ N/m; d) $H=0$; $F=0$.

VI.11. a) $H=200$ A/m; $B=25{,}1 \cdot 10^{-5}$ T; b) $\frac{F}{l}=0{,}54 \cdot 10^{-3}$ N/m; c) $H \approx$ $\approx 13{,}8$ A/m; $B \approx 1{,}73 \cdot 10^{-5}$ T.

VI.12. a) $B=\sqrt{B_1^2+B_2^2-2B_1B_2\cos 60°}=2 \cdot 10^{-3}$ T $=B_1=B_2$; b) $\frac{F}{l}=BI_1 \cdot$ $\cdot \sin 90°=0{,}8$ N/m; c) $\frac{m}{l}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\,\frac{\mu II_1}{ga} \approx 1{,}38$ kg/m; d) Există două posibilităţi de orientare a vectorului $\vec{B}_R$ dar în toate cazurile $B_R=\sqrt{B^2+B_0^2}$ şi $\frac{F}{l}=\sqrt{B^2+B_0^2} \cdot I_1 \cdot \sin 90°=\frac{1\text{N}}{\text{m}}$.

VI.13. Dreapta este paralelă şi în acelaşi plan, cu cele trei conductoare, între I_1 şi I_2 la distanţa de $d/3$ de I_2.

Scanned with OKEN Scanner

VI.14. B este paralel cu latura $(I_0, 2I_0)$ și $B=2\cdot10^{-6}$T.

VI.15. Considerăm v_1 și v_2 viteze relativiste, deci mici. Cazurile a) și c) nu sînt posibile.

VI.16. Cînd se aplică între electrozi o tensiune electrică continuă apare un cîmp electric care orientează ionii din electrolit spre electrozi, în direcție perpendiculară pe cîmpul magnetic, cei pozitivi spre catod, cei negativi spre anod. Se realizează o mișcare dirijată de microparticule purtătoare de sarcină electrică, într-un cîmp magnetic. Asupra acestor particule va acționa o forță Lorentz:

$$\vec{F}=q(\vec{v}\times\vec{B})$$

Forța Lorentz, are aceeași direcție (perpendiculară pe planul determinat de $\vec{v}$ și $\vec{B}$) și același sens atît pentru microparticule pozitive cît și negative. Rezultatul acțiunii forței Lorentz asupra acestora este curgerea circulară din interiorul electrolitului.

VI.17. a) $r=\frac{mv}{eB}=1$ m; b) $\omega=\frac{v}{r}=1{,}6\,\pi\cdot10^7$ rad/s $T=1{,}25.10^{-7}$ s. c) $H=\frac{1}{2rT}=0{,}64\cdot10^{-12}$ A/m.

VI.18. a) $U=\frac{mgd}{2}=1000$ V; b) $B=\frac{2mv}{g\delta}=4\cdot10^6$ T, (Nu s-au obținut cîmpuri atît de mari pe o zonă cu diametrul de 0,1 m).

VI.19. A) Ionii pozitivi vor fi deviați spre dreapta și în sus. Ionii avînd aceeași masă, locul în care ajung pe placa P va fi univoc determinat de viteză. Placa P, după developare ne va arăta distribuția vitezelor ionilor și în special cît de monocinetic este fasciculul.

B) Dacă $\vec{E}$ este lăsat ca în figură, $\vec{B}$ trebuie orientat vertical în jos (planul figurii presupus orizontal) $\frac{E}{B}=v$; c) $d=2R=\frac{2\,mE}{qBB'}$. Putem determina sarcina specifică a ionilor $\frac{q}{m}=\frac{2\,E}{dBB'}$.

VI.20. $\Delta\nu=2{,}8\cdot10^7$ Hz.

VI.21. $d=v(\cos 89°)\cdot\frac{2\pi m}{qB}\approx1{,}08\cdot10^{-2}$ m.

VI.22. Dacă $l\leq\frac{mv}{qB}$:

$$\begin{cases} \text{a) } M'N=R(1-\cos\alpha)=\dfrac{mv-\sqrt{m^2v^2-q^2l^2B^2}}{qB} \\ \text{b) } \alpha=\arcsin q\dfrac{lB}{mv} \end{cases}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă $l > \frac{mv}{qB}$.

$\left\{\begin{array}{l} \text{a) iese pe partea pe care a intrat.} \\ \text{b) } \alpha = \pi. \end{array}\right.$

VI.23. $X = \frac{delB}{\sqrt{(mv)^2 - (elB)^2}} = 0{,}24$ m.

VI.24. NU. Ne situăm într-un sistem de referință care se deplasează cu viteza $\vec{v}$ a electronilor. În sistemul de referință inițial apar efecte relativiste.

VI.25. $I = \frac{\alpha \rho \pi d^2 g}{4\mu_0 H}$.

VI.26. $\Phi = 0{,}1$ Wb.

VI.27. $R_m = \frac{NI}{2\pi H} = 0{,}1$ m.

VI.28. $\Delta H = \frac{4e\Delta l}{N\pi D^2 \mu_0 \mu_r} \approx 10^3$ A/m.

VI.29. a) $\Phi_1 = 7{,}23 \cdot 10^{-3}$ Wb, $\Phi_2 = 14{,}46 \cdot 10^{-3}$ Wb; b) $L_1 = 0{,}4$ mH; $L_2 = 3{,}61$ mH.

VI.30. $\Delta Q = \frac{\Delta \Phi}{R} = \frac{\mu_0 H \Delta S}{R}$

VI.31. Notăm cu α unghiul dintre direcția lui $\vec{B}$ și direcția conductorului.

$$E = \frac{e}{l} = Bv \sin \alpha = 20 \frac{V}{m} \quad (\text{dacă } \alpha = 90°).$$

VI.32. a) $AM = vt$; $I(t) = \frac{Bav}{r_0\left[a + \frac{(2a+2b-a-2vt)(a+2vt)}{2a+2b}\right]}$ $\qquad I_{min} = I\left(\frac{b}{2v}\right)$

b) $P_{(t)} = \frac{(Bav)^2}{r_0\left[a + \frac{2a+2b-a-2vt)(a+2vt)}{2a+2b}\right]}$

VI.33. $L = \frac{\mu N^2 S}{\pi D}$; $e = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$

VI.34. $v = \frac{4eL}{\pi d^2 N \mu_0 H}$

VI.35. $e = B_0 l^2 \omega \cos \alpha \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

VI.36. $e = Ir = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -S\frac{\Delta B}{\Delta t} = -S\frac{B(t) - B_0}{t}$

$B_{(t)} = B_0 \pm \frac{I \cdot r}{\pi R^2} t$; $B_{(t)} = (0{,}4 \pm 1{,}2\, t)\, T$.

Scanned with OKEN Scanner

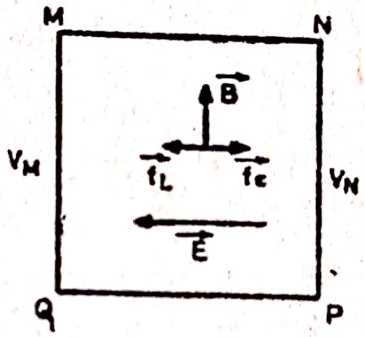
VI.37. a) $e=2Bv^2t\cdot\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=43{,}35t$; b) $i=25$ A; c) $F=Bil=2B^2v^2\cdot\frac{t}{r}\cdot\frac{\sin^2\alpha/2}{(1+\sin\alpha/2)\cos\alpha/2}=108{,}25$ N.

VI.38. $I=\frac{dvB}{R}$.

VI.39. La trecerea curentului prin conductor, electronii se deplasează cu viteza $\vec{v}_e$ dată de relaţia $v_e=\frac{I}{n_0ea^2}$. Asupra electronilor acţionează forţa $\vec{f}_L$ normală pe planul format de $\vec{v}$ şi $\vec{B}$; $f_L=ev_eB=\frac{IB}{n_0a^2}$.

Această forţă determină o acumulare de sarcini pe faţa NP şi deci a unui cîmp electric $\vec{E}$. Între MQ şi NP se stabileşte o diferenţă de potenţial U. (fig. R.VI.39).

Acumularea de sarcină va înceta cînd forţa Lorentz va fi echilibrată de forţa electrică $\vec{f}_e$.



$$f_e=eE=e\frac{U}{a}.$$

Egalînd forţele se obţine $U=\frac{IB}{en_0a}$, unde $n_0=\frac{\rho N_A}{A}$ (N_A=numărul lui Avogardo).

$$U=\frac{IBA}{eaN_A\rho}=6\cdot10^{-8}\text{ V}.$$

VI.40. A) Asupra barei mobile acţionează simultan forţa electromagnetică şi greutatea G. Dacă în prima clipă $F=G$ bara rămîne în echilibru, deci $v=0$.

1°. Orientarea cîmpului este contrară lui $\vec{g}$.

a) dacă $F>G$ bara se mişcă spre stînga, fiind parcursă de curentul $i=\frac{E-e}{R}$, unde e reprezintă valoarea t.e.m. induse. Atingînd o anumită viteză forţele ce acţionează asupra barei satisfac relaţia $F=G$ unde $F=Bil$ şi $e=Blv$.

$$v=\frac{RG+BlE}{B^2l^2}$$

b) $F<G$, bara se mişcă spre dreapta, accelerînd pînă cînd atinge viteza $v=\frac{RG-BlE}{B^2l^2}$.

2°. Orientarea cîmpului este inversă. Se rezolvă analog cu 1°

B) $P_{el}=E\cdot i$, $P_m=Gv$; $P_J=Ri^2$

a) Sistemul funcţionează ca motor (se ridică greutatea)

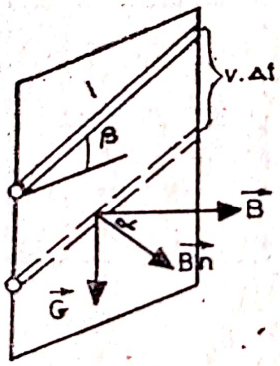
$$P_{el}=P_m+P_J$$

b) Generator: $P_J=P_{el}+P_m$.

VI.41. $e=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$; $e=\frac{B\cdot\Delta S\cdot\cos\alpha}{t}$; S este aria paralelogramului (fig. R.VI.41)

$$S=v\cdot\Delta t\cdot l\cos\beta \text{ şi } v=gt;\ e=B\cdot l\cdot g\cdot t\cdot\cos\alpha\cos\beta$$

(se consideră acceleraţia de cădere chiar $\vec{g}$, deoarece forţa electromagnetică, ce apare datorită curentului indus, este mult mai mică decît greutatea barei).



VI.42. $v=\frac{Rmg}{B^2l^2}\cdot\frac{\operatorname{tg}\alpha-\mu}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$

$I=\frac{mg}{Bl}\cdot\frac{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$.

Capitolul VII

VII.1. $v_{max}=0{,}628$ m/s; $a_{max}=19{,}7$ m/s^2; $Ec=0{,}197$ J.

VII.2. $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{3}$; $\Delta t=\frac{T}{3}=1$ s.

VII.3. $y=\left[8\sin\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)\right]$ cm.

VII.4. a) $A=2$ cm; $\varphi=\frac{\pi}{6}$; $\omega=10$ m/s; b) $H=0{,}2$ kg m/s; $t=\frac{12k-1}{60}\pi$;

e) $E_c=0{,}015$ J; $E_p=0{,}005$ J.

Scanned with OKEN Scanner

VII.5. 1) $T=0{,}1047$ s; 2) $y=[0{,}05 \sin 60\ t]\,m$; $v=[3\cos 60\ t]$ m/s; $a=$ $=-180 \sin 60\ t]$m/s^2; 3) $t_1=\frac{T}{8}=0{,}013$ s; 4) $t=0{,}094$ s; 5) $A=$ $=\sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2+\frac{2mgh}{k}}=0{,}1414$ m.

VII.6. 1) $\nu=0{,}17\ s^{-1}$; $A=4{,}3$ cm; 2) $\varphi_0=-\frac{\pi}{6}$; $Ec=1{,}13\cdot 10^{-5}$ J; 3) $k=1{,}23\cdot 10^{-2}$ N/m; 4) $t=1{,}2$ s; 5) $l=2$ m.

VII.7. a) $T=0{,}18$ s; b) $\nu=5{,}55$ Hz; c) $v=0{,}209\cos\frac{100\pi}{9}t$; d) $y=0$.

VII.8. 1) $v=0{,}2598$ m/s; 2) $\frac{E_c}{E_p}=\frac{1}{3}$; 3) $y=4{,}24$ mm.

VII.9. a) $\omega=\frac{\pi}{0{,}6}$ rad/s; b) $\nu=0{,}83$ Hz; c) $v=3{,}62$ cm/s.

VII.10. $A=\frac{c(b-c)}{b-2c}=0{,}12$ m.

VII.11. a) Poziția de echilibru va fi mai jos cu $\frac{mg}{k}$ decît poziția inițială:

$A=\sqrt{\frac{2W_0}{k}+\left(\frac{mg}{k}\right)^2}=1{,}38$ cm.

b) $y=A\sin(\omega t-\varphi)+A\sin\varphi$, unde $\varphi=\text{arc}\sin\frac{mg}{kA}$ și $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$;

$y=[0{,}8\cdot\sqrt{3}\cdot\sin\left(\frac{50}{\sqrt{3}}t-\frac{\pi}{3}\right)+1{,}2]$ cm.

VII.12. 1) $A=\sqrt{\frac{y_1^2v_2^2-y_2^2v_1^2}{v_2^2-v_1^2}}=5{,}483$ cm; $T=2\pi\sqrt{\frac{y_1^2-y_2^2}{v_2^2-v_1^2}}=\frac{3\pi}{4}=2{,}36$ s;

2) $E_c=12{,}5\cdot 10^{-6}$ J, $E_p=\frac{m\,4\pi^2A^2}{2\,T^2}-E_c=95{,}5\cdot 10^{-6}$ J.

VII.13. a) $F\simeq 2{,}561$ N; b) $A=6{,}25$ cm; $E_c=0{,}04$ J; c) $E_{c.\,max}=0{,}08$ J; $t=\frac{n}{4}$ s, $n\in\mathbb{N}$.

VII.14. $E_c=0{,}155$ J; $E_p=0{,}08$ J.

VII.15. a) $t=\frac{\text{Arctg}\sqrt{3}}{2\pi\nu}$; b) $d=\frac{2\pi^2\nu^2A^2}{g}$.

VII.16. $P=\frac{4\cdot E_{p\,max}}{T}=\alpha^2mg\sqrt{\frac{lg}{\pi^2}}$.

VII.17. $A'=\frac{A\sqrt{13}}{2}$.

Scanned with OKEN Scanner

VII.18. $x^2+y^2=16$ (un cerc de rază 4 mm); în cazul II sensul de rotaţie este invers trigonometric; în cazul III traiectoria este o elipsă.

VII.19. a) $t=\frac{5}{12}(1+8k)$ (s); $k=0, 1, 2, \ldots$; b) $T=3{,}33$ s; c) $N=18$.

VII.20. b) $t=\frac{6k+1}{30}$ (s), $k\in\mathrm{N}$; $\nu=5$ Hz; c) $D=A_1+A_2$. Această distanţă s-ar fi putut atinge dacă oscilaţiile ar fi fost în opoziţie de fază.

VII.21. a) $y=A\sin^2\omega t$; $v=\frac{\omega A}{2}\sin 2\omega t$; $a=-\omega^2 A\sin^2\omega t$; b) $T=\frac{\pi}{\omega}$; $v^2=\omega^2 y(A-y)$.

VII.22. $a_{max}=\mathrm{A}+\mathrm{B}=9$ cm; $a_{min}=\mathrm{A}-\mathrm{B}=1$ cm; $T=\frac{2}{\omega_1-\omega_2}=6{,}28$ s.

VII.23. $T=62{,}8$ s.

VII.24. Perioada: Nu. Amplitudinea: DA (se modifică poziţia de echilibru, iar la transport apar forţe de inerţie).

VII.25. $T=2\pi\sqrt{\frac{m_2\cdot\Delta l}{m_1 g}}=0{,}4$ s.

VII.26. $\nu=\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1}+\frac{m}{K_2}}}=0{,}27$ Hz.

VII.27. a) $l=0,1$ m; b) $y=\left[0{,}1\sin\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)\right]$ m; c) $q=\frac{\frac{15}{16}\cdot\frac{KA^2}{2}}{20\cdot T}=$ $=3{,}72\cdot10^{-2}$ J/s.

VII.28. $k=4k_1=\mathrm{m}\cdot\frac{4\pi}{T^2}$; $k_1=0{,}24\cdot10^6$ N/m.

VII.29. $T=5$ s; $T=\sqrt{T_1^2+T_2^2+\ldots T_n^2}$.

VII.30. Firele se pun în paralel $x=0{,}4$ m.

VII.31. a) $T_1=0{,}2$ s; $T_2=0{,}4$ s; b) $m_1=\frac{m\left(T_2^2-T_1^2\right)}{T_1^2}=0{,}15$ kg;

c) $k_1=\frac{(m_1+m)k}{m}=200$ N/m.

VII.32. $\frac{T_s}{T_p}=\frac{k_1+k_2}{\sqrt{k_1k_2}}\geq 2$.

VII.33. 6,25.

VII.34. a) $E=\frac{H^2}{2m}=2{,}25$ J; b) $a_{max}=g\sin\alpha=4{,}9$ m/s²;

c) $l=\frac{H^2}{2m^2g(1-\cos 30°)}\simeq 3{,}43$ m.

VII.35. $g=\frac{4\pi^2\cdot L}{T}=9{,}817$ m/s²; $\frac{\Delta g}{g}=\frac{\Delta L}{L}+2\frac{\Delta T}{T}=\frac{4}{1000}$ $\Delta g=0{,}04$ m/s²;

$v=\sqrt{2gL(1-\cos 45°)}=2{,}94$ m/s.

VII.36. a) $E=2{,}89$ J; b) $g=9{,}8$ m/s²; c) $l\simeq 2$ m$=\frac{H^2\sin\alpha}{2m^2a(1-\cos\alpha)}$;

d) $k=\frac{mg}{l}=2{,}45$ N/m.

VII.37. $\nu=\nu_0\cdot\frac{R}{R+h}$, unde R este raza Pămîntului, h înălțimea.

VII.38. $t=86\,400\left(1-\frac{1}{\sqrt{1{,}05}}\right)=36$ min.

VII.39. Perioada se mărește cu 0,0468%. Trebuie micșorată lungimea în aceeași proporție (cu 0,12 mm).

VII.40. $v=0{,}5$ m/s.

VII.41. 1) $g=9{,}722$ m/s²; $\frac{\Delta g}{g}=2\frac{\Delta\pi}{\pi}+\frac{\Delta l}{l}+2\frac{\Delta t}{t}$ ($\frac{\Delta\pi}{\pi}$ eroarea determinării numărului π poate fi făcută oricît de mică, deci poate fi neglijată).

$$g=0{,}097 \text{ m/s}^2 \text{ deci } g=(9{,}72+\pm 0{,}1) \text{ m/s}^2$$

2) $v=3{,}83$ m/s; $T=2mg=9{,}8$ N; 3) a) $\operatorname{tg}\alpha=0{,}0153$ rezultă $\alpha=0°52'20''$; b) $\operatorname{tg}\beta=\frac{a'}{g}=0{,}0408$, rezultă $\beta=2°20'20''$.

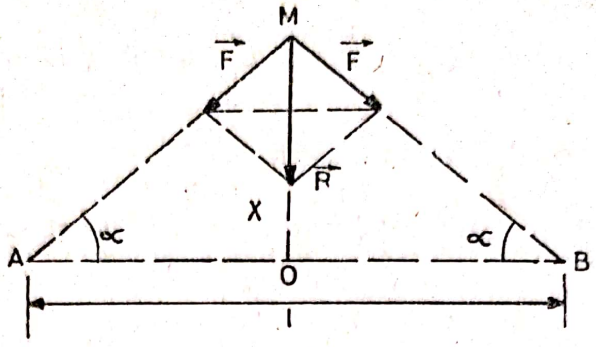
VII.42. Ieșind din echilibru, lichidul din cele două ramuri se denivelează și în orice moment asupra lui acționează o forță (forța de presiune hidrostatică a coloanei diferență) proporțională cu deplasarea lichidului față de poziția de echilibru și îndreptată spre aceasta din urmă. Forța de readucere în poziția de echilibru este deci de tip elastic. $F=-ky$, iar perioada oscilațiilor se calculează după relația:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}.$$

VII.43. $T_1=2\pi\sqrt{\frac{1}{g+a}}$; $T_2=2\cdot\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$; $T_2=6{,}61$ s.

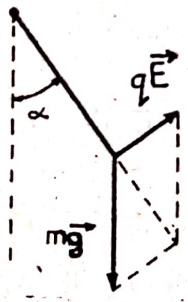
Scanned with OKEN Scanner

VII.44. Fig. R.VII.44.; $x=x_0\sin\left(60\,t+\frac{\pi}{2}\right)$.



VII.45. a) $q=\frac{mg}{E}\left(\frac{1}{T^2}-1\right)=3{,}06\mu\text{C}$; b) $T'=2\pi\sqrt{\frac{1}{g-\frac{qE}{m}}}=1{,}15$ s.

VII.46. $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\sqrt{1+\text{tg}^2 30^\circ}}}=T_1\sqrt[4]{\frac{1-\text{tg}^2 30^\circ}{1+\text{tg}^2 30^\circ}}=0{,}081$ s (fig. R.VII.46).



VII.47. $t_1=50\cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}=31{,}4$ s; $v_1=6{,}28$ m/s; $S_1=98{,}69$m.

$S_2=v_1\cdot 200\cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=796{,}7$ m; $T_3=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a_3}}$; $a_3=\frac{v_1}{20\,T_3}$;

$S_3=\frac{a_3(20\,T_3)^2}{2}\simeq 4{,}08$ m; $S=S_1+S_2+S_3=899{,}46$ m $\simeq 900$ m.

VII.48. a) $l=0{,}05$ m; b) $T=\frac{\pi}{5}=0{,}628$ s; c) $v=l\sqrt{\frac{k}{m}}=0{,}5$ m/s.

d) $W=\frac{kl^2}{2}=0{,}025$ J.

Scanned with OKEN Scanner

VII.49. a) $T_1=2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$ pe verticală accelerat; $T_2=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ pe verticală-uniform. $T_3=2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$ pe verticală-frînat; $T_4=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}}$ pe pantă; $T_5=2\pi\sqrt{\frac{l}{g\sqrt{1+\mu^2}}}$ pe orizontală.

b) $T_{max}=G+F_t+F_{cf\cdot max}=m\left[g+a+\frac{2g^2}{g+a}(1-\cos\alpha_0)\right]$; c) $n_1=\frac{t_1}{T_1}=\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{h(g+a)}{l\cdot a}}$; $n_2=\frac{3}{4\pi^2}\sqrt{\frac{gh}{al}}$; $n_3=\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{h(g-a)}{la}}$; $n_4=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2h\cdot\operatorname{ctg}\alpha}{l}}$; $n_5=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2d\sqrt{1+\mu^2}}{\mu^2\cdot l}}\sin\alpha$.

VII.50. O mişcare oscilatorie cu amplitudinea egală cu raza Pămîntului. Spre centul Pămîntului forţa de atracţie se micşorează anulîndu-se cînd corpul ar fi chiar în centrul Pămîntului.

VII.51. 1) $x=\frac{x_0}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$, $\omega<\omega_0$; 2) Oscilatorul nu mai are poziţie de echilibru; 3) Nu. Pentru $\omega>\omega_0$ energia primită de oscilator este şi mai mare.

VII.52. a) $T_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$; b) $T_2=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2-m\cdot\omega^2}}$.

Pentru ca sistemul să oscileze $\omega<\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$.

VII.53. $T=0{,}0628$ s; $\alpha=1$ rad; $v_{max}=10$ m/s; $\omega_{max}=100$ rad/s.

VII.54. $m=\frac{2My_0}{\frac{T^2g}{4\pi^2}-y_0}$; $y=y_0\sin\left(\frac{2\pi t}{T}+\frac{\pi}{2}\right)$.

VII.55. $y'=2A\sqrt{\frac{n}{n+1}}\sin\omega\sqrt{\frac{n+1}{n}}t$.

VII.56. $\nu_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu g}{A}}=0{,}3$ Hz; $\nu_2\geq\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{A}}=0{,}707$ Hz.

VII.57. a) $\omega=\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}$; Scriem conservarea energiei $\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2+(m_1+m_2)gy_0=\frac{1}{2}ky_0^2$ (1) deformarea iniţială este practic nulă).

Scriem legea conservării impulsului:

$$m_2\sqrt{2gh}=(m_1+m_2)v \quad (2)$$

Înlocuind (2) în (1) obținem:

$$k=2g\frac{m_2^2h+(m_1+m_2)^2\cdot y_0}{(m_1+m_2)y_0^2};$$

$$\text{și } \omega=\sqrt{2g\frac{m_2^2h+(m_1+m_2)^2y_0}{(m_1+m_2)^2y_0^2}};$$

b) $u=A\sin(\omega t+\varphi)$; $A=y_0-\frac{m_2g}{k}$, deoarece poziția de echilibru a sistemului a coborît cu $\frac{m_2g}{k}$.

La momentul inițial $U(t=0)=-\frac{m_2g}{k}=\left(y_0-\frac{m_2g}{k}\right)\sin\varphi$

$$\varphi=-\arcsin\frac{1}{\frac{y_0k}{m_2g}-1};\quad \text{c) } t=\frac{\frac{\pi}{2}+\arcsin\frac{mg}{y_0k-mg}}{\omega}.$$

VII.58. $y=\frac{am}{k}\sin\left(t\sqrt{\frac{k}{m}}-\frac{\pi}{2}\right)$

$$v=a\sqrt{\frac{m}{k}}\cos\left(t\sqrt{\frac{k}{m}}-\frac{\pi}{2}\right).$$

VII.59. Neglijăm atracția dintre spire și curentul autoindus.

$$H=\frac{NI}{l_0+\frac{mg}{k}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t+\frac{\pi}{2}\right)}\ (\text{A/m}).$$

Capitolul VIII

VIII.1. Într-un circuit de curent alternativ condensatorul se comportă ca o rezistență, numită reactanță capacitivă, care este invers proporțională cu capacitatea $\left(X_C=\frac{1}{\omega C}\right)$. Cînd se rupe conductorul cele două capete ale lui constituie armăturile unui condensator. Capacitatea electrică a acestui condensator format este foarte mică, deoarece suprafața armăturilor este mică ($\sim 1\ \text{mm}^2$). Rezultă deci că reactanța capacitivă introdusă în circuit prin ruperea conductorului este mare, deci intensitatea curentului din circuit foarte mică — practic nulă.

Scanned with OKEN Scanner

VIII.2. Descărcarea buteliei prin conductorul bobinat este un fenomen oscilatoriu amortizat, datorită inductanței și rezistenței conductorului. Tija de oțel rămîne magnetizată corespunzător ultimei oscilații, care mai poate produce încă străpungerea dielectricului buteliei de Leyda, considerată condensator. Deci aceeași tijă se poate magnetiza odată nord altă dată sud, această experiență prezentînd un caracter aleatoriu.

VIII.3. a) $L=\frac{e}{\frac{\Delta i}{\Delta t}}=0{,}04$ H; b) $\nu=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=104$ kHz; c) $n=\frac{N}{l}=\frac{H}{I}=$

$=600\ \frac{\text{spire}}{m}$.

VIII.4. 1) a) $I=\frac{U}{R}+\frac{N^2S\mu_0(\mu_r-1)}{l\cdot\Delta t}=8{,}8$ A; b) $I=8{,}8$ A; 2) $C=\frac{1}{2\omega^2L}=$

$=80{,}5$ mF.

VIII.5. 1) $\varphi_1=\frac{\pi}{6}$; 2) $\varphi_2=\frac{\pi}{3}$; 3) $i=0$; 4) $P=90$ W.

VIII.6. 1) $t=\frac{1}{600}$ s; 2) $R=942\ \Omega$; 3) $I_m=0{,}25$ A.

VIII.7. a) $Z=200\ \Omega$; b) $I=1{,}1$ A; c) $L=0{,}31$ H.

VIII.8. $N=\sqrt{\frac{l\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2-R^2}}{2\cdot\pi\cdot\mu_0\cdot\mu_r S}}=1\,000$ spire.

VIII.9. $U=10{,}1$ V, $\cos\varphi=0{,}85$.

VIII.10. $P\simeq 6790$ W; $\cos\varphi=0{,}99$.

VIII.12. a) Puterea activă este maximă cînd $\frac{R}{R^2+X_L^2}$ este maxim.

$\frac{R}{R^2+X_L^2}$ este maxim pentru $R=X_L$; $I=5$ A.

VIII.11. a) $U=1{,}41$ V; b) $\varphi=45°$.

VIII.13. Da, dacă $\omega L-\frac{1}{\omega C}>0$; $L_{echiv}=L-\frac{1}{\omega^2C}$.

VIII.14. $R=5\ \Omega$.

VIII.15. $\cos\varphi_s=\frac{R\omega C}{\sqrt{R^2\omega^2C^2+1}}$; $\cos\varphi_p=\frac{1}{\sqrt{R^2\omega^2C^2+1}}$ dar $R\omega C=\operatorname{ctg}\varphi_s$ și deci

$\cos\varphi_p=\sin\varphi_s$; $\cos\varphi_p=\sqrt{1-\cos^2\varphi_s}=0{,}8$.

VIII.16. 1) $I=59{,}41$ A; 2) $U_{Bec}=R_0\frac{U}{\sqrt{(R+R_0)^2+X_L^2}}=219{,}1$ V.

Scanned with OKEN Scanner

VIII.17. a) $U=I'R=60$ V; b) $I=\dfrac{U}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}=2$A; $U_R=40$ V; $U_L=22{,}3$ V; c) $C=\dfrac{1}{4\pi^2\nu^2L}=0{,}95$ mF.

VIII.18. $Z_{min}=\dfrac{U}{I}=22\cdot10^3\ \Omega$; $Z_{min}^2=R^2+\left(\dfrac{X_LX_C}{X_L-X_C}\right)^2$.

Dar R este neglijabil față de Z_{min}

$$\frac{Z_{min}+X_L}{Z_{min}X_L\omega}\geq C\geq\frac{Z_{min}-X_L}{Z_{min}X_L\omega}\quad 2{,}01\cdot10^{-5}\text{F}\geq C\geq1{,}99\cdot10^{-5}\text{F}.$$

Curentul este nul cînd $X_L=X_C$, deci $C=2\cdot10^{-5}$F.

VIII.19. $R=X_L=X_C=\sqrt{\dfrac{L}{C}}$; $\omega=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

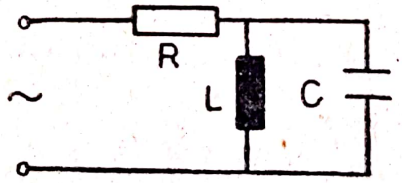
VIII.20. $C=C_1+C_2$; $L=\dfrac{1}{\omega^2C}=2{,}2\cdot10^{-5}$ H.

VIII.21. $\nu=\dfrac{10^5}{2\pi}$ Hz; $T=2\pi\cdot10^{-5}$ s.

VIII.22. a) $\alpha=152{,}34°$; b) $L=2{,}026\cdot10^{-4}$ H.

VIII.23. Circuitul echivalent al unei bobine reale este dat în fig. R.VIII.23. Datorită valorii mari a impedanței la rezonanță se poate neglija influența rezistenței R asupra frecvenței de rezonanță. Rezultă:

$$L=10\text{ mH}\ \text{și}\ C=10\text{ nF};\quad R\simeq\frac{L}{CZ}=10\ \Omega.$$



VIII.24. $\varepsilon_r=\left(\dfrac{T}{T_1}\right)^2$; $\mu_r=\left(\dfrac{T}{T_2}\right)^2$; $T_3=\dfrac{T_1\cdot T_2}{T}$.

VIII.25. a) $C_0=\dfrac{10^{-8}}{4\pi^2}$ F; $C=\dfrac{10^{-6}}{4\pi^2}$ F; $\dfrac{C_0}{C}=\dfrac{d-d_1}{d}$; $d_1=1$ cm; b) $C_0=C'=\dfrac{\varepsilon S_1}{d-d_1}$; $S_1=\dfrac{C_0(d-d_1)}{\varepsilon}=28$ cm^2.

VIII.26. 2) a) $Z=5\ \Omega$; $I=20$ A; b) $Z=3\ \Omega$; $I=33$ A; c) $\nu=25$ Hz.

VIII.27. a) $C=\dfrac{X_L}{\omega(X_L^2+R^2)}=2{,}55\cdot10^{-4}$F; b) $C_1=0{,}163$ mF; $C_2=0{,}347$ mF.

VIII.28. $I=0{,}909$ A; $U_R=20$ V; $U_L=U_C=285{,}6$ V.

Scanned with OKEN Scanner

VIII.29. 1) $C=32{,}1\ \mu F$; 2) $C_0=0{,}25$ mF; 3) $I_1=2{,}2$ A; $I_2=4{,}4$ A.

VIII.30. a) $P=154{,}7$ W; $Q=0{,}02$ VAR; $S=154{,}7$ VA; b) $\nu=50{,}35$ Hz.

VIII.31. a) $I_1=6{,}4$ A; $I_{ef}=0{,}44$ A; b) $C=12{,}5$ F.

VIII.31. a) $C=2{,}53\cdot 10^{-7}$ F; b) $I=22$ A; c) $R=1{,}256\ \Omega$.

VIII.33. a) $\nu=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=500$ Hz; b) $I_1=\frac{U}{R}=12$ A; c) $I_2=\frac{U}{Z}=0{,}278$ A.

VIII.34. 1) $I=2{,}5$ A; 2) $R=0{,}67\ \Omega$; 3) $L=89$ mH; 4) $P_1=125$ W; 5) $P_2=4{,}22$ W; 6) $P=128{,}3$ W; 7) $\cos\varphi=0{,}59$.

VIII.35. 1) $U_B=400$ V; 2) $L=\frac{\sqrt{3}}{5\pi}$ H; 3) 0,30 lei.

VIII.36. 1) $X_c=500\ \Omega$; 2) $U_{max}=141$ V; 3) $I=0{,}18$ A; 4) $P=18$ VA; 5) $L=33{,}2$ mH.

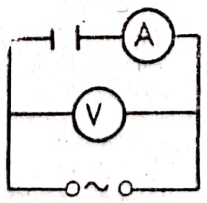
VIII.37. a) $C_1=\frac{1+\sqrt{1-\left(\frac{2\pi\nu L}{R}\right)^2}}{4\pi^2\nu^2 L}$ (Atenție la semnul radicalului).

b) $L=R^2C_2\left[1-\left(\frac{C_1}{C_2}-1\right)^2\right]=7{,}5$ H; c) $\nu=5{,}8$ Hz; d) $U=82$ V.

VIII.38. a) $R=40\ \Omega$; $L=\frac{0{,}3}{\pi}$ H; b) $I=2$ A; c) $U=100$ V; d) $\varphi_b=37°$; $\varphi=-37°$; e) $C'=\frac{1000}{3\pi}\ \mu$F; $I=2{,}5$ A; f) $P=160$ W.

VIII.39. a) $L=0{,}173$ H; $R=31{,}4\ \Omega$; b) $I_c=6{,}1$ A; $\varphi=\frac{\pi}{2}$; c) $I_s=6{,}04$ A; $\varphi'=\frac{\pi}{6}$; d) $U_L=379{,}4$ V; $U_C=222$ V; e) $C_1=0{,}577\ \mu$F.

VIII.40. a) Fig. R.VIII.40.; $C=\frac{1}{\omega\sqrt{R^2+2RR_A}}\simeq 39{,}8\ \mu$F; b) Prima metodă este afectată de o eroare mare deoarece rezistența ampermetrului este comparabilă cu rezistența condensatorului.



VIII.41. a) $100-35\neq 75$; b) $Z_b=350\ \Omega$; $X_C=1000\ \Omega$; $R=210\ \Omega$; c) $\nu=175$ Hz.

VIII.42. $R=8\ \Omega$; $L=0{,}286$ mH; $C=7{,}96\ \mu$F; $U=80$ V; $\nu=3333$ Hz.

Scanned with OKEN Scanner

VIII.43. a) $I_R=11$ A; $I_L=70$ A; $I_C=6{,}9$ A; b) $I=64$ A; c) $P=2420$ W.

VIII.44. $R=10\ \Omega$; $L=63{,}6$ mH; $C=0{,}27$ mF; $Z=9{,}16\ \Omega$; $P=1{,}21$ kW.

VIII.45. NU.

VIII.46. $C=\dfrac{2L}{R^2+L^2\omega^2}$.

VIII.47. Impedanța rezultantă a bobinei și voltmetrului este $Z'=98{,}1\ \Omega$. Impedanța totală a circuitului $Z=100\ \Omega$, iar $U_v=1{,}96$ V. Frecvența de rezonanță se găsește din condiția că I și U să fie în fază. $\nu=17{,}6$ kHz.

VIII.48. $$Z^*=\frac{-j\dfrac{R}{\omega C}}{R-j\dfrac{1}{\omega C}}+j\omega L=\frac{\dfrac{R}{\omega^2C^2}+j\left[\omega LR^2-\dfrac{R}{\omega C}-\dfrac{L}{\omega C^2}\right]}{R^2+\left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Pentru rezonanță $\omega=\sqrt{\dfrac{1}{LC}+\dfrac{1}{C^2R^2}}$ și

$$Z=\frac{RLC}{R^2C^2+2LC}.$$

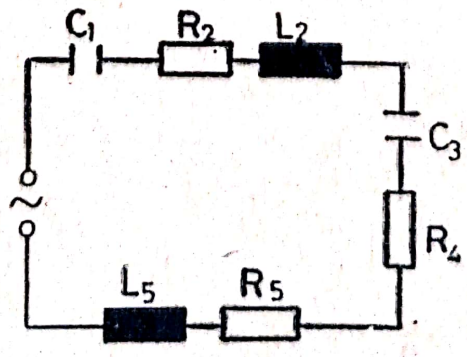
VIII.49. a) $$Z_A=\sqrt{R^2+\left[\frac{\omega L}{1-\omega^2LC}\right]^2}=50\ \Omega$$

$$Z_B=\sqrt{\left[\frac{R\cdot\omega^2L^2}{R^2+\omega^2L^2}\right]^2+\left[\frac{R^2\cdot\omega L}{R^2+\omega^2\cdot L^2}-\frac{1}{\omega C}\right]^2}=15\ \Omega$$

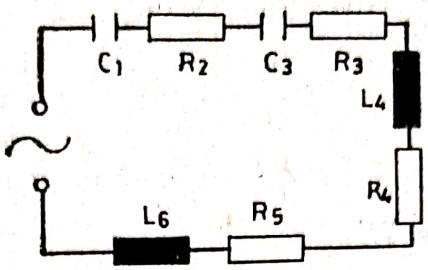
b) A) $I_R=2$ A, $I_L=2$ A; $I_C=4$ A; B) $I_R=4$ A; $I_L=\dfrac{16}{3}$ A; $I_C=\dfrac{20}{3}$ A; c) $\varphi_A=36°52'$; $\varphi_B=16°14'$; d) A: $P=160$ W; $S=-120$VAR; $Q=200$VA; B: $P=640$W; $S=187$VAR, $Q=667$VA.

VIII.50. $X_L=X_c$ $LC\omega^2=1$ independent de R.

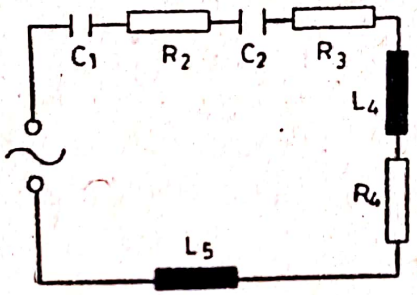
VIII.51. Fig. R.VIII.51.



VIII.52. a) Fig. R.VIII.52; b) $I=\dfrac{U}{\sqrt{(R_2+R_3+R_4+R_5)^2+\left[\omega(L_4+L_5)-\dfrac{1}{\omega}\left(\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_3}\right)\right]^2}}$



VIII.53. a) Fig. R.VIII.53; b) $I=\dfrac{U}{\sqrt{(R_2+R_3+R_4)^2+\left[\omega(L_4+L_5)-\dfrac{1}{\omega}\left(\dfrac{1}{C_2}+\dfrac{1}{C_1}\right)\right]^2}}$

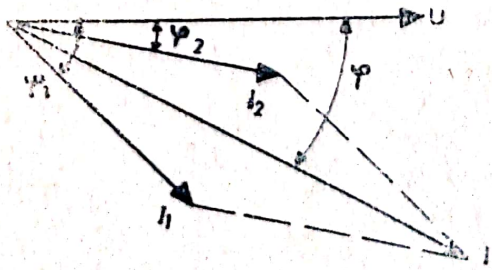


VIII.54. Serie: $L=L_1+L_2$; paralel: $\dfrac{1}{L}=\dfrac{1}{L_1}+\dfrac{1}{L_2}$.

VIII.55. $i_{ram}=\dfrac{U}{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$; $i=\dfrac{2U}{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$

VIII.56. $\operatorname{tg}\varphi'=\operatorname{ctg}\varphi$; $\varphi'=\dfrac{\pi}{3}$.

VIII.57. Dacă $I_1=\dfrac{U}{\sqrt{r_1^2+X_L^2}}$, $I_2=\dfrac{U}{\sqrt{r_2^2+(X_{L_2}-X_{C_2})^2}}$ și $\operatorname{tg}\varphi_1=\dfrac{X_L}{r_1}$, $\operatorname{tg}\varphi_2=\dfrac{X_{L_2}-X_{C_2}}{r_2}$, $\varphi=\dfrac{\pi}{4}$, atunci (fig. R. VIII. 57) $I\cos\varphi=I_1\cos\varphi_1+I_2\cos\varphi_2$. De aici $C=2{,}9\ \mu F$.



VIII.58. a) $I=10{,}5$ A; b) $\varphi=34°10'$; c) $U_1=170$ V; $U_2=178$ V; d) $\varphi_1\simeq 57°30'$; $\varphi_2=27°40'$.

VIII.59. a) Inductanțele vor păstra cîteva microsecunde intensitatea prin ramuri, datorită fenomenului de autoinducție. De aceea vor apărea tensiunile induse $e_2=-E=e_3=\ldots=e_n$.

Variația fluxului care induce aceste tensiuni va induce și $e_1=-E$. În consecință $I_1=I_2=\ldots=I_n=0$.

b) $I_1=\frac{2E}{R_1}$; $I_2=\frac{E}{R_2}$; $\ldots I_n=\frac{E}{R_n}$. Tensiunile autoinduse în fiecare inductanță sînt egale cu E.

VIII.60. $X_L=4X_C$, de unde $\omega=\frac{2}{\sqrt{LC}}$.

VIII.62. $\omega^2\left(R^4L^2-\frac{2L^2R^2}{C}\right)+\left(\frac{2R^2L^2}{C^2}-3R^2\frac{L}{C}-\frac{L^3}{C^3}\right)+\frac{\frac{R^4}{C^2}-\frac{2R^2L}{C^3}}{\omega^2}=0$;

sau $R^4(X_L^2-3X_LX_C+X_C^2)+R^2(2X_L^2X_C^2-2X_L^3X_C-2X_LX_C^3)-X_L^3X_C^3=0$.

VIII.63. $Z_3^*=(R_1+R_2)+j(X_1+X_2)$, Z_3 este format dintr-o rezistență $R_3=R_1+R_2$ și o inductanță $X_3=X_1+X_2$.

VIII.64. $C_1=C_2\frac{r_2}{r_1}=0{,}4$ μF.

VIII.65. Z nu poate fi rezistență (ar fi negativă) și nici capacitate (deoarece tensiunile U_{AN} și U_{BN} nu ar fi în fază).

$$Z=X_L=X_{C_2}\frac{R_3^2+X_{C_3}^2}{R_1R_3+X_{C_2}X_{C_3}};\quad L=0{,}29\text{ mH}.$$

VIII.66. În urma introducerii condensatorului intensitatea prin r va fi mai mică decît intensitatea prin R, deci randamentul va crește.

$$\eta=\frac{RI_R^2}{RI_R^2+I_r^2r}=\frac{1}{1+\frac{r}{R}\left(\frac{R^2-2RX_C\sin\varphi\cos\varphi}{X_C^2\cos^2\varphi}+1\right)}$$

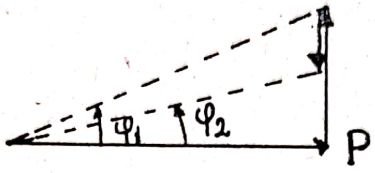
Introducerea condensatorului păstrînd caracterul inductiv implică $X_C\cdot\sin\varphi\cdot\cos\varphi-R>0$ și deci $\eta>\frac{1}{1+\frac{r}{R}}$.

VIII.67. $P=\frac{U^2R}{R_1^2+\left(X_L+\frac{rR}{X_L}\right)^2}$. Puterea este maximă pentru $R=\frac{X_L^2}{\sqrt{X_L^2+r^2}}=0{,}7\ \Omega$.

VIII.68. Din triunghiul puterilor (Fig. R.VIII.68) rezultă că puterea condensatoarelor va fi:

$$P_C = P(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2) = 2{,}88 \text{ kW},$$ P este puterea activă.

Dacă condensatoarele se montează în paralel $C = \frac{P}{U^2\omega} = 0{,}19$ mF.



VIII.69. $C = \frac{I(\sqrt{1-\cos^2\varphi_1} - \sqrt{1-\cos^2\varphi_2})}{U\omega} = 4{,}9\ \mu\text{F}.$

VIII.70. $P_C = P(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2) = 116{,}6$ kW. Din relațiile:

$U^2 = P_C X_C + R^2 I^2 + 2\sqrt{P_C X_C}\ RI\cos\varphi$ și $P = \sqrt{P_C X_C}\ I\cos\varphi$,

obținem: $C = 3$ mF.

Montarea condensatorului ridică randamentul instalației.

VIII.71. $U_{R,\,max} = U$, pentru $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

$$U_{L\cdot max} = U \cdot \frac{2L}{RC\sqrt{\frac{4L}{C} - R^2}},\ \text{pentru}\ \frac{1}{\omega^2} = LC - \frac{R^2C^2}{2};$$

$$U_{C\cdot max} = U\frac{L}{R\sqrt{\frac{R^2C^2}{4} + LC}},\ \text{pentru}\ \omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}.$$

VIII.72. $C = \frac{m}{KL} = 10\ \mu\text{F}.$

VIII.73. $C = \frac{y_0}{L_g} = 10$ mF.

VIII.74. Un transformator.

VIII.75. a) $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$; b) $C = 0{,}14$ mF; c) $Z = \frac{\sqrt{R^2 + X_L^2}}{\sqrt{\frac{R^2}{X_C^2} + \left(1 - \frac{X_L}{X_C}\right)^2}}$

Scanned with OKEN Scanner

VIII.76. $P=P_1 \operatorname{tg} \Phi_1+UI\sqrt{3}\left[\sin \Phi-\sqrt{1-\left(\cos \Phi+\frac{P_1}{UI\sqrt{3}}\right)^2}\right]=30{,}2$ kW;

$C=\frac{P}{3\omega U^2}=0{,}22$ mF.

VIII.77. În cazul A tensiunea anodică scade de la 1 la 3. În cazul B temperatura filamentului scade de la 1 la 3.

VIII.78. Apropierea grilei de anod îi micşorează posibilitatea de influenţare a fluxului de electroni şi în acest fel amplificarea scade.

VIII.79. a) $I_a=\frac{U_a}{R_i+R_s}$, $Rs=\frac{U_a}{I_a}-R_i=5{,}4$ kΩ.

b) $I_a=\frac{U_a}{Z}$, $Z=\frac{U_a}{I_a}=10$ kΩ; $X_L=\sqrt{Z^2-R_i^2}=9$ kΩ;

$L=\frac{X_L}{2\pi\nu}=1{,}43$ H; c) $P_a=RI^2=1{,}035$ W; $P_b=UI\cos\varphi=0{,}9$ W.

VIII. 80. a) $I_a=\frac{SU_g}{2}=5$ mA; b) $P_u=\frac{SU_g^2}{8}=0{,}125$ W. c) $R_s=\frac{2Pu}{I_a 2}=10^4\Omega$.

VIII. 81. $S=\frac{\Delta I_a}{\Delta U_g}=5\cdot10^{-3}$ A/V, $R_i=\frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}=10$ kΩ; $\mu=SR_i=50$.

VIII. 82. $S=\left.\frac{\Delta I_a}{\Delta U_g}\right|$ $U_a=$const., pentru $I_{a_2}=1{,}5\cdot10^{-2}$A la $U_a=250$ V, $U_g=2$ V, $U_{a2}=330$ V.

VIII. 83. $S=1{,}5\cdot10^{-3}$A/V; b) $R_i=10$ kΩ; c) $R_i=12{,}5$ kΩ; $S=2$ mA/V; $\mu=25$.

VIII. 84. $U=120$ V.

VIII. 85. $U_c=X_CI$, $U_R=RI$, Deci $U=I\sqrt{X_C^2+R^2}$, $U=\frac{X_CU}{\sqrt{X_C^2+R}}$,

$\frac{X_C}{\sqrt{X_C^2+R^2}}=\frac{1}{100}$ deci $C=\frac{\sqrt{10^6-1}}{\omega R}$, întrucît reactanţa capacitivă şi totodată tensiunea aplicată la borne scade cu creşterea frecvenţei, capacitatea minimă se calculează pentru frecvenţa minimă $C=8\mu$F.

VIII. 86. $A=\frac{\mu R_s}{R_i+R_s}<\mu$.

VIII. 87. Se transferă rezistenţa de sarcină din secundarul transformatorului în primarul acestuia:

$R'=\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 R$, unde n_1 şi n_2 sînt numerele de spire din primar respectiv secundar. Puterea maximă se obţine pentru $R'=R_i=40$ kΩ; $\frac{n_1}{n_2}=100$.

VIII. 88. a) $I_a=40$ mA; b) $\Delta I_a=S\cdot\Delta U_g$, $0<I_a<80$ mA.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul IX

IX. 1. Sunetul nu se propagă în vid.

IX. 2. Nimic.

IX. 3. $\nu = 1\,000$ Hz.

IX. 4. $t = 10$ s.

IX. 5. Frontul de undă este perpendicular pe direcţia de propagare $d = 7{,}3$ m.

IX. 6. $v = \frac{v_{sunet}}{\sin \alpha}$.

IX. 7. Viteza relativă a undei faţă de mediul în care se propagă este aceeaşi în toate direcţiile.

IX. 8. $\lambda = \frac{v}{\nu}$; $\Delta\varphi = \Delta x \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$; $\nu = 5$ kHz.

IX. 9. 1) y nu este funcţie de z; 2) $t > \frac{xT}{\lambda}$; 3) Interacţia este de tip elastic; 4) Punctele de pe frontul de undă au faza nulă. $v = \frac{x}{t} = \frac{\lambda}{T}$.

IX. 10. Intensitatea sonoră este proporţională cu pătratul amplitudinii şi invers proporţională cu pătratul distanţei parcurse de undă.

$$v_1 = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\frac{v}{2} = 8{,}2 \text{ m/s}; \quad k = n_2^2 = 6{,}81.$$

IX. 11. Da. Urechile acestor animale, fiind în fond cornete acustice, le permit să stabilească cel puţin aproximativ distanţa pînă la inamicii de care sînt gonite.

IX. 12. Cele două părţi cînd vibrează nu sînt mereu în contact încît vibraţiile lor devin neregulate.

IX. 13. Datorită dispersiei undei trenul de unde se lungeşte. Pe de altă parte auzim şi undele reflectate pe care, datorită inerţiei urechii, le auzim în prelungirea undei directe.

IX. 14. Inerţia urechii este de 0,1 s. a) simplu; b) multiplu.

IX. 15. $\nu = 20$ Hz; Da.

IX. 16. Datorită fenomenului de rezonanţă. Frecvenţa sunetului emis de paharul lovit este egală cu frecvenţa caracteristică a celuilalt pahar. Din această cauză, deşi energia sunetului este mică, în celălalt pahar apar unde elastice vizibile.

IX. 17. $\frac{v}{\nu_0} = \lambda = 21$; $\nu_k = (k+1)\nu_0$; $v = 135{,}7$ m/s; $\nu_1 = 522$ Hz; $\nu_2 = 781$ Hz; $\nu_3 = 1\,044$ Hz.

Scanned with OKEN Scanner

IX. 18. a) $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}=\sqrt{\frac{Fl}{\rho l\pi r^2}}$; $r=\frac{1}{v}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$;

b) $\nu_0=\frac{2l}{v}$; $\nu_1=\frac{4l}{v}$; $\nu_2=\frac{6l}{v}$.

IX. 19. $y=\sqrt{1+B^2}\sin\left(\omega t+\text{arc tg}\,\beta-\frac{l_1}{u_1}\omega-\frac{l_2}{u_2}\omega\right)$.

IX. 20. 1) $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}}$, $\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k'}{m}}$, unde $k'=2k$ (în condiția de imponderabilitate centrul de masă al sistemului rămîne în repaus, deci putem considera două resorturi elastice fiecare avînd la capăt o masă $m=1$ kg și depărtate la momentul inițial cu $A=8$ cm. 2) $t=\frac{T}{4}$; 3) $a_{max}=\omega^2A$; $v_{max}=A\omega$; $L=\frac{2K'A^2}{2}$.

IX. 21. 1) $y=0{,}1\sin 31{,}4\cdot\frac{1}{40}=0{,}07$ m; 2) $a=-\omega^2y\left(\frac{T}{4}\right)=-98{,}6$ m/s^2 3) $v_{max}=3{,}14$ m/s; $E_{c\,max}=24{,}6$ J; 4) $\lambda=\frac{v}{\upsilon}=80$ m; 5) $F=m\omega^2r=49{,}3$ kN.

IX. 23. Dacă viteza șalupei este mai mare decît viteza valurilor $v+c=\lambda\nu_1$, $v-c=\lambda\nu_2$; $v=15$ m/s; $c=5$ m/s.

IX. 24. a) Notăm cu d distanța la care se află mobilul față de sursă în momentul perceperii semnalului vizual și deci semnalul auditiv a fost perceput la distanța $d-S$ față de sursă. Timpul în care a fost parcurs spațiul S este $t=\frac{S}{v}$. În acest timp semnalul auditiv a parcurs distanța $d-S=ct$. Deci $d=S(k+1)$; b) $n'=n\left(1+\frac{1}{k}\right)$.

IX. 25. $\nu=\nu_0\frac{c+v}{c}$; $\nu_2=\nu_0\frac{c-v}{c}$

IX. 26. $\nu=\nu_0\frac{c+v}{c-u}$, unde $c=$viteza undei, $v=$viteza observatorului, $u=$viteza sursei: a) $\nu=\nu_0\frac{c+v}{c-v_1}$; b) $\nu=\nu_0\frac{c-v_2}{c+v_1}$; c) $\nu=\nu_0\frac{c+v_2}{c+v_1}$ dacă S_2 este în spatele lui S_1 și $\nu=\nu_0\frac{c-v_2}{c-v_1}$ dacă S_2 este în fața lui S_1.

IX. 27. $\nu=\nu_0\frac{c+at}{c}=\nu_0\left(1+\frac{at}{c}\right)$; $\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{at}{c}$; $t=20$ s.

IX. 28. $\nu_1=\nu_0\frac{c}{c-u}$; $\upsilon_2=\nu_0\frac{c}{c+u}$; $\nu_0=\frac{2\nu_1\nu_2}{\nu_1+\nu_2}$.

IX. 29. $L=\frac{v_1+v_2}{4f}\simeq 0{,}9$ m.

Scanned with OKEN Scanner

IX. 30. $\nu_1=\nu\dfrac{v}{v-v_s}$, $v_s=\dfrac{v(\nu_1-\nu)}{\nu_1}=12{,}5$ m/s.

$\nu_2=\nu\dfrac{v}{v+v_p}$, $v_p=\dfrac{v(\nu-\nu_2)}{\nu_2}=13{,}6$ m/s.

IX. 31. $v_1=c\dfrac{\nu_1+\nu_2-2\nu_0}{v_1-v_2}=20$ m/s; $v_2=c\dfrac{(v_1+\nu_2)\nu_0-2\nu_1\nu_2}{(\nu_1-\nu_2)\nu_0}=10$ m/s.

IX. 32. $a_2=0{,}9$ m/s^2.

IX. 33. $\Delta\nu=\nu_0\dfrac{2c(v_m+v_t)}{c^2-v_t^2}=133$ Hz.

IX. 34. Se poate obține liniște prin interferența a două unde sonore care au aceeași frecvență și aceeași amplitudine cînd sînt în opoziție de fază.

IX. 35. $D=\dfrac{\Delta t\cdot\sqrt{2}\cdot v}{4}=6$ m; minim. La reflexia pe perete se pierde $\dfrac{\lambda}{2}$.

IX. 36. Reflexia undei la capătul liber se produce fără pierdere de $\lambda/2$, cum s-ar produce dacă capătul ar fi fix.

IX. 37. a) $\lambda=0{,}2$ m; $n=11$; $v=10$; b) ventru.

IX. 39. $y=0$.

IX. 40. a) $E_c=[0{,}072\pi^2\cos^2 1\,000\,\pi t]$ J; $E_p=[0{,}072\,\pi^2\sin^2 1\,000\,\pi t]$ J.
b) $\lambda=2\pi\dfrac{\Delta x}{\Delta\varphi}=8$m; $\nu=500$ Hz; $v=4\,000$ m/s; c) $E=\rho v^2=4{,}16\cdot10^{19}$ N/m^2.
d) $A=2{,}4$ cm; $\varphi_0=-\dfrac{\pi}{4}$.

IX. 41. 1) $\lambda=0{,}08$ m; 2) $y=-4$ cm; 3) $t=\dfrac{k}{100}$ s, $k\in\mathbb{N}$; 4) $\varphi=\pi$;
6) $a_1=\left[-4\,000\sin\left(100\,\pi t+\dfrac{\pi}{2}\right)\right]$m/s^2; 7) $\Delta\varphi=\dfrac{49\pi}{2}$; 8) $a=5$ cm. 9) $v=0{,}2$ m/s.

IX. 42. Neglijăm efectul Doppler, $t_k=\dfrac{H-k\lambda}{v_0}$, Dacă $\lambda\geq H$ auzim maxim o singură dată. Observatorul pleacă de la $H/2$ pe verticala celor două surse, în sus, cu viteza $v_0/2$. El aude maximum de interferență timp de $t=\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$.

IX. 43. $D=\dfrac{5v}{4f_3}=\dfrac{10}{3}$ m.

Capitolul X

X. 1. $\left[\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\cdot\mu_0}}\right]_{SI}=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{F}{m}\cdot\dfrac{H}{m}}}=\dfrac{m}{\sqrt{\dfrac{A\cdot s}{V}\cdot\dfrac{V\cdot s}{A}}}=$ m/s.

Scanned with OKEN Scanner

X. 2. $v=\frac{c}{\sqrt{\mu_r \cdot \varepsilon_r}}=212 \cdot 10^3$ km/s.

X. 3. Ascultătorul de lîngă radio.

X. 4. a) $D=\frac{ct_2}{2} \simeq 75$ km; b) $d=\frac{ct_1}{2}=0{,}15$ km.

X. 5. $\Delta\lambda=\lambda^2 \frac{\Delta\nu}{c}=0{,}027$ m.

X. 6. NU. Semnalul trebuie redresat şi apoi demodulat.

X. 7. a) $C=0{,}35$ pF; b) $T=6{,}45$ μs; $\nu=155$ kHz.

X. 8. $N=\frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot rc} \sqrt{\frac{l}{C \cdot \mu \cdot \pi}}=14$.

X. 9. $l=\frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{l_1}{\pi \cdot \mu_0 \cdot C}}=12{,}7$ m.

X. 10. $\omega=\frac{1}{\sqrt{L(C_1+C_2)}}$; $\nu=265$ kHz; $\lambda=1\,130$ m.

X. 11. $\frac{\mu N^2 l}{0{,}25 \cdot \pi \cdot d_1^2} \cdot \frac{Q}{U}=\frac{\varepsilon_0 S}{d} \cdot \frac{\Phi}{I}$.

X. 12. 1) $L=0{,}16$ H; 2) $C_2=99$ nF, în paralel cu C_1.

X. 13. De 5,52 ori mai mare.

X. 14. În acest caz capacitatea este proporţională cu lungimea, $l=45$ m.

X. 15. $C_2=2{,}5$ nF; $\lambda=300$ m.

X. 16. a) $C=\frac{\lambda^2}{c^2 4 \cdot \pi^2 \cdot L}=4{,}947 \cdot 10^{-11}$F; b) $C_a=0{,}67$ pF; c) $C_1=1$ pF.

X. 17. $C_M=11{,}06$ nF; $C_m=0{,}95$ nF; 2) $L=9$ nH; 3) $\lambda_1=600$ m; $\lambda_2=180$ m.

X. 18. $C=\frac{\alpha}{\pi} C_{max}$, $\alpha=\frac{\pi}{C_{max}}\left(\frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot L}-C_1\right)=\frac{13}{9}$; $\alpha=82°44'$.

X. 19. 1) $n=\frac{180 \cdot C}{C_{max}}$; $n_1=33$; $n_2=132$; 2) $I=0{,}5$ μA.

X. 21. 1) $\nu=500$ kHz; 2) $C=1$ pF; 3) $I=0{,}2$ A; 4) $\cos\varphi=\frac{R}{Z}$, dar la rezonanţă $R=Z$, deci $\cos\varphi=1$; 5) $P=1{,}2$ W; 6) $Q=0$.

X. 22. a) 225 m; b) $\nu=0{,}33$ MHz; c) $L=0{,}225$ H.

X. 23. a) $C=62{,}5$ nF; b) Nu se aude nimic; c) $\Delta\varphi=\frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta}{\lambda}=51\,\pi$.

Scanned with OKEN Scanner

X. 25. a) $\nu = 0{,}16$ MHz; $\lambda = 1{,}8$ mm; b) Apare o undă staționară.

X. 26. Viteză.

X. 27. Difracția are ca efect ocolirea obstacolelor dacă dimensiunea d a obstacolelor nu este prea mare față de lungimea de undă a undei incidente. Să presupunem o clădire cu dimensiunea d, de ordinul de mărime 10 m. În cazul celor trei tipuri de unde, situația este următoarea:

— undele sonore în aer: 20 m ..... 2 cm; $\lambda > d$, $\lambda < d$,
— unde radio 10^3m ..... 1 cm; $\lambda > d$, $\lambda < d$,
— unde luminoase: 400 ..... 750 nm; $\lambda \ll d$.

Condiția de ocolire a obstacolului este îndeplinită de undele sonore și radio cu $\lambda > 10$ m.

X. 28. Seara programarea undelor medii este mai puțin perturbată de variațiile de temperatură ale atmosferei, iar „plafonul" este mai ridicat.

X. 29. Radiațiile ultraviolete sînt absorbite de sticlă.

X. 30. Sticla permite trecerea radiațiilor infraroșii.

X. 31. Ochiul de pisică concentrează ca o oglindă concavă, lumina foarte slab existentă.

X. 32. Cele folosite în sălile de operație. Acestea au suprafață mare de emisie.

X. 33. Raza de lumină nu poate fi văzută din profil căci ea trebuie să pătrundă în ochi pentru a fi văzută. Deci poate fi văzută doar din față.

X. 34. Ochiul omenesc percepe culoarea cînd elementele senzitive sînt excitate de o undă luminoasă de o anumită frecvență. Frecvența undelor de lumină nu se modifică în timpul trecerii dintr-un mediu în altul.

X. 35. Unghiul de incidență este 70°. Raza reflectată este deviată cu 40°, iar raza refractată cu 34°10′.

X. 36. 60°.

X. 37. Pentru primele două reflexii există două posibilități. Amîndouă reflexiile să producă deviații în același sens a razei de lumină sau prima într-un sens și a doua în sens invers. În ambele cazuri deviația este 2α. Pentru următoarele două reflexii deviația va fi tot 2α. Deci $\beta = 4\alpha$.

X. 38. $H/2$. Marginea de jos a oglinzii se așează la $\frac{H-h}{2}$ de sol, iar oglinda paralelă cu omul.

X. 39. $\operatorname{tg} i = n$; $i = 56°20'$.

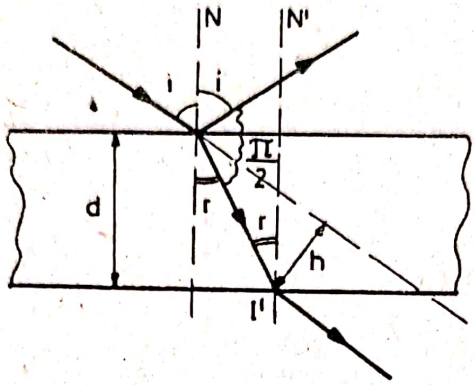
X. 40. $i = r$.

X. 41. Datorită refracțiilor între straturile de aer de indici de refracție diferiți. Indicele de refracție scade datorită scăderii densității la creșterea înălțimii.

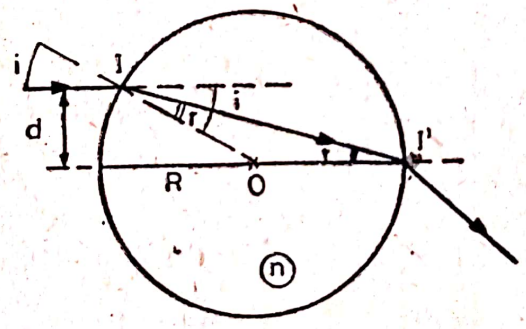
Scanned with OKEN Scanner

X. 42. $\alpha_1 = \dfrac{r - \arcsin \dfrac{3}{4}}{2}$.

X. 43. $r+i=\dfrac{\pi}{2}$ (fig. R. X. 43); $\dfrac{d}{h}=k=\dfrac{\cos r}{\sin(t-r)}$, rezultă: $n=\dfrac{k}{\sqrt{k^2-1}}$.



X. 44. $d=R\cdot n\sqrt{1-\dfrac{n^2}{4}}=0{,}99\ R$. (Fig. R.X. 44).



X. 45. $x=y\sqrt{\dfrac{1}{n_1^2-n_2^2}-1}=y\sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

X. 46. a) $h=nh_2$; b) $t=\dfrac{h_1+nh_2}{v\sqrt{n^2-1}}$.

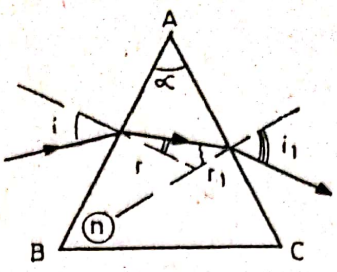
X. 47. Pentru radiația violetă, indicele de refracție are valoarea cea mai mare. Deviația razei crește cu creșterea indicelui de refracție.

X. 48. Aplicăm principiul reversibilității drumului razei de lumină. $i=\arcsin(n\cdot\sin\alpha)=45°$. Raza trebuie îndreptată spre vîrful prismei.

X. 49. a) $n=1{,}5$; b) $r_1\simeq 42°$; $r_2\simeq 35°$.

X. 50. $r+r_1=\alpha$ (Fig. R X. 50) $\sin r_1=\dfrac{1}{n}$; $\sin r=\dfrac{\sin i}{n}$; $\alpha\geq\arcsin\dfrac{1}{n}+$ $+\arcsin\dfrac{\sin t}{n}=62°25'$.

Scanned with OKEN Scanner



X. 51. 1) $i=45°$; $D_m=2\cdot i-A=30°$;

2) $i\leqslant \arcsin(n\cdot \sin 15°)=\arcsin\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}=21°30'$.

X. 52. $\delta=2i-\dfrac{\pi}{2}$

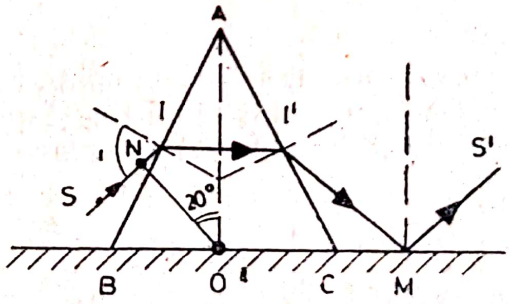
X. 53. $\delta=90°$. Obs. $\sin i<\sqrt{n^2-1}$.

X. 54. $x=\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$.

X. 55. $(i=\arcsin(\sin\alpha_1\sqrt{n_1^2-n_2^2\sin^2\alpha_2}+n_2\sin\alpha_2\cos\alpha_1)$.

X. 56. 1) Fig. R.X. 56; 2) Deviația în prismă a razei este $\delta_1=2i-60°$. Deviația la reflexie: $\delta_2=2i-60°$; 3) $i=40°$;

$$n=\frac{\sin\dfrac{\delta m+A}{2}}{\sin\dfrac{A}{2}}=1{,}678.$$



X. 57. n_v și n_R sînt indicii de refracție pentru radiația violetă și roșie, iar A unghiul prismei. Din condițiile problemei rezultă:

$$\frac{\sin i}{n_R}=\sin\left(A-\arcsin\frac{\cos\alpha}{n_R}\right)$$

$$\frac{\sin i}{n_v}=\sin\left(A-\arcsin\frac{1}{n_v}\right)$$

Rezolvînd sistemul obținem:

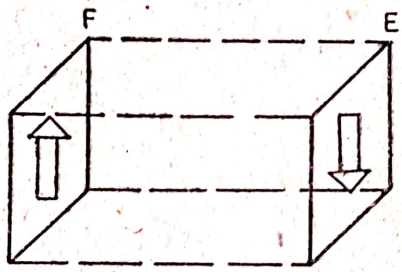
$$\sin^2 i=\frac{1}{2}\left(n_v^2+n_R^2+n_v n_R-\sqrt{(n_v^2+n_R^2+n_v n_R)^2-4n_v^2 n_R^2\sin^2 B}\right)$$

$$\sin A = \frac{1-\cos\alpha}{\sqrt{n_v^2-\sin^2 i}-\sqrt{n_R^2\sin^2 i}}, \text{ unde}$$

$$n_v n_R \sin B = \sqrt{n_R^2-\cos^2\alpha} - \cos\alpha\sqrt{n_v^2-1}\ .$$

X. 58. 1) Fig. R.X. 58. 2) Rotaţie cu 180°; 3) DA.

X. 59. Fig. R. X.59; $h=\frac{b}{2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2n^2-1}}\right)=0,23\,b.$



X. 60. Dacă S este o distanţă suficient de mare, în fotografie se văd toate imaginile care se formează în oglinzi (cîte un trei şi un cinci, şi cîte doi de 1 şi doi de 2). Un om fotografiat în acest fel ar apărea fotografiat şi din profil şi din spate.

X. 61. $\delta=13°25'$.

X. 63. $VA'=12$ cm; $VC'=11$ cm; $A'B'=2$ cm.

X. 64. $D=3\,500$ km.

X. 65. Suprafaţa oceanului se comportă ca o oglindă convexă cu raza de curbură egală cu raza Pămîntului. În această oglindă se va forma imaginea virtuală L' a Lunii. Pentru a preciza care din cele două Luni văzute de pilot este mai mare comparăm unghiurile vizuale.

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2}=\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}=1+\frac{2DH}{R(D-H-R)}$$

Deci $\alpha_1>\alpha_2$, pilotul vede mai mare luna de pe cer.

X. 66. $R^4-4x^2R^2+4x^2d^2=0$; $R=\sqrt{320}=17{,}8$ cm.

X. 67. Distanţa dintre pupile se modifică ca amîndoi ochii să vizeze acelaşi punct.

X. 68. $f=40$ cm.

X. 69. Prin acomodare distanţa focală se modifică şi imaginea este mai mare decît în mod normal.

X. 70. Pentru un ochi normal, distanţa minimă a vederii clare este de 25 cm, căreia îi corespunde o convergenţă de $C_{norm}=\frac{1}{0{,}25}=4$ dioptrii, convergenţă realizată prin acomodare. $C_{prezbit}=\frac{1}{0{,}4}=2{,}5$ dioptrii.

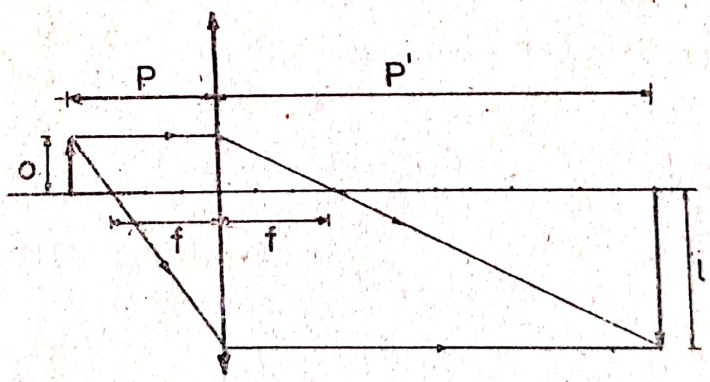
$C=C_{norm}-C_{prezbit}=1{,}5$ dioptrii; $f=\frac{1}{C}=0{,}66$ m.

X. 71. 1) $p=0$; 2) $p<f$; 3) $p=f$; 4) $p>f$; Se formează imagine virtuală în cazul 2. II) Pentru diascop $p\simeq f$. Pentru aparatul de fotografiat $p\gg f$.

X. 72. $f_R=65{,}36$ cm; $f_v=63{,}49$ cm; $\Delta f=1{,}97$ cm.

X. 73. a) $p'=50$ cm; b) $m=1$.

X. 74. a) $p'=\frac{p\cdot f}{p-f}=60$ cm; *b*) $i=24$ cm.



X. 76. Considerăm un caz $p>f$. Avem de demonstrat că:

$$-\frac{o}{i}+\frac{p+f}{f}=-\frac{i}{o}+\frac{p'+f}{f}=2$$

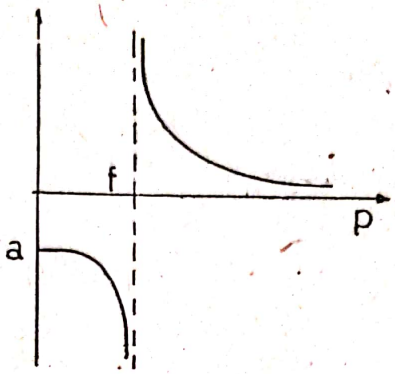
sau:

$-\frac{p}{p'}+\frac{p}{f}+1=-\frac{p'}{p}+\frac{p'}{f}+1=2$, care rezultă direct din:

$\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{p}$ sau $\frac{1}{p}=\frac{1}{f}-\frac{1}{p'}$.

Scanned with OKEN Scanner

X. 77. $i=\frac{af}{p-f}$; (valorile negative ale lui i indică imagini virtuale). Fig. R. X. 77.



X. 78. $p_1=\frac{f_1}{f_1+f_2}\cdot d=1{,}2$ m; $p_2=\frac{f_2}{f_1+f_2}\cdot d=1{,}8$ m.

X. 79. a) $p_1=16{,}6$ cm; $p_2=43{,}4$ cm; 2) $m_1=2{,}62$; $m_2=0{,}38$.

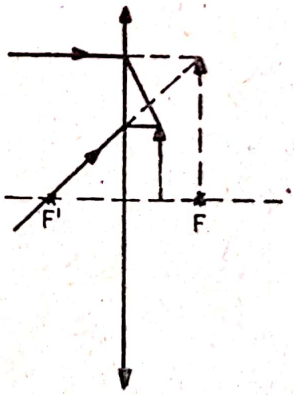
X. 80. a) $i_1=9$ cm; $i_2=1$ cm; b) $f=18{,}75$ cm; c) $n=1{,}53$.

X. 81. Numai pentru raze care trec în interiorul lentilei prin centrul optic.

X. 82. $o=\sqrt{ii_1}$.

X. 83. $y=-A\sin\omega t$; $v=-A\omega\cos\omega t$.

X. 84. b) $p=-10$ cm; $o=-30$ cm; $i=15$ cm.



X. 85. 1) $p_1'=60$ cm; $i=20$ cm; imagine virtuală, dreaptă. 2) $-p_1=p_2$, $p_2'=30$ cm, $i_2=10$ cm, imagine reală, inversată de aceeași parte a lentilei ca și obiectul.

X. 86. $\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}=\frac{1}{f_1}$; $\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}=\frac{1}{f_2}$, dar $p_2=-p_1'$ și adunînd cele două relații rezultă: $\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2'}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f}$.

X. 87. a) $f_1=5$ cm; b) $f_2=-6{,}66$ cm; c) $f=20$ cm; d) Obiectul este virtual. Lentila se așează la 16,85 cm în fața obiectului.

X. 88. $f_1=-F''$; $f_2=\frac{F'F''}{F'+F''}$; $f_3=-F'$.

X. 89. 1) $p_1'=-10$ cm, imagine virtuală; $i_1=4$ cm.

2) $\frac{1}{f_3}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$; $\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2'}$

$p_2'=-12$ cm, imagine virtuală, $i_2=4{,}8$ cm.

X. 90. $p_2'=12\ R$.

X. 91. $p'=0{,}2$ m; $i=1$ cm.

X. 92. $R_2=+2R$.

X. 93. a) $D=\frac{(f_1-d)^2}{|f_2|+d-f_1}$; b) $f_1=|f_2|+d$, $\frac{f_1}{f_2}=\frac{8}{2}$

$f_2=-4$ cm, $d=12$ cm.

X. 94. 1) F' — focarul imagine al sistemului este situat la 1,5 cm după L_2; 2) F este situat la 1,5 cm înaintea lui L_1 și este focarul obiect al sistemului.

X. 95. a) $p'=12$ cm; $i_1=1{,}2$ cm; b) $\frac{1}{f_1}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}$;

$\frac{1}{d-p}+\frac{1}{p_2}=\frac{1}{f_2}$; $p_2=-30$ cm, $i_2=18$ cm imagine virtuală la 30 cm în stînga celei de a doua lentile.

X. 96. a) $C_1=\frac{1}{f_1}=8{,}3$; $C_2=5$; b) $p_1'=\frac{p_1f_1}{p_1-f_1}=30$ cm; $m_1=\frac{3}{2}$ imaginea este reală, răsturnată, mărită. c) $p_2=L-p'_1=30$ cm; d) $p_2'=\frac{p_2f_2}{p_2-f_2}=$ $=15$ cm; $m_2=\frac{3p'_2}{2p_2}=\frac{3}{4}$, imaginea este reală, dreaptă, micșorată.

X. 97. a) $f=0{,}1$ m; $R=0{,}16$ m; b) $d=0{,}21$ m, imaginea finală este virtuală; c) $i_1=10$ cm; $i_2=25$ cm.

X. 98. a) Imagine virtuală; b) $d=10$ cm; c) $y_3/y_1=-1$.

X. 99. Imaginea este reală. $p_2'=1{,}8$ m.

X. 100. L_3 se așează în locul în care se formează imaginea dată de L_1: $d=0{,}3$ m; $d_{max}=p_2'=0{,}2$ m.

X. 102. a) $C=50\ \delta$; b) $f_3=3{,}07$ cm; c) $d=5{,}07$.

X. 103. $x=30$ cm. Deplasînd L_1 spre L imaginea este reală, răsturnată și mărită. Deplasînd L_1 în sens invers, imaginea este virtuală, dreaptă, mărită.

Scanned with OKEN Scanner

X. 104. Dacă L_2 este convergentă $A''B''$ este reală. Dacă L_2 este divergentă ($f_2<0$) și $p'-d<|f_2|$ atunci $A''B''$ este tot reală, iar $p'-d>|f_2|$ $A''B''$ este virtuală.

X. 105. a) $d_1=\frac{p_1}{2(p_1-f_1)}\left[\sqrt{p_1^2+4f_2(p_1-f_1)}-p_1+2f_1\right]=2{,}91$ m

b) $d_2=\frac{p_1f_1}{p_1-f_1}+f_2=3{,}125$ m

X. 106. 1) $d_1=1{,}05$ m; 2) Imaginea definitivă nu poate fi virtuală, dacă imaginea dată de L_1 este virtuală și $|p_1'|>f_2$; $p_1\in\left\{(-\infty,+\infty)-\left[f_1,\frac{f_1f_2}{f_1+f_2}\right]\right\}$.

X. 107. 1) Imaginea este virtuală pentru $d\in[50\text{ cm}, 70\text{ cm}]$ 2) $p_2'=$ $=\left[0{,}2+\frac{0{,}04}{d-0{,}7}\right]$ m

X. 108. $\frac{1}{d_2+|f_2|}+\frac{1}{d_1+|f_1|}=\frac{1}{f_2}$

X. 109. Cu firul vertical determinăm poziția imaginilor reale translatîndu-l de-a lungul băncului optic pînă cînd vedem firul și imaginea ecranului în același loc. Apoi determinăm distanța focală cu formula lentilelor $\frac{1}{f}=$ $=\frac{1}{p}+\frac{1}{p_1}$.

Pentru lentile divergente vom forma, împreună cu o lentilă convergentă, un sistem care să dea o imagine finală reală (obiectul pentru lentila divergentă să fie virtual). Diferența între lentilela divergentă și convergente poate fi făcută după curbura fețelor.

X. 110. $C=8{,}33\delta$; b) $R=7{,}04$ cm; c) $f_1=6{,}8$ cm; $f_2=-15{,}53$ cm.

X. 111. $f=\frac{d_1h_1-d_2h_2}{h_1-h_2}$.

X. 112. $t=0{,}64$ s.

X. 113. Viteza mingei este 40 m/s. Ea ajunge la colțul de sus al porții după 0,295 s. Portarul în timpul 0,1261 s se poate deplasa doar 1,26 m.

X. 114. Imaginea dată de lentila convergentă joacă rol de obiect pentru lentila divergentă. Deoarece ea formează imaginea pe pelicula fotografică putem scrie:

$\frac{1}{f}=\frac{1}{o}+\frac{1}{i}$ de aici $y=-4{,}5$ cm. Deci imaginea dată de lentila convergentă se află la 4,5 cm de lentila divergentă între ea și peliculă. Dar în același timp această imagine trebuie să se afle la distanța i' de lentila convergentă, deci $\frac{1}{i'}=\frac{1}{f_2}$, $i'=8$ cm.

Deci lentila convergentă trebuie așezată la 3,5 cm de lentila divergentă sau la 48,5 cm de peliculă.

Capitolul XI

XI. 1. Rezolvarea se face grafic. Se ține cont că graficul spațiului este de forma unei linii frînte, iar pe porțiunile pe care se întoarce după obiectele pierdute graficele sînt paralele (cu excepția cazului cînd la ora respectivă în ziua anterioară turistul poposea.). b) Nu.

XI. 2. Dacă ciocnirea este plastică și masele sînt egale toată energia potențială se transformă în energie internă. Energia potențială inițială este proporțională cu suma maselor, iar variația de temperatură invers proporțională cu suma maselor, deci variația de temperatură maximă nu depinde de mărimea maselor de plumb.

XI. 3. $v=\dfrac{v_1(t_1-t_2)}{t(1-\frac{v_1}{v_2})+t_1-t_2}$.

XI. 4. a) $x=0{,}25$ m; b) $x_2=0{,}9$ m; c) nu se oprește.

XI. 5. 1) $v_0\geq\sqrt{5Rg}$; 2) $v=\sqrt{v_0^2-2R\cdot g(1-\cos\alpha)}, \alpha\in[0,\pi]$;

3) $N=\dfrac{mv_0^2}{R}-mg(2-3\cos\alpha)$; $N_A=\dfrac{mv_0^2}{R}+mg$; $N_B=\dfrac{mv_0^2}{R}-2mg$;

$N_C=\dfrac{mv_0^2}{R}-5mg$; 4) $d=\sqrt{\dfrac{4R}{g}}\cdot\sqrt{v_0^2-gR}$.

XI. 6. $\alpha=\arccos\left(-\dfrac{a}{g}\right)=97°50'$.

XI. 7. $\cos\alpha=\dfrac{2}{1+\sqrt{1+\dfrac{m_1^2v_0^2}{2(m_1+m_2)^2gl}}}$; $\alpha=7°30'$.

XI. 8. a) $F_f=\dfrac{\frac{mv_0^2}{2}-mgAB\cdot\sin\alpha}{AB}=6$N; $\mu=\dfrac{F_f}{mg\cos\alpha}=0{,}15$.

b) $v=4\sqrt{6}$ m/s; c) $n=7{,}5\cdot10^{15}$ electroni

XI. 10. $v'=v_0\left[\dfrac{v^2}{c^2}+\dfrac{\sin(\alpha+\varkappa)}{\sin(\alpha-\varkappa)}\right]-\dfrac{1}{2}=1$m/s ; $\operatorname{tg}\varkappa=\mu$.

XI. 11. Fie T_r tensiunea de rupere a firului. Dacă tragem încet cu o forță crescătoare $F<T_r$, firul inferior nu se rupe, în timp ce tensiunea din firul superior va fi $T\simeq F+mg$ și deci ajunge mai devreme la valoarea T_r, rupînd firul superior. Dacă tragem brusc, într-un timp foarte scurt forța F ajunge la valoarea T_r și rupe firul inferior. În acest timp foarte scurt masa m suferă o deplasare foarte mică (accelerația mică, invers proporțională cu m) astfel încît firul superior se întinde foarte puțin fără să ajungă la alungirea de rupere.

XI. 12. $F_n=\dfrac{ES\cdot\Delta l}{l_0}$; mișcarea fiind uniformă $F_f=G$; $\mu=\dfrac{G}{2\pi(r_2-r_1)F\cdot l}$.

Scanned with OKEN Scanner

XI. 13. $F<\min\left[\frac{(m_1+m_2)g}{\sin\alpha};\ \frac{(m_1+m_2)g(\mu_1+\mu_2)}{\cos\alpha}\right]$.

XI. 14. 1) $F_1=\frac{m_1(a+g)}{2}=4\,425$ N.; 2) $F_2=m_2g=500$ N; 3) $\varepsilon_1=4\,425\cdot10^{-4}$ $\varepsilon_2=5\cdot10^{-5}$. 4) $L'=hm_1g=150$ kJ; $L_1=2hF_1=177$ kJ; 5) $t=\frac{L'}{P}=50$s

XI. 15. *a)* $a_1=\frac{M_1+m_1+M_2-m_2}{M_1+m_1+M_2+m_2}\cdot g$; $a_2=\frac{M_2+m_2-M_1}{M_2+m_2+M_1}g$; $S=H(1+\frac{a_1}{a_2})$;

$t=\sqrt{\frac{2H}{a_1}}\left(1+\frac{a_1}{a_2}\right)$; b) $T_1=(M_2+m_2)(a_1+g)$; $T_2=M_1(a_2+g)$;

c) $T=T_p\sqrt{\frac{m_1+m}{m_p}}$; d) $k=mp\cdot\frac{4\pi^2}{T_p^2}$;

$$x_{1,2}=\frac{(m_1+m_2)g\pm\sqrt{[(m_1+m_2)g]^2+k\frac{2d_1Hm_1^2}{m_1+m}}}{k}$$

XI. 16. 1) $\mu=\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=0{,}27$; 2) $F=mg\frac{\cos\alpha}{\cos(\alpha-\beta)}=0{,}72$ N.

3) $T=2\pi\sqrt{\frac{1\cdot\cos(\alpha-\beta)}{g\cdot\cos\alpha}}=2$s.

XI. 17. a) $M_2=M_1\frac{a_1+g(\sin\alpha+(\cos\alpha)-a(\cos\alpha-\mu\sin\alpha)}{g-a_1-\mu a}$; b) $v=l\sqrt{\frac{g}{2h}}$; c)$t=\frac{v}{a}$.

XI. 18. 1) $a_1=\frac{F-(m_1+m_2)g\sin\alpha-(m_1+m_2)g\cdot\cos\alpha}{m_1+m_2}=2$ m/s^2

2) $x_1=-\frac{\mu m_2g\cdot\cos\alpha+m_2g\cdot\sin\alpha+m_2a_1}{k}=-0{,}01$ m.

Sensul deformației este astfel încît solicitarea conduce la îndepărtarea corpurilor.

3) $a_2=-g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)=-7{,}6$ m/s^2;

4) $x_2=-\frac{\mu m_2g\cdot\cos\alpha+m_2g\cdot\sin\alpha+m_2a_1}{k}$

$x_2\simeq0$. Deformația este practic nulă, dacă accelerația de frînare a_2 ar fi mai mare există tendința de apropiere a corpurilor.

5) $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m_2}}$; $\nu_0=\frac{\omega_0}{2\pi}\simeq5$ Hz.

XI. 19. $x_1=\frac{Mg}{k}\left[1-\frac{M\sin\alpha-\mu(M\cdot\cos\alpha+m+m_0)}{M+m+m_0}\right]$

R_2 se alungește dacă:

$$\frac{a}{g}=\frac{M\sin\alpha-\mu(M\cos\alpha+m+m_0)}{M+m+m_0}\geq\mu$$

$x_2=\frac{m_0a}{k}$ (dacă corpul va reuşi să ajungă în poziţia de echilibru stabil).

XI. 20. 1) Condiţia de echilibru este $\operatorname{tg}\alpha\leq\frac{m_1\mu_1+m_2\mu_2}{m_1+m_2}$, $\operatorname{tg}\alpha\leq 0{,}136$ sau $\alpha\leq 7°48'$ deci corpul este în echilibru. 2) Alunecarea sistemului începe la $\alpha=7°48'$; 3) Corpul C_2 începe să alunece în jos pentru $\operatorname{tg}\alpha_2\geq\mu_1$ sau $\alpha_2\geq\varphi_2$, $\alpha_2>2°50'$. Cînd $\alpha_2\leq\alpha\leq\alpha_1$ corpul C_2 se mişcă singur şi firul se alungeşte pînă cînd $\alpha=\alpha_1=7°48'$ şi corpul C_1 începe şi el să alunece. Cînd $\alpha=\alpha_1$ lungimea firului este maximă $l_m=l_0+\frac{2R}{0{,}1}$ cu $R=M_2g(\sin\alpha_1-\mu_1\cos\alpha_1)$: $R=25$ N şi $l_m=20$ cm.

XI. 21. $h\simeq 32$ m.

XI. 23. $\omega=\sqrt{\frac{g}{l}\cdot\frac{n+1}{n-1}}=0{,}5$ rad/s.

XI. 24. $h=0{,}166$ m.

XI. 25. $v_n=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}\left(\frac{1+k_0}{2}\right)^{n-1}$;

$$\cos\alpha'=1-(1-\cos\alpha)\left[\frac{1+k_0}{2}\right]^{2(n-1)}.$$

XI. 26. $l=0{,}25$ m; $r=0{,}5$ m; $d=0{,}483$ m.

XI. 27. Notăm cu t_1 timpul indicat de ceasornicul din rachetă şi cu t_2 timpul indicat de ceasornicul de pe Pămînt, din momentul plecării, pînă cînd se detaşează corpul. Cele două valori ale timpului sînt invers proporţionale cu perioadele de oscilaţie.

$$\frac{t_1}{t_2}=\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{g+a}{g}};\quad t_2=\frac{\Delta t\cdot\sqrt{g}}{\sqrt{g+a}-\sqrt{g}}$$

Înălţimea la care se produce detaşarea este $h=\frac{at_2^2}{2}$, iar viteza în acel moment $v=at_2$ în sus. Ceasornicul de pe pămînt va arăta în momentul căderii ora t,

$$t=t_2+\frac{at_2^2}{g}+t_2\sqrt{\frac{a}{g}\left(1+\frac{a}{g}\right)}.$$

$$\Delta t'=t\frac{\sqrt{g+a}-\sqrt{g}}{\sqrt{g}}=t\left[1+\frac{a}{g}+\sqrt{\frac{a}{g}\left(1+\frac{a}{g}\right)}\right].$$

XI. 28. $\alpha'=\arccos\left(\cos\alpha-\frac{\Delta h}{l}\right)=36°50'$.

Scanned with OKEN Scanner

XI. 29. b) $= l\frac{mg}{k} = 1$ m; c) $\Delta l = \frac{m}{k}\Delta g = 0{,}0102$ m.

XI. 30. a) $\Delta l = \frac{mg \cdot l}{E \cdot S}$; b) $\omega = \sqrt{\frac{ES \cdot g \sin\alpha}{(ES\cos\alpha + mg)\, l}}$;

c) $E = \frac{K \cdot \Delta l^2}{2} = \frac{l}{2ES} \cdot \frac{m^2 g^2}{\cos^2\alpha}$.

XI. 31. $E_p = \frac{F_t^2}{8k}$.

XI. 33. a) $v_0 = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2gx} = 10{,}7$ m/s;

$h_M = \frac{k}{2mg}\left(x - \frac{mg}{k}\right)^2 - \frac{mg}{2k} = 5{,}75$ m;

c) $S = 5{,}7$ m; d) $t = 0{,}494$ s din momentul inițial.

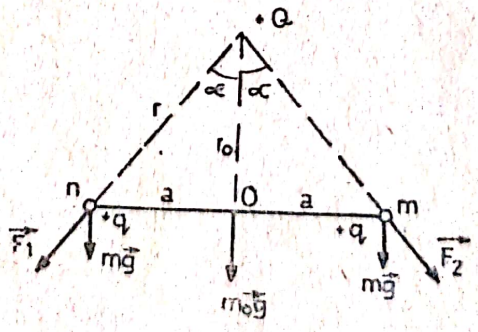
XI. 34. $v_0 = 4\sqrt{gh}$.

XI. 35. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g} + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot t^2}$.

XI. 36. $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{g\left(\frac{\mu\cos\alpha - \sin\alpha}{A}\right)} = 0{,}85$ Hz.

XI. 37. $h = \left(\frac{M+m}{M-m}\right)^2 \cdot \frac{k\pi^2}{8Mg}$, $M > m$.

XI. 38. În O se exercită forța $\vec{F} = (m_0 + 2m)\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (fig. R. XI. 38) unde F_1 și F_2 sînt forțele electrice ce se exercită asupra celor două sarcini datorită sarcinii Q. Însă $F_1 = F_2 = \frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $r^2 = r_0^2 + a^2$. $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ dau în O rezultanta $\vec{F}'$ tot verticală cu sensul în jos



$$F' = 2F_1 \cos\alpha = 2F_1\frac{r_0}{r}$$

$$F = (m_0 + 2m)g + \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{r_0}{(r_0^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

XI. 39. 1) Bila metalizată va oscila cu amplitudinea $\frac{2d}{\sqrt{3}}$, iar bilele încărcate vor oscila cu amplitudinea $\frac{d}{3}$ în plane paralele cu planul de oscilație al primei bile peste care se suprapune o oscilație în planul perpendicular. 2) Cele trei bile se vor ciocni într-un punct pe verticala punctului de suspensie.

XI. 40. Marginea de sus a plăcii se așează la distanța $d_1=\sqrt{s}$. Grosimea plăcii $l=\frac{k}{2\gamma\sqrt{s}}$.

XI. 41. Sarcina care s-a deplasat în timpul t este:

$$\Delta Q=CU\frac{vt}{d} \text{ și } I=CU\frac{v}{d}, \text{ dacă } v \text{ este mic.}$$

Dacă v este foarte mare, sarcina nu se deplasează la început și aflăm diferența de potențial

$$i=2\frac{Uv}{dR}t.$$

XI. 42. 1) $Q=\pi\varepsilon r^2\left[\sqrt{E}+\sqrt{E+2\frac{mv^2}{er}}\right]^2$;

2) $v'=\sqrt{\frac{er}{2\alpha m}(\alpha-1)\left(\sqrt{E}+\sqrt{E+\frac{2mv^2}{er}}\right)}$;

3) $d=\dfrac{1}{\frac{1}{r}-\dfrac{mv^2}{2er^2\left[\sqrt{E}+\sqrt{E+\frac{2mv^2}{er}}\right]^2}}$

4) $E'=\frac{1}{4}\left[\sqrt{E}+\sqrt{E+\frac{2mv^2}{er}}\right]^2\cdot\left[1-\dfrac{mv^2}{2er^3\left(\sqrt{E}+\sqrt{E+\frac{2mv^2}{er}}\right)^2}\right]^2$.

XI. 43. $S=\frac{BIl-\mu mg}{m}\cdot\frac{t^2}{2}+\frac{BIl-\mu mg}{m}\cdot t\cdot t'-\mu g\frac{t'^2}{2}=13$ cm.

XI. 44. 1) $P=4$mW; 2) $C_0=2{,}5$ μF; 3) $C_1=0{,}93$ μF; $C_2=4{,}07$ F; 4) $\varepsilon=10^{-10}$ F/m.

XI. 45. În cazul 1; în cazul 2 și 3 datorită fenomenelor de inducție magnetul va cădea mai încet.

XI. 46. Trecînd curentul electric prin resort, spirele se comportă ca doi curenți paraleli, de același sens și deci spirele se vor atrage cu forța electrodinamică, invers proporțională cu distanța dintre spire. Resortul se strînge și greutatea nu mai atinge suprafața mercurului. În acest caz, circuitul se întrerupe resortul revine la poziția inițială, circuitul închizîndu-se iar. Fenomenul se repetă și deci greutatea metalică oscilează. Oscilațiile sînt aproape armonice și neamortizate.

Scanned with OKEN Scanner

XI. 48. a) $\lambda_{max}=1{,}256$ m; $\lambda_{min}=0{,}754$ m; b) $\lambda=\frac{1{,}2\,\pi}{\sqrt{9+100F}}$, F $[0;16\cdot10^{-2}\text{N}]$;

c) Sensibilitatea medie $S=\frac{\lambda_{max}-\lambda_{min}}{F-F_0}=3{,}14$ m/N.

XI. 49. Imaginea oscilației perpendiculare pe axul optic este tot o oscilație oscilație perpendiculară, la distanța

$$p'=\frac{pf}{p-f} \text{ cu elongația: } y'=\frac{af}{p-f}\sin(\omega t-\pi).$$

Imaginea oscilației de-a lungul axului optic este tot o oscilație de-a lungul axului optic

$$p''=\frac{(p+a\sin\omega t)f}{p+a\sin\omega t-f};\ \text{dacă } a\ll p-f.$$

$$p''\simeq\frac{pf}{p-f}\left[1-\frac{af}{p(p-f)}\sin\omega t\right].$$

XI. 50. Amplitudinea oscilațiilor o presupunem suficient de mică pentru ca $\sin\alpha=\alpha$.

a) $y_a=[0{,}06\sin(0{,}02\,\pi t-\pi)]$ m;
b) $y_b=[0{,}07\sin 0{,}02\,\pi t]$ m;
c) $y_c=[0{,}01\sin 0{,}02\,\pi t]$ m; $y_c=[0{,}13\sin(0{,}02\,\pi t-\pi)]$ m.

Scanned with OKEN Scanner

Tiraj: 20.000 ex. broşate
Coli de tipar: 20
Format: 16/61 × 86
Hîrtie ziar 70 × 100/35
Bun de tipar: 23.IV.1979
Ediţia 1979

Întreprinderea poligrafică Braşov
Str. Zizinului nr. 110
Comanda nr. 1002
Republica Socialistă România

Scanned with OKEN Scanner